

## ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA EN ESPAÑA EN EL SIGLO XIX

María Teresa González Astudillo<sup>1</sup>  
Isabel María Sánchez Sierra<sup>2</sup>

### RESUMEN

Ya desde finales del siglo XVIII se publican en España algunas obras didácticas que incluían contenidos de Geometría Analítica. Posiblemente su enseñanza se impartió en los Reales Estudios de San Isidro, la Escuela de Matemáticas de la Real Sociedad Económica Aragonesa de Amigos del País, el Real Instituto Asturiano de Gijón o en la Universidad (Vea,1995). El impulso modernizador en el campo de las matemáticas en los primeros dos tercios del siglo XIX procede del Ejército. Entre los libros de texto publicados por los ingenieros militares podemos destacar la *Geometría* (1819) de Mariano Zorraquín o los *Tratados* de Juan Cortázar (1809-1873). En el último tercio del siglo XIX, se producirá un crecimiento del número de profesionales dedicados al estudio de la Matemática. Así, a los ingenieros militares, que continuarán con su labor en esta época, hay que añadir los ingenieros civiles y los profesores de enseñanza media y de Universidad. En este periodo destacan por su labor cuatro figuras: José Echegaray (1832-1916), Zoel García de Galdeano (1846-1924), Eduardo Torroja y Caballé (1847-1918) y Ventura Reyes y Prósper (1863-1922). Estudiaremos la evolución de la enseñanza de la Geometría Analítica en España a través de cuatro periodos, dos de ellos pertenecientes al desarrollo de la educación secundaria y los dos últimos a la Facultad de Ciencias, que es donde pasa a estudiarse la Geometría Analítica a partir de su creación en 1857.

**Palabras-clave:** Geometría Analítica. Libros de texto. Enseñanza secundaria. Enseñanza Universitaria.

### ABSTRACT

Since the end of the eighteenth century, some textbooks that included Analytical Geometry were published in Spain. Possibly the instruction about this branch of the mathematics was hold in the Reales Estudios de San Isidro, la Escuela de Matemáticas de la Real Sociedad Económica Aragonesa de Amigos del País, el Real Instituto Asturiano de Gijón or in the University (Vea,1995). The modernization impulse in the field of mathematics in the first two thirds of the nineteenth century came from the Army. Among the textbooks published by military engineers, we can highlight the *Geometría* (1819) by Mariano Zorraquín or the *Tratados* by Juan Cortazar (1809-1873). In the last third of the nineteenth century, there will be a growing number of professionals dedicated to the study of mathematics. Thus, to military engineers, who continued their work in this time, added civil engineers and school and university teachers. In this period notable for their work stoodout four figures: Jose Echegaray (1832-1916), Zoel Garcia de Galdeano (1846-1924), Eduardo Torroja y Caballé (1847-1918) and Ventura Reyes Prosper (1863-1922). We will study the evolution of the teaching of Analytical Geometry in Spain through four periods, two belonging to

<sup>1</sup> Docente de la Universidad de Salamanca – USAL, Campus Canalejas. E-mail: [maite@usal.es](mailto:maite@usal.es)

<sup>2</sup> Docente del Instituto de Educación Secundaria Vía de la Plata. Salamanca. E-mail: [isamss@yahoo.com](mailto:isamss@yahoo.com)

the development of secondary education in Spain and the last two to the birth of the Faculty of Science, where Analytical Geometry began to be studied since its creation in 1857.

**Keywords:** Analytical Geometry. Textbooks. Secondary Education. Education Superior.

## CONTEXTO SOCIOPOLÍTICO

Para poder comprender la situación en la que se encontraba España en el siglo XIX haremos un breve repaso de los acontecimientos sociopolíticos que marcaron a la sociedad española. Este va a ser uno de los siglos más interesantes y convulsos desde el punto sociopolítico de la Historia de España pues desaparecerán progresivamente los últimos vestigios del antiguo régimen, perdiendo la nobleza sus privilegios estamentales, anulándose las relaciones sociales feudales y emergiendo una sociedad de clases moderna, siendo la burguesía y la clase media los íconos más característicos de los cambios producidos.

Centrándonos en los años comprendidos entre 1833 – comienzo de la Regencia de M<sup>a</sup> Cristina –, y 1909 en que se producen los sucesos de la *Semana Trágica* de Barcelona, desde el punto de vista político se pueden considerar cuatro periodos que determinan el devenir del estado español:

- a) De 1833 a 1843 se producen las regencias de M<sup>a</sup> Cristina y del general Espartero.
- b) De 1844 a 1856 se suceden la década moderada y el bienio progresista.
- c) De 1856 a 1868 se caracteriza por el esplendor y caída del partido conocido como La Unión liberal.
- d) De 1868 a 1909 se suceden el sexenio revolucionario y la época de la restauración.

Todo este devenir histórico influirá, como no puede ser de otra manera, en el ámbito educativo puesto que la ideología política de los diferentes gobiernos quedará plasmada en los diferentes planes de estudios que serán aprobados en el periodo. Para Sánchez (2015, p. 43) esto además “condicionará la introducción de los saberes que se estaban desarrollando en Europa y en el desarrollo de la ciencia en España”.

La muerte en 1833 de Fernando VII, supuso el inicio de los cambios en las estructuras sociales y políticas del país, proceso que culminará con el fin del absolutismo y la creación de un nuevo Estado liberal. Al ser menor de edad la futura reina Isabel II actuará como regente su madre M<sup>a</sup> Cristina de Borbón. Ya en los inicios de esta época se producirán algunos cambios que determinarán cómo se van a conducir los diferentes gobiernos a lo largo del siglo. En este sentido se van a suceder durante el periodo gobiernos de signo progresista junto a otros de carácter moderado. Los primeros llevarán a cabo reformas muy importantes como la de la Ley Electoral, el restablecimiento de la libertad de imprenta y otros derechos fundamentales, la supresión de algunas órdenes religiosas y la expulsión de los jesuitas (1835), mientras que los moderados suprimirán todas estas libertades y derechos al llegar al poder.

En el año 1840 se inicia una nueva etapa subir al trono Isabel II, siendo el general Espartero el que ejercerá como regente hasta 1843, en lugar de su madre M<sup>a</sup> Cristina. Este periodo se caracterizará por una gran inestabilidad política y social por las revueltas populares y los levantamientos armados que acabarán con el exilio de Espartero en 1843.

La *década moderada*, se caracterizó por un proceso de centralización y burocratización del aparato estatal, por el endurecimiento de la represión, las intrigas palaciegas y la corrupción de la administración, así como por la inestabilidad política y social (Tortella et. al, 1981) que supuso dieciséis gobiernos en diez años. En 1848 se produce en España y en toda Europa, una ola de levantamientos, manifestaciones y protestas revolucionarias, que en el caso español se deberá más a la crisis económica, que a cuestiones políticas y que serán duramente reprimidas. A ellas habría que añadir la segunda guerra carlista que comenzó en 1846 principalmente en Cataluña y que se extenderá durante tres años.

En julio de 1854 los progresistas vuelven al poder, de nuevo de la mano de Espartero, durante dos años, por lo que a este periodo se le suele denominar como el *bienio progresista*. Las Cortes constituyentes elaboraron una constitución, que no llegó a promulgarse pero que se anticipó en muchos aspectos a la de 1869 y que cubría sectores de tanta trascendencia como la desamortización, los ferrocarriles, los telégrafos y las sociedades de crédito.

