HISTEMAT – Revista de História da Educação Matemática

Sociedade Brasileira de História da Matemática

ISSN 2447-6447

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E O "FAZER MATEMÁTICA" NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Claudia A. C. de Araujo Lorenzoni[1]
Lígia Arantes Sad[2]

RESUMO

Com o presente artigo, propõe-se que, por meio de atividades envolvendo História da Matemática na Educação Básica, seja possível explorar a Matemática na perspectiva de tentar compreender a forma como vem sendo elaborada, conhecendo hesitações, dúvidas e contradições na construção e no desenvolvimento de suas ideias e problemas, como sinalizou Caraça (1951). Apresentam-se três experiências pedagógicas com relato das atividades categorizadas como possibilidades de se "perguntar à história", "construir a partir da história" e "contar sua história". A primeira trata de uma atividade extracurricular com números reais a partir da Espiral de Teodoro (c. 425 a.C.), em uma turma do Ensino Médio; a segunda, também desenvolvida com estudantes do Ensino Médio, é uma proposta de introdução do conceito de logaritmo a partir de uma tabela de logaritmos atribuída a Henry Briggs (1561-1631); e a última é resultado de pesquisa uma desenvolvida por professores e estudantes do Ensino Fundamental numa comunidade guarani no Espírito Santo. Com as experiências relatadas, foi possível a realização de atividades de aprendizagem dentro e fora da escola; bem como o aprendizado de professor e estudantes ao pesquisar em diferentes ambientes. Tais aspectos são identificados com um "fazer matemática", uma vez que promovem professor e estudantes como sujeitos atuantes em múltiplo convívio no processo de construção de conhecimento.

Palavras-chave: Matemática escolar. História. Espiral de Teodoro. Logaritmo. Povo Guarani.

ABSTRACT

With the present article, it is proposed that, through activities involving the History of Mathematics in Basic Education, it is possible to explore Mathematics in the perspective of trying to understand the way it has been elaborated, knowing hesitations, doubts and contradictions in construction and development of their ideas and problems, as Caraça (1951) pointed out. Three pedagogical experiences are presented with an account of the activities categorized as possibilities of "asking history", "building from history" and "telling their story". The first deals with an extracurricular activity with real numbers from the Spiral of Theodore (c.425 BC) in a high school class; the second one, also developed with students of High School, is a proposal of introduction of the concept of logarithm from a table of logarithms attributed to Henry Briggs (1561-1631); and the last one is a result of research developed by teachers and students of Elementary School in a Guarani community in Espírito Santo. With the experiences reported, it was possible to carry out learning activities inside and outside the school; as well as the learning of teachers and students when researching in different environments. These aspects are identified with a "doing mathematics", since they promote teacher and students as subjects acting in multiple conviviality in the process of knowledge construction.

Keywords: School mathematics. History. Spiral of Theodore. Logarithm. Guarani people.

[1] Docente do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo – Ifes, Campus Vitória. E-mail: claudia.araujo@ifes.edu.br

[2] Docente do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo – Ifes, Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância – CEFOR. E-mail: ligia.sad@ifes.edu.br

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA POR UM "FAZER MATEMÁTICA" NA ESCOLA

Em 2016, a V Semana de Matemática do Ifes (Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo) teve como eixo temático a Matemática e transformações sociais. Trazemos neste texto reflexões em meio a atividades do "fazer matemática" na escola a partir da participação de uma das autoras na mesa-redonda do evento, intitulada *A escola como espaço de transformação social*, e de vivências pedagógicas como professoras. A escolha desse tema para a mesa pressupõe uma visão da Matemática não como uma ciência descoberta, perfeitamente encadeada e pronta, mas sim, como uma criação humana. Tais tessituras visionárias e de natureza antagônica conviviam desde o começo do século XX, mesmo com indicações proeminentes da crença filosófica no caminhar evolutivo e contínuo das ideias matemáticas, como observado em Bento de Jesus Caraça (1901-1948)[3], para o qual a ciência pode ser considerada de duas formas diferentes: ou se olha para ela como um todo harmonioso, de capítulos que se encadeiam em ordem, sem contradições, ou

> [...] se procura acompanhá-la no seu desenvolvimento progressivo, assistir à maneira como foi sendo elaborada, e o aspecto é totalmente diferente – descobrem-se hesitações, dúvidas, contradições, que só um longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam outras hesitações, outras dúvidas, outras contradições.
> (Caraça, 1951, p. XIII)

A Matemática, vista dessa forma impregnada pelas vicissitudes do fazer humano, está sujeita a influências do meio em que se desenvolve e, reciprocamente, é capaz de formar pessoas que interagem, questionam e contribuem com seu contexto social, transformações históricas, culturais, etc. Ademais, em tempos contemporâneos, com a constituição do campo da Educação Matemática – como uma prática social produzida e sistematizada "para compreender a Matemática em situações de ensino e aprendizagem" (Garnica & Souza, 2012, p. 18) – houve maior abrangência em investigações e práticas de temas diversificados, embora relacionados a Matemática, como: formação de professores, currículo, metodologias para o ensino e aprendizagem, situações de ensino, a linguagem

---

3