En esta etapa nace una fuerza política – *La Unión Liberal* – formación de orientación centrista en sus orígenes que irá evolucionando hasta convertirse, en la

práctica, en un partido conservador. Esta fuerza subirá al gobierno en 1858 y perdurará hasta 1863, siendo este un periodo de estabilidad política y de auge económico.

Hacia finales de 1862 el gobierno de la Unión Liberal comienza a perder prestigio y en febrero de 1863 se disuelven las Cortes y vuelve la inestabilidad política, sucediéndose ocho gobiernos y produciéndose varios intentos de *pronunciamientos* en los últimos años. El último de ellos – en septiembre de 1868 – provocará la caída de la monarquía borbónica y el inicio del sexenio revolucionario.

En la revolución de 1868 será decisiva la participación de los trabajadores industriales, cuyas movilizaciones producidas por la crisis económica y por la política de represión de las protestas, se habían vuelto desde 1863 abiertamente politizadas. En este momento se considera la República como la solución para conseguir la completa democratización del país, aunque no se proclamará hasta febrero de 1873. Tras el triunfo de la revolución la Reina abandona el país y se nombra regente al general Serrano, hasta la proclamación en 1871 de Amadeo de Saboya como nuevo rey, quien abdica en 1873 dando paso a la 1ª República española.

La Constitución de 1869 proclama, entre otras cosas, la soberanía nacional, estableciendo el sufragio universal para varones mayores de 25 años, la Monarquía democrática y parlamentaria como forma de Estado, la división de poderes y una exhaustiva declaración de derechos, entre ellos los de libertad de imprenta, derecho al voto, libertad de enseñanza, expresión, reunión y asociación y la libertad de culto.

Pero, en el orden interno los problemas fueron graves: la crisis agrícola, el desempleo, los levantamientos campesinos, las reacciones armadas republicanas en Cataluña, Valencia, Zaragoza y Andalucía en septiembre de 1869, el levantamiento de las partidas carlistas en Cataluña en el verano de ese mismo año y la fuerza creciente del partido republicano. A esto hay que añadir los problemas que existían en las colonias, en las que se comenzaron a producir levantamientos armados.

La Primera República termina el 29 de diciembre de 1874 y se inicia una nueva etapa política conocida como *La Restauración*, etapa de cambios sociales y políticos en la que se instaura de nuevo la monarquía borbónica, en la figura de Alfonso XII, y se establece el bipartidismo como medio para reforzar el régimen.

En noviembre de 1885 muere Alfonso XII, dejando como regente a su segunda esposa M<sup>a</sup> Cristina.

En el terreno político, en los años 90 sigue la alternancia de partidos, sucediéndose gobiernos de dos o tres años. Esta década se caracteriza por el auge del movimiento obrero y la aparición, a finales de siglo, de los primeros movimientos políticos de carácter nacionalista en la periferia peninsular.

Pero sin duda lo que marcará el fin de siglo será la reanudación de la guerra de Cuba y Filipinas, que terminará con la pérdida de las últimas colonias de ultramar. El *desastre* tendrá importantes consecuencias económicas, políticas y sociales.

En mayo de 1902 Alfonso XIII es proclamado Rey al cumplir la mayoría de edad. Los primeros años del reinado se caracterizan por las continuas crisis políticas: se contabiliza un gobierno cada cinco meses lo que va a suponer un proceso lento, pero inexorable, de descomposición política y social, proceso que culminará en 1923 con el golpe de Estado del general Primo de Rivera, cuya Dictadura pondrá fin al sistema político de la Restauración.

## **LA GEOMETRÍA ANALÍTICA EN LOS PLANES DE ESTUDIO**

Los orígenes de la segunda enseñanza o enseñanza media en España se pueden remontar al siglo XVIII (Vea, 1995), en el que existían unos estudios que ampliaban los de primeras letras y preparaban para el ingreso en las Facultades Mayores. Estos estudios se realizaban en centros como el Seminario de Nobles (1725), los Reales Estudios de San Isidro (1770), el Seminario Vergara (1776), el Real Instituto Asturiano de Gijón (1794) o las Sociedades Económicas de Amigos del País (Sánchez, 2015). Pero, en realidad se debe considerar el segundo tercio del siglo XIX como el verdadero nacimiento de estos estudios de forma más reglada.

Dividiremos este siglo en cuatro periodos, dos de ellos se corresponden con los periodos propuestos por Vea (1995): nacimiento de la segunda enseñanza (1836-1845) y asentamiento de la segunda enseñanza (1845-1857). Los otros dos se corresponden con el desarrollo de las facultades de ciencias, siendo el primer periodo el que va desde la creación de las mismas con la promulgación de la Ley Moyano hasta el Sexenio Revolucionario (1857-1868) y el segundo desde este último hasta los primeros años del siglo XX (1868-1909).

- a) El nacimiento de la segunda enseñanza (1836-1845).

El primer plan de estudios de la segunda enseñanza fue el **Plan General de Instrucción Pública de 4 de agosto de 1836**. Fue elaborado por el Duque de Rivas y arreglado provisionalmente mediante la R.O. de 29 de octubre de 1836 (arreglo que estuvo vigente durante 10 años). En este plan se da cuenta de la mala situación en la que se encontraban estos estudios en España y de la necesidad imperiosa de una buena instrucción. Dados los principios liberales sobre los que se sustenta este plan se defiende una enseñanza pública frente a la privada que había tenido mayor auge hasta esos momentos. Se pretendía que esta instrucción estuviera enfocada hacia la clase media por lo que los estudios no eran gratuitos.

La instrucción secundaria comprende aquellos estudios a que no alcanza la primaria superior, pero que son necesarios para completar la educación general de las clases acomodadas y seguir con fruto las Facultades Mayores y Escuelas especiales.

(PLAN GENERAL DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA, 1836, art. 25).

Estas enseñanzas se realizarán en centros denominados Institutos distinguiéndose entre los elementales y los superiores aunque sin especificar el número de años que deben cursarse en cada uno. Al final de los estudios se obtiene el título de bachiller. En ambos niveles aparecen los estudios de matemáticas mediante una asignatura que se llama *Elementos de matemáticas*, aunque no se especifican sus contenidos. Así no aparece mención expresa a la Geometría Analítica.

El arreglo provisional de este plan parece que se hizo por motivos económicos y por falta de tiempo. En este plan ya se establecen las asignaturas que se imparten por cursos, especificando así que los *Elementos de matemáticas* se impartirían en primer curso con 6 horas semanales y habrá una continuación de estos elementos en segundo curso también con seis horas semanales.

Posteriormente, siendo regente Espartero, se aprueba el **Real Decreto de 8 de junio de 1843** por el que se crea en la Universidad de Madrid una Facultad de Filosofía con una triple finalidad “además de fomento de la cultura y preparación para los estudios superiores se les considera un medio para mejorar la industrialización del país” (SÁNCHEZ, 2015, p. 66).

En este plan se consideran unos estudios preliminares organizados en tres cursos que se corresponderán con la segunda enseñanza. Posteriormente se contemplan unos estudios de ampliación en cuatro años y los estudios superiores de dos años. Dentro de los

estudios preliminares se incluye en primer curso la asignatura *Aritmética y álgebra hasta las ecuaciones de segundo grado*, y en segundo *Continuación del álgebra, trigonometría rectilínea y esférica, aplicación del álgebra a la geometría con secciones cónicas*. Llama la atención la denominación que se da a la Geometría Analítica bajo el epígrafe Aplicación del Álgebra a la Geometría.

b) El asentamiento de la segunda enseñanza (1845-1857).

En este periodo se publican cinco planes de estudio, siendo el primero el **Plan General de estudios de 17 de septiembre de 1845** en el que se mantiene la idea del duque de Rivas de una enseñanza secundaria para la clase media. Se divide la enseñanza secundaria en dos niveles: elemental y de ampliación teniendo el primero de ellos una duración de cinco años. Es un plan que se decanta por las Humanidades relegando los estudios de ciencias a los últimos cursos, así en 5º curso aparece el *Complemento del Álgebra, aplicación de esta a la Geometría, secciones cónicas* como asignatura voluntaria como complemento a la formación recibida.

Donde pudiere ser, habrá un segundo profesor de Matemáticas elementales, que alternando con el primero, explicará a los que quieran seguir este estudio el complemento del Álgebra, la aplicación de ésta a la Geometría, las secciones cónicas y los principios del cálculo diferencial e integral.

(PLAN GENERAL DE ESTUDIOS, 1845, art. 5).

En la reforma de este plan de estudios, el **Plan de estudios de 24 de julio de 1846**, van a tener mayor peso las asignaturas de ciencias, en particular las matemáticas que pasa de 12 a 18 horas semanales en los estudios elementales aunque desaparece la referencia a la Geometría Analítica tal y como estaba planteada en el plan anterior.

Fruto de una nueva reforma se aprueba el **Plan de estudios de 8 de julio de 1847**. En este plan se establece una separación entre los estudios de segunda enseñanza y los de la Facultad de Filosofía aunque la titulación que se adquiere al final de ambos es la de Bachiller en Filosofía. En cuanto a los libros de texto se indica que el gobierno publicará una lista de al menos seis libros para cada asignatura (esto fue una constante a lo largo del periodo salvo en el curso 1845/1846 publicándose las listas a principios de curso) y que se publicarán programas de todas las asignaturas, lo que los profesores verán como una limitación de su libertad de cátedra y que fue motivo de conflicto. En este plan de estudios aparece como asignatura optativa junto con la Lógica un *complemento del álgebra, la trigonometría, la geometría analítica y la topografía*, así que como vemos se cambia la

denominación antigua de Aplicación del Álgebra a la Geometría por una más actual. En este caso se indica, además, que la impartición de esta asignatura no depende de los centros que tuvieran medios, sino de si hay alumnos interesados en cursarla.

El **14 de agosto de 1849** se publica un nuevo arreglo de las asignaturas de segunda enseñanza que va a favorecer de nuevo a las letras. Lo mismo ocurrirá con el **Plan de estudios de 28 de agosto de 1850**, que nace con una pretensión más de ley de instrucción pública. En esta reforma se establece la edad de ingreso en la enseñanza media a los diez años de edad y que la duración de estos estudios será de cinco años. En cuanto a la geometría analítica se indica que:

Si se presentasen alumnos para estudiar el año de álgebra superior y geometría analítica, alternarán también en esta enseñanza los Catedráticos de matemáticas si fueren dos; pero si no hubiere más de uno, este deberá darla en horas extraordinarias, mediante una retribución que le habrán de satisfacer sus discípulos de esta clase.

(REAL ORDEN DE 10 DE SEPTIEMBRE, 1850, art. 8).

El retroceso que suponen estos dos últimos planes de estudio se ve acentuado con el **Reglamento de 10 de septiembre de 1852** en el que se fija la edad de ingreso en la segunda enseñanza a los 9 años de edad y la duración de estos estudios en seis años. Los tres primeros cursos se denominarán de *latinidad y humanidades* y los tres últimos, los estudios *elementales de segunda enseñanza* que incluyen un *año preparatorio* para el ingreso en las facultades. En este plan de estudios no se incluye ninguna asignatura de matemáticas en tercer curso, por lo que desaparecen los contenidos de Geometría Analítica, aunque en la Facultad de Filosofía se mantendrá la asignatura *álgebra superior y geometría analítica* hasta 1857 como consta en la lista de libros de texto propuestos para esta facultad.

c) De la ley Moyano al sexenio revolucionario (1857-1868).

El 9 de septiembre de 1857 se aprueba la Ley de Instrucción Pública conocida como ley Moyano. Esta ley organiza la enseñanza secundaria en seis cursos al final de los cuales se obtiene el título de Bachiller en Artes, pero no se incluye entre sus enseñanzas la Geometría Analítica que pasa a ser una asignatura de la Facultad de Ciencias, que surge como tal por primera vez en esta ley. En el año 1860 se establecerán facultades de ciencias en las universidades de Madrid, Barcelona, Santiago, Sevilla, Valencia y Valladolid. Ya en el Real Decreto de 23 de septiembre de 1857 se indica que para ingresar en las



Facultades de Ciencias se necesita el Bachillerato en Artes. Hasta final de siglo se considerará la facultad de ciencias como un centro de formación de profesores y para aquellas carreras que exigen una preparación previa más amplia que la del Bachillerato (como son las ingenierías o la arquitectura). Se establecen tres cursos comunes para las tres secciones de la Facultad de Ciencias (Ciencias Físico-Matemáticas, Químicas y Ciencias Naturales) al final de los cuales se obtiene el título de Bachiller en Ciencias. Con otros dos años más se accede al título de licenciado y con otros dos más al título de doctor.

En la reforma de 24 de octubre de 1866 se considera la facultad de ciencias como un centro de formación inicial para los alumnos que luego cursarán estudios en las escuelas especiales, como las de ingenieros, en un intento de mejorar el prestigio de la facultad y aumentar el número de alumnos. Sin embargo esta medida encontró gran oposición entre el profesorado de estas escuelas pues no se consideraba que los estudios que se impartían en estas facultades tuvieran el nivel suficiente para los títulos de las ingenierías. Este plan de estudios establece dos secciones las ciencias físico-matemáticas y químicas y las ciencias naturales con dos años comunes para adquirir el grado de Bachiller, dos años para lograr el título de Licenciado y uno más para el título de doctor. Con este plan se suprimieron algunas facultades de ciencias como las de Santiago, Valladolid y Zaragoza. La Geometría Analítica se incluye en el segundo año con 6 horas semanales. También se encuentra dentro de los estudios preparatorios para las escuelas especiales

d) Revolución y Restauración (1868-1906).

Esta época revolucionaria significó un impulso para la educación, un apoyo a la extensión y la libertad de enseñanza y una apertura a nuevas formas de instrucción plasmada en un Decreto de 2 de junio de 1873 que no llegó a entrar en vigor ya que al año siguiente se produjo la restauración borbónica.

El **plan de estudios de 13 de agosto de 1880** elimina el grado de bachiller de las facultades de ciencias con lo que se establecen sólo los títulos de licenciado y doctor. La facultad se divide en tres secciones: Físico-Matemáticas, Físico-Químicas y Naturales. Dentro de la licenciatura se establecen estudios comunes para las tres secciones y estudios especiales (Ingenieros y Arquitectura). La Geometría Analítica se incluye como una de las asignaturas de los estudios comunes. Este plan estuvo vigente durante veinte años, hasta que se publica un nuevo **plan de estudios el 4 de agosto de 1900** que nació bajo un impulso regeneracionista y “supuso un gran esfuerzo de modernidad, que equiparaba estos estudios a los de otras naciones europeas” (Peralta, 1999, p. 60). Se divide la facultad de

ciencias en cuatro secciones: Ciencias exactas, ciencias físicas, ciencias químicas y ciencias naturales. En este plan se pone de relieve el carácter especulativo o de ciencia pura de los estudios de estas facultades aunque algunas asignaturas siguen siendo preparatorias para otras carreras, cambiando así el carácter que tenían estos estudios desde su origen. La Geometría Analítica se incluye en el segundo curso de la licenciatura de ciencias exactas, pero también en la de ciencias físicas y químicas.

Este plan de estudios estuvo vigente durante el primer tercio del siglo XX. Hay que destacar, en el Plan de la Sección de Matemáticas, el dominio de la Geometría, debido, sin duda, a la influencia de Torroja – quien fue Consejero de Instrucción Pública en la última década del siglo – y de su discípulo Miguel Vegas (Millán, 1991), catedráticos de Geometría Analítica y Descriptiva de la Universidad Central, respectivamente.

## LA GEOMETRÍA ANALÍTICA EN LOS LIBROS DE TEXTO

Siguiendo la división en periodos realizada en cuanto a los planes de estudio y organizando los libros de texto utilizados en relación con estos periodos, debemos destacar los siguientes libros:

### a) 1836-1845

En este periodo no existen listas oficiales de libros de texto por lo que los profesores tenían plena libertad para elegir el que consideraran más adecuado o realizar sus propios programas para las asignaturas. Hemos de considerar, por lo tanto, los libros de texto más usados en aquel momento.

Bajo el título *Elementos de matemáticas* se publicaron multitud de libros de segunda enseñanza a lo largo del siglo XIX que incluían habitualmente Aritmética, Álgebra, Geometría y Trigonometría (Vea, 1995). Sin embargo, se han encontrado obras de los principales autores de la época que contenían contenidos de Geometría Analítica.

Hemos de citar el libro *Elementos de matemáticas puras y mixtas* de Alberto Lista (1775-1848) que llegó a su tercera edición en 1838 y que iba dirigida a la enseñanza elemental. Este texto incluye la aplicación del Álgebra a la Geometría.

También se pueden encontrar estos contenidos en el tomo II del *Tratado elemental de matemáticas* de José Mariano Vallejo (1779-1846) que fue editado por cuarta

vez en 1841 y en su *Compendio de matemáticas puras y mixtas* cuya cuarta edición es de 1840.

Así mismo hay que mencionar el *Curso completo elemental de Matemáticas puras* de S.F. Lacroix (1765-1843) traducido por Rebollo que en 1846 alcanza su octava edición y que se encuentra en todas las listas de libros de texto propuesta por el gobierno para la educación secundaria en el siguiente periodo. Este libro consta de cuatro volúmenes siendo el último el Tratado elemental de trigonometría rectilínea y esférica y de la aplicación del álgebra a la geometría.

Por último hay que considerar la Geometría Analítica en el tomo II del *Curso Completo de matemáticas puras* de José Odriozola (1785-1864), aunque según se indica en el prólogo este volumen es de un nivel superior.

#### b) 1845-1857

En los planes de estudio de este periodo fue costumbre fijar los libros de texto que debían ser utilizados por los profesores. Por norma se publicaba cada año la lista a principios de curso salvo en el curso 1845-1846 debido al poco tiempo que hubo para realizar la publicación.

Hay que tener en cuenta que las obras que se han buscado corresponden a la asignatura voluntaria de Matemáticas pues es en ella donde se encuentran los contenidos de Geometría Analítica. Esta asignatura aunque era voluntaria en la educación secundaria podía cursarse en la facultad de filosofía por lo que las obras recomendadas se encuentran formando parte de sus listas aunque a veces estas últimas se encontraban incluidas dentro de las de secundaria.

Después de consultadas dichas listas hay que añadir a las obras de Lacroix, Vallejo y Odriozola del periodo anterior, las *Matemáticas puras* de Louis Benjamín Francoeur (1773-1849) traducida por Alberto Lista, el *Tratado de Aritmética* de Juan Cortázar (1809-1873), la *Geometría Analítica* de Mariano Zorraquín (¿-1823) y la *Geometría Analítica* de Agustín Gómez de Santa María (¿-¿). Estos dos últimos libros aparecen en todas las listas de este periodo.

#### c) 1857-1868

Hay que recordar que durante este periodo los contenidos de Geometría Analítica pasan de la educación secundaria a las facultades de ciencias dentro del grado de bachiller y lo hace como una asignatura en sí misma, no como parte de una asignatura de matemáticas como ocurrió en los periodos anteriores.

En este periodo a los libros de Zorraquín y Santa María hay que añadir el *Tratado de Geometría Analítica* de Juan Cortázar (1809-1873) y una obra del mismo título de Lefebure de Fourcy (¿-¿).

d) 1868-1906

Los textos van a ser inicialmente los mismos del periodo anterior aunque en el último cuarto de siglo las facultades experimentaron un gran desarrollo que se vio reflejado en un aumento de publicaciones (Millán, 1991). Tal es el caso de la *Geometría Analítica* de Ignacio Sánchez Solís (1816-1890), las *Lecciones de Geometría Analítica* de Santiago Mundi y Giro (1842-1915) y los *Elementos de Geometría Analítica* de José María de Villafañe (1830-1915), todos ellos catedráticos de la asignatura de Geometría Analítica en las universidades de Madrid, Barcelona y Valencia.

No se trata en general de obras relevantes por su contenido científico o por lo avanzado de sus planteamientos ni puede decirse que existan grandes diferencias conceptuales entre ellas, aunque su publicación representa, en cierto modo, un punto de inflexión en el desarrollo de esta materia en España.

(ESCRIBANO, 2000, p. 37).

También hemos de resaltar la obra *Tratado de Geometría Analítica* de Miguel Vegas y Puebla-Collado (1856-1943) que sucedió a Sánchez Solís en la cátedra de Geometría Analítica de Madrid y que fue editada por primera vez en 1894 (Escribano, 2000).

Entre estas obras se han estudiado y analizado once de ellas (ver Cuadro 1) teniendo en cuenta la relevancia del autor, la trascendencia del texto en la época y que el número de textos seleccionados en cada uno de los cuatro periodos considerados estuviera equilibrado. En la siguiente tabla se pueden ver los libros distribuidos en dichos periodos.

**Cuadro 1: Libros de texto agrupados por periodos.**

Periodos	Obras
1836-1845	Vallejo, J.M (1817) <i>Tratado elemental de matemáticas</i> . Tomo II Lista, A. (1823) <i>Elementos de matemáticas puras y mixtas</i> (sic). Tomo III Odriozola, J. (1829) <i>Curso completo de matemáticas puras</i> . Tomo III. Vallejo, J.M (1840) <i>Compendio de matemáticas puras y mixtas</i> . Tomo II. Lacroix, S.F. (1846) <i>Tratado elemental de geometría rectilínea y esférica, y de la aplicación del álgebra a la geometría</i> . Tomo IV.
1845-1857	Vallejo, J.M (1817) <i>Tratado elemental de matemáticas</i> . Tomo II Odriozola, J. (1829) <i>Curso completo de matemáticas puras</i> . Tomo III. Lacroix, S.F. (1846) <i>Tratado elemental de geometría rectilínea y esférica, y de</i>

	<i>la aplicación del álgebra a la geometría</i> . Tomo IV. Santa María, A. Gómez (1846) <i>Tratado completo de matemáticas</i> . Tomo IV. Cortázar, J. (1862). <i>Geometría Analítica</i> . Zorraquín, M (1819). <i>Geometría analítica-descriptiva</i> .
1857-1868	Santa María, A. Gómez (1846) <i>Tratado completo de matemáticas</i> . Tomo IV. Cortázar, J. (1862). <i>Geometría Analítica</i> . Zorraquín, M (1819). <i>Geometría analítica-descriptiva</i> .
1868-1906	Mundi, S. (1883) <i>Lecciones De Geometría Analítica</i> . Sánchez Solís, I. (1883) <i>Geometría Analítica</i> . Vegas, M. (1906) <i>Geometría Analítica</i> .

Fuente: Elaboración propia.

Puede observarse que la fecha de publicación de algunas obras no coincide con los periodos fijados por lo que se buscaron ediciones posteriores pero o no se localizaron o no estaban disponibles. También hay que considerar que algunos de los libros aparecen en las listas de varios de estos periodos.

## LOS CONTENIDOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

Sin pretender ser exhaustivos hemos organizado la forma de tratar los contenidos en los libros de texto en diferentes apartados que consideramos los más significativos para entender tanto la consideración que se le daba a los contenidos en esta época como la evolución que sufrieron a lo largo del siglo XIX a través de los diferentes periodos mencionados. En este documento vamos a revisar los siguientes aspectos: la definición que se le daba a la Geometría Analítica y que es significativa en cuanto a la concepción que tenían cada uno de los autores de los libros de texto de esta rama de las matemáticas, cómo se construían las soluciones algebraicas de las ecuaciones que nos da una visión de la percepción geométrica que se tenía en el momento de las expresiones algebraicas, las reminiscencias que quedaron de los problemas clásicos a la hora de unificar Álgebra y Geometría, sobre todo en los primeros periodos pues los matemáticos se veían forzados a utilizar ecuaciones homogéneas aunque sólo fuera a nivel teórico y en la práctica se manejaran las ecuaciones heterogéneas y los problemas que se tuvieron a lo largo del siglo en cuanto a dotar de significado a las soluciones negativas de las ecuaciones.

### a) Concepto de Geometría Analítica

La Geometría Analítica se nombra de dos formas distintas en los textos analizados: Aplicación del Álgebra a la Geometría o Geometría Analítica y aparece bajo

dos concepciones aunque no hay relación entre ambos aspectos. En el siguiente extracto del libro de Vallejo podemos ver en qué consiste la Aplicación del Álgebra a la Geometría para él:

95. El Algebra es mas general que la Geometría, porque con la letra  $a$ , por egemplo, podemos espresar no solo una cantidad cualquiera discreta, sino una cantidad continua como una linea, una superficie &c. La Geometría es mas clara que el Algebra, porque presenta á los sentidos los objetos de las lineas que forman el asunto de nuestras investigaciones. Cuando para generalizar ó facilitar alguna verdad geométrica se hace uso del Algebra ó de la análisis algebraíca, se dice que *se aplica el Algebra á la Geometría*; y cuando para hacer sensible alguna verdad algebraíca ó analítica se hace uso de la Geometría, se dice que *se aplica la Geometría al Algebra ó á la análisis*. Pero en general se comprende bajo el nombre de *Aplicacion del Algebra á la Geometría*, al uso que se hace de estas dos ciencias, ya sea para resolver alguna cuestion perteneciente á una de ellas, ya para resolver cualquier otra, sea de la especie que sea. [...].  
La aplicación del Algebra á la Geometría tiene dos partes, á saber: manifestar cómo se pueden traducir en Geometría los resultados de la análisis, y cómo se pueden escribir analíticamente las cuestiones de la Geometría.

(VALLEJO, 1817, p. 68).

Las concepciones que tienen los matemáticos españoles sobre esta parte de las matemáticas se pueden describir como sigue:

- Como método de resolución de problemas geométricos por medio del álgebra de la misma forma que ésta se utiliza para resolver los problemas de la aritmética, pero en vez de operar con números se opera con segmentos. Esto además implica construir geoméricamente las soluciones algebraicas.
- Como método de resolución de problemas geométricos por medio del Álgebra basándose en la idea de lugar geométrico para lo que se utilizan los sistemas de coordenadas.

Algunos autores utilizan únicamente el primero de los términos englobando a las dos concepciones (Vallejo, Lacroix). Otros autores utilizan sólo el primer término y además no hacen uso de los sistemas de coordenadas (Lista). Hay autores que utilizan indistintamente ambos términos englobando las dos concepciones (Zorraquín, Odriozola, Santa María). Otros autores (Cortázar) identifican el primer término con la primera concepción y el segundo término con la segunda concepción. Un autor (Sánchez Solís) utiliza sólo el término Geometría Analítica aunque distingue entre determinada e

indeterminada, englobando en un solo término ambas concepciones. Finalmente hay autores que sólo utilizan el término Geometría Analítica y la segunda concepción (Mundi, Vegas).

b) Construcción de soluciones algebraicas de las ecuaciones de primer y segundo grado

Uno de los aspectos tratados en las obras analizadas es la “construcción de fórmulas” (salvo en Mundi y Vegas) cuestión que está asociada a la aplicación del Algebra a la Geometría.

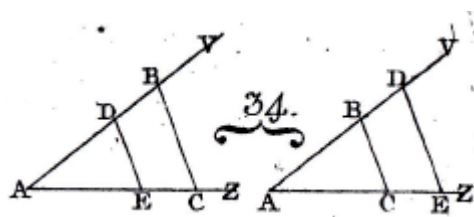
Se indica por ejemplo cómo sumar y restar segmentos:

96. Sea la ecuacion propuesta  $x=a+b-c$ : cuando se dice que se construya esta ecuacion, lo que se pide es espresar por medio de una linea el valor de  $x$ ; para esto, se tirará una linea indefinida  $DC$  (fig. 33), y desde uno cualquiera de sus puntos, tal como  $A$ , se tomará hácia la derecha, por egemplo, una parte  $AB$  igual con la cantidad  $a$ ; desde  $B$  tambien hacia la derecha, se tomará otra parte  $BC$  igual con  $b$ , y desde  $C$  hácia la izquierda se tomará  $CE$  igual con  $c$ , y tendremos  $AE=AB+BC-CE$ ; y substituyendo en vez de estas lineas sus valores  $a, b, c$ , será  $AE=a+b-c$ ; pero ántes teníamos  $x=a+b-c$ , luego  $AE=x$ ; luego hemos encontrado una linea que espresa el valor de  $x$ , que era lo que se pedia. Luego está reducida la operación á encontrar una cuarta proporcional aritmética á las tres cantidades dadas  $a, b, c$ .

(VALLEJO, 1817, p. 68).

Para la construcción de cocientes como  $x = \frac{ab}{c}$  se recurría al teorema de Thales o

la semejanza de triángulos. A partir de dos rectas  $AV$  y  $AZ$  que se cortan en un punto  $A$  (Vallejo, 1817, p. 69, fig.34) “que formen un ángulo cualquiera  $VAZ$ ” se toma sobre una de ellas “una parte  $AE$  igual con el denominador  $c$  y otra parte  $AC$  igual con una cantidad cualquiera de las del numerador, por egemplo, con  $a$ ”. En la otra recta toma  $AD=b$ , y así, uniendo los puntos  $E, D$  y trazando una paralela a este último segmento por  $C$  se obtiene un nuevo segmento,  $AB$ , cuya longitud es la buscada.



En efecto, los triángulos  $AED$ ,  $ACB$ , son semejantes por ser la  $CB$  paralela á  $DE$ , y dan  $AE : AC :: AD : AB = \frac{AC \times AD}{AE}$ ;

y poniendo en vez de  $AC$ ,  $AD$ ,  $AE$ , sus valores  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , será  $AB = \frac{ab}{c}$ ; y

como por supuesto  $x = \frac{ab}{c}$ , se tendrá  $AB=x$ , que era lo que se pedia.

Luego está reducida la operación á encontrar una cuarta proporcional geométrica á las tres cantidades  $c$ ,  $a$ ,  $b$ .

(VALLEJO, 1817, p. 69).

En el caso de que  $b=a$  se trata de encontrar una tercera proporcional. Además, se generaliza este tipo de construcciones para otros cocientes:

100. Toda ecuacion en que la incógnita esté representada por un quebrado, se puede construir con el auxilio de las cuartas y terceras proporcionales; para lo cual no hay mas que descomponer el numerador y denominador en tantos factores como dimensiones tengan, y añadir por factor tantas veces una letra igual con la unidad, cómo y dónde se necesite, para que el número de dimensiones del numerador sea una unidad mas que el del denominador.

(VALLEJO, 1817, p. 69).

La construcción de radicales de índice dos se reducen a tres casos: la construcción de una media proporcional entre tres factores, la de la hipotenusa de un triángulo rectángulo conocidos los dos catetos, o la de un cateto de un triángulo rectángulo del que se conocen el otro cateto y la hipotenusa.

13. Construir un radical.

1º.  $x = \sqrt{ab}$  es una media proporcional entre  $a$  y  $b$ .

2º.  $x = \sqrt{a^2 + b^2}$  es la hipotenusa de un triángulo rectángulo, cuyos lados son  $a$  y  $b$ .

3º.  $x = \sqrt{a^2 - b^2}$  es un lado de un triángulo rectángulo, cuya hipotenusa es  $a$  y el otro lado  $b$ .

(LISTA, 1825, p. 124).

Para construir las soluciones de una ecuación de segundo grado algunos autores primero la resuelven y luego construyen la solución, otros sin embargo directamente construyen la solución y algunos incluyen los dos métodos. Tal es el caso de José Odriozola quien para la ecuación de la forma  $x^2 \pm p.x=q$  propone su resolución algebraica y luego su interpretación geométrica:



4.º La expresión  $x^2 \pm px = q$  exige completarse multiplicando el segundo miembro por  $r=1$ , con lo que viene á ser  $x^2 \pm px = rq$  y haciendo  $rq = m^2$  la incógnita despejada es  $x = \pm \frac{1}{2} p \pm \sqrt{\left(m^2 + \frac{1}{4} p^2\right)}$  fácil de construir por adición de las líneas  $\pm \frac{1}{2} p$  y  $\pm \sqrt{\left(m^2 + \frac{1}{4} p^2\right)}$ .

(ODRIOZOLA, 1829, p.187).

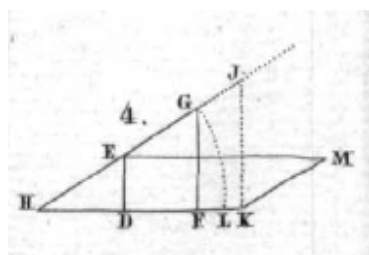
O bien da la interpretación geométrica de la ecuación haciendo uso de los teoremas de geometría:

13. Los teoremas de Geometría elemental (...) también son aplicables á la construcción de raíces en las ecuaciones de segundo grado, sin que sea necesario despejar la incógnita; pues,  $x^2 \pm px = m^2$  equivale á  $x(x \pm p) = \pm m^2$  la cual en todos los casos que envuelve se puede construir por las líneas proporcionales del círculo.

(ODRIOZOLA, 1829, p. 188).

Esto nos muestra la visión geométrica que se tiene de las expresiones algebraicas en la época, que permite ver en una ecuación una propiedad de la circunferencia. Por ejemplo  $x(x-p) = m^2$  podemos traducirlo a la propiedad de la circunferencia que dice que si una cuerda (en este caso  $m$ ) y un diámetro ( $x$ ), tienen un punto común sobre la circunferencia, la cuerda es media proporcional entre el diámetro y su proyección sobre este ( $x-p$ ).

Odrizola contempla también la construcción de ecuaciones de grado mayor que dos así como algunas expresiones trigonométricas.



16. En las expresiones circulares

$x = \frac{\text{sena}}{b}, v = \frac{\text{cosa}}{d}$  hay que suplir el radio  $r=1$ ; y de este modo pasan á ser

$x = \frac{r \cdot \text{sena}}{b}, v = \frac{r \cdot \text{cosa}}{d}$  en que  $x$  y  $v$

son cuartas proporcionales á tres rectas dadas. Para construirlas se traza con un

radio  $HG$  arbitrario el arco; se toma el valor  $GL$  del ángulo  $a$  cuya línea trigonométrica es conocida, para tener

$$GF = \text{sena}, HF = \text{cosa}.$$

Sabiendo ya los valores de tres dimensiones de cada ecuacion, fácil es construir  $x$  y  $v$  por el método (5) de cuartas proporcionales.

(ODRIOZOLA, 1829, p. 189).

Además Cortázar indica cómo construir un ángulo conociendo sus razones trigonométricas; Zorraquín, Lista, Odriozola y Lacroix construyen expresiones de grado dos y tres, que representan un área y un volumen.

c) Ecuaciones homogéneas y heterogéneas

En los textos analizados se trata el tema de las ecuaciones homogéneas así como del uso de expresiones algebraicas iguales a la unidad para convertir en homogéneas ecuaciones o expresiones algebraicas que no lo son. Pero no todos los autores lo utilizan en el mismo sentido, de hecho encontramos dos interpretaciones completamente diferentes de las ecuaciones homogéneas y del uso de la unidad.

Unos autores contemplan la necesidad de expresiones algebraicas homogéneas para mantener una coherencia desde el punto de vista geométrico. Así, en muchas de las obras analizadas se entienden las expresiones del tipo  $a^2+ab$ , por ejemplo, como una suma de superficies. En este sentido la unidad de la que se habla es el segmento que sirve como unidad de medida, respecto al que se refieren los demás segmentos que aparecen en las construcciones geométricas implicadas en la cuestión que se esté tratando. Este problema de la homogeneidad de las expresiones algebraicas tiene sus raíces en la Geometría griega, y fue el principal escollo que se encontraron históricamente los matemáticos para pasar de la Geometría que solo utilizaba métodos sintéticos a la Geometría Analítica.

Otros autores consideran útiles las ecuaciones homogéneas de las curvas porque se facilitan mucho los cálculos, pero sin ninguna implicación geométrica del tipo anterior.

Son muchos los autores decimonónicos que siguen tratando el concepto de ecuaciones homogéneas de la forma indicada según la primera acepción. De los analizados lo hacen todos excepto Mundi y Vegas. Lo hace incluso Sánchez Solís, aunque de forma muy superficial, y eso que su obra data de 1883.

71. La cantidad que se propone construir podrá muy bien no ser homogénea; pero esto no resultará sino cuando se hayan hecho algunas líneas iguales á la unidad ó que se haya representado un número por una letra, ó una línea por un número; y los métodos indicados anteriormente no se hallarán en defecto por esta circunstancia, siempre que se haga aparecer en todos los términos en que debía hallarse, y con los exponentes convenientes, la línea tomada por unidad.

Si por ejemplo se tuviese  $\sqrt{a + \frac{bc}{d^3}}$ , y que se supiese por el enunciado de la cuestión que había conducido á esta expresión, que ella debía pertenecer á una línea, se vería que cada uno de los términos

comprendidos bajo el radical debería ser de segundo grado, y que por lo mismo si designamos la unidad por  $n$ , será necesario escribir  $an$  en lugar de  $a$ , y  $\frac{bcn^3}{d^3}$  en lugar de  $\frac{bc}{d^3}$ , lo cual no cambia el valor absoluto de estas cantidades, puesto que  $n = I = n^3$ , y en general  $n^m = I$ , cualquiera que sea  $m$ . De este modo se tendría  $\sqrt{an + \frac{bcn^3}{d^3}} = \sqrt{n \left( a + \frac{bcn^2}{d^3} \right)}$  la cual se construirá fácilmente.

(LACROIX, 1846, p. 113).

Por otra parte, dentro de estas obras hemos encontrado dos formas distintas de utilizar la unidad para convertir ecuaciones homogéneas y heterogéneas. Hay autores que tratan el tema de forma teórica, explicando por qué y cómo debe utilizarse, pero no la usan nunca en ningún caso en concreto. Es el caso de Lacroix, Cortázar y Sánchez Solís. Sin embargo Alberto Lista, Vallejo, Zorraquín, Odriozola y Santa María ponen ejemplos concretos de cómo utilizarla. Los cuatro primeros cuando explican la “construcción de las fórmulas”, Santa María lo hace en un problema.

En cuanto al uso de las ecuaciones homogéneas de una curva, aparecen en las obras de Mundi y Vegas. Y cuando utilizan coordenadas trilineales usan una expresión, que relaciona las tres coordenadas de un punto, que es igual a uno, para convertir ecuaciones heterogéneas en homogéneas. Pero como ya hemos indicado esto lo hacen por la simplicidad que tales ecuaciones aportan a los cálculos, como ellos mismo indican, y no por otras razones.

#### d) Interpretación de las soluciones negativas

En todas las obras anteriores a 1880 se hace una interpretación de las soluciones negativas como medio para justificarlas. Así pues no aparece en las obras de Mundi, Vegas y tampoco en la de Sánchez Solís, en la que no se trata este aspecto ni siquiera en la parte dedicada a la *Geometría Analítica Determinada*.

Dicha interpretación tiene una clara influencia francesa. Aunque en todos ellos se interpretan las cantidades negativas como indicadoras de un cambio -bien en las condiciones del problema, bien en el sentido en que se deben representar- existen algunas diferencias en el tratamiento de éstas que nos permiten distinguir tres concepciones cada una de las cuales amplía la anterior.

La posición más unánime e identificada en las obras de todos los autores señalados es que las cantidades negativas indican un cambio de posición y por tanto deben

construirse en sentido contrario a las positivas. “Por esto, siempre que se haya de construir una línea espresada con signo negativo, es necesario trazarla desde el origen ácia la parte opuesta de la que ocuparía si fuese positivo el signo”. (ODRIOZOLA, 1829, p. 184).

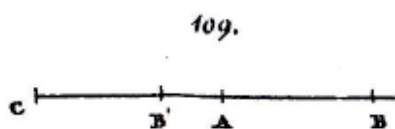
Otra interpretación es aquella en la que se considera que las soluciones negativas de una ecuación indican un error en las hipótesis del problema, o un cambio del que es susceptible, que dan lugar a otras versiones del problema o a otro más general. Esta interpretación, originaria de D’Alembert, es la adoptada por Vallejo en su *Tratado* y Lacroix. En este caso también se indica que las cantidades negativas deben tomarse en sentido contrario en algunos casos, lo que incluye el caso anterior, como ya dijimos.

Antes de pasar adelante debemos recordar que las cantidades negativas tienen su origen de aquellas sustracciones que no pueden efectuarse en el orden en que ellas se hallan indicadas, porque la cantidad que se ha de restar es mayor que la de quien se ha de restar. Por esta circunstancia se reconoce que hay un error en el enunciado de aquella cuestion, ó á lo menos en su aplicación al caso particular que se tiene en consideración, y quitando este error, esto es, modificando el enunciado de la cuestion, de suerte que se haga posible la sustraccion que antes no podía ejecutarse, se deberá tener un resultado positivo [...].

(LACROIX, 1846, p. 117).

Las soluciones negativas indican o una contradicción en las condiciones del problema o la existencia de una cantidad inversa. La teoría de las cantidades correlativas, que es la que da esta interpretación de las soluciones negativas de un problema geométrico, fue desarrollada por Carnot. Podemos encontrarla en las obras de Zorraquín y Lista. También en Cortázar hay una breve referencia cuando habla del paso de cantidades negativas a positivas de forma continua a través de cero o  $\infty$ .

24. Si la  $x$  representa una parte, que se debe tomar sobre una recta desde un punto fijo, el valor negativo satisface al problema, tomándolo desde dicho punto fijo hácia la parte opuesta á aquella en que se hubiera tomado, si la  $x$  hubiera sido positiva (Fig. 109). Porque



sea  $A$  el punto fijo, y sea la incógnita  $x$  la distancia de  $A$  á  $B$ , quedando este punto  $B$  determinado por una

condicion establecida, sobre la cual se funda la ecuacion (2). Sea  $C$  otro punto cualquiera fijo tomado en la línea. Cuando este punto  $B$  está á la derecha de  $A$ , es  $CB=CA+AB$ : cuando está á la izquierda es  $CB'=CA-AB'$ : luego  $AB$  es cantidad indirecta, y su signo debe mudar de un caso para otro: luego el valor negativo de  $x$  debe interpretarse tomándolo á la izquierda del punto  $A$ .

La análisis da negativo este valor, por la absurdidad que se ha cometido en la figura hipotética, que nos ha servido para formar la ecuación; pues en dicha figura hemos puesto el punto buscado  $B$  á la derecha de  $A$ , debiendo estar á la izquierda, según lo ha hecho conocer el cálculo, dando negativo el valor de  $x$ .

(LISTA, 1825, p. 127).

## REFLEXIONES FINALES

A lo largo del siglo XIX hubo en España dos estilos bien diferenciados de hacer Geometría Analítica y dos momentos clave en la enseñanza de esta asignatura dentro de la educación secundaria y en la Facultad de Ciencias. El primero de ellos tiene que ver con su consideración como materia del currículo, cuando pasa de enseñarse en secundaria o en la Facultad de Filosofía (que también se consideraban unos estudios previos a las carreras universitarias) a enseñarse en la Universidad propiamente dicha. El segundo hito importante tiene que ver con el tipo de contenidos que se enseñan, pasando de la Aplicación del Álgebra a la Geometría a la Geometría Analítico-Proyectiva.

El paso de la asignatura de un nivel educativo a otro se produce en 1857, a partir de la aprobación de la Ley Moyano. Anteriormente a esta ley la Geometría Analítica se encontraba en el currículo de secundaria, pero de forma inestable e inconstante, desapareciendo en los planes de estudios más conservadores que daban preferencia al estudio de las letras; en estos casos podemos encontrar la Geometría Analítica dentro de los planes de estudios de la Facultad de Filosofía. A partir de la creación de la Facultad de Ciencias pasó a ser una asignatura permanente en el currículo de esta facultad y desapareció del de secundaria.

La promulgación de la *Ley de Instrucción Pública* de 1857, más conocida como *Ley Moyano* fue un hito en el desarrollo del sistema educativo español, y vino a dar respuesta a una necesidad que venía siendo patente desde principios de siglo: la de una ley que estructurara y diera estabilidad al sistema educativo. La inestabilidad política, la guerra civil y los profundos cambios que se produjeron en la estructura social en los años anteriores habían impedido que se llevara a cabo la tan necesaria reforma, abortando todos los intentos que se dieron durante la primera mitad de siglo.

En relación con la Universidad, y en particular con la Facultad de Ciencias, la ley Moyano impone el modelo napoleónico, donde las Ciencias tienen un carácter meramente útil, preparatorio para las carreras profesionales como las Ingenierías y la Arquitectura.

Aunque se produce un cambio en la estructura del sistema educativo, el país sigue inmerso en un atraso científico y cultural, ya que en esa época los poderes públicos se muestran reticentes a impulsar la enseñanza e investigación de las ciencias al margen de sus aplicaciones. Serán necesarios algunos años para que la situación mejore y los cambios se vean plasmados en los contenidos de los libros de texto.

Ese cambio nos lo muestra claramente el análisis de contenido realizado a los textos. Dicho análisis pone de manifiesto que la ruptura en relación a los contenidos de Geometría Analítica que se estudian en la Facultad de Ciencias se da en los años 80, fecha que coincide con la aprobación del Plan Lasala (1880).

Así hemos comprobado que en nuestro país se conservaron durante muchos años del siglo XIX reminiscencias de los problemas clásicos a la hora de unificar Álgebra y Geometría, tales como la homogeneidad de las ecuaciones, o la interpretación de las soluciones negativas. La necesidad de la homogeneidad de las ecuaciones, y la transformación de ecuaciones heterogéneas a homogéneas mediante el uso del segmento unidad aparece incluso en el libro de Sánchez Solís, que representa el punto de inflexión entre las dos maneras de hacer Geometría Analítica que hemos identificado en este estudio. Por otra parte, el otro problema importante que aparecía al aplicar el Álgebra a la Geometría de forma análoga a como se hacía con la Aritmética es el de la construcción de soluciones negativas, que representan segmentos negativos. Como hemos visto este problema se trata en mayor o menor medida en todas las obras analizadas anteriores a 1880.

El año 1865 es muy importante en lo que se refiere al estudio de la Geometría en España, pues en ese año se introduce la Geometría Superior de Chasles por Echegaray, sin embargo en la Facultad de Ciencias se seguía enseñando la Geometría Analítica de forma similar a como se venía haciendo desde principios de siglo.

En las listas de libros de texto publicadas para el curso 1867/68 siguen apareciendo las obras de Cortázar y Gómez Santa María. El análisis de contenido nos ha mostrado que estas obras se asemejan más a las de Monje o Lacroix que a las de Plücker o Möbius, por poner un ejemplo, obras publicadas en los últimos años de la segunda década del siglo. Hay que esperar hasta las obras de Sánchez Solís y Mundi, catedráticos de Geometría Analítica en Madrid y Barcelona, publicadas en 1883, para encontrar una Geometría Analítica que bebe de estas nuevas fuentes. Los textos de Solís y Mundi fueron escritos, sin ninguna duda, adaptándose al nuevo plan de estudios aprobado en 1880.

El estudio que hemos llevado a cabo muestra una clara influencia francesa en el estudio de la Geometría Analítica en los niveles educativos considerados, no solo en los contenidos de los libros sino en la orientación del estudio de las Ciencias en la Universidad, influencia que es consecuencia natural del devenir histórico de España en estos años. Recordemos que el siglo comienza con una guerra de ocupación, donde la invasión francesa se veía con buenos ojos por ciertos sectores de la sociedad que la consideraban una opción aceptable frente al absolutismo de Fernando VII. Algunos de los principales intelectuales de la época, entre los que se encuentran Vallejo o Lista se vieron obligados a exiliarse en Francia a la vuelta al trono de Fernando VII donde completaron su formación, trayendo sus saberes cuando regresaron a España. Además de ellos, otros matemáticos o ingenieros civiles o militares completan sus estudios en Francia, entre los autores que hemos estudiado tenemos el caso de Cortázar.

Solo cuando el país empieza a abrirse a partir del Sexenio revolucionario y encuentra una cierta estabilidad política a partir de la Restauración, empiezan a llegar las ideas alemanas preponderantes en el resto de Europa desde hace años, no sólo en conocimientos científicos, sino en la consideración de la Universidad como centro no solo de preparación sino de investigación. Tendencia que recibiría el espaldarazo definitivo a finales de siglo a consecuencia de la regeneración que se llevó a cabo tras la crisis de 1898.

## REFERENCIAS

Escribano, J. J. (2000). *Estudio histórico de la obra matemática de Sixto Cámara Tecedor (1878-1964) en el contexto de la matemática española*. Tesis doctoral. Universidad de la Rioja.

España, *Plan general de instrucción pública de 4 de agosto de 1836*. Gaceta de Madrid de 9 de agosto de 1836.

España, *Plan general de estudios de 17 de septiembre de 1845*. Gaceta de Madrid de 25 de septiembre de 1845.

España, *Real orden de 10 de septiembre de 1850*. Gaceta de Madrid de 12 de septiembre de 1850.

Lacroix, S. F. (1846). *Tratado elemental de geometría rectilínea y esférica, y de la aplicación del álgebra a la geometría*. Tomo IV. Madrid. En la Imprenta Nacional.

- Lista, A. (1823). *Elementos de matemáticas puras y mistas (sic)*. Tomo III. Madrid. Imprenta de Don Leon Amarita.
- Millán, A. (1991). Los estudios de Geometría Superior en España en el siglo XIX. *Llull, Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias*, 14, 117-186.
- Odrizola, J. (1829). *Curso completo de matemáticas puras*. Tomo III. Madrid. Imprenta que fue de García.
- Peralta, J (1999). *La matemática española y la crisis de finales del siglo XIX*. Madrid. NIVOLA.
- Sánchez, I. (2015). *La Geometría Analítica en los libros de texto para secundaria y universidad en España en el siglo XX*. Tesis doctoral. Universidad de Salamanca.
- Tortella, G. et al. (1981). Dirigida por Tuñón, M. *Historia de España. Tomo VIII: Revolución burguesa, oligarquía y constitucionalismo (1834-1923)*. Barcelona. Edit. LABOR.
- Vallejo, J. M. (1817). *Tratado elemental de matemáticas*. Tomo II. Madrid. Imprenta de Doña Catalina Piñuela.
- Vea, F. (1995). *Las matemáticas en la enseñanza secundaria en España en el siglo XIX*. Zaragoza. Seminario de Historia de la Ciencia y de la Técnica de Aragón. Facultad de Ciencias (Matemáticas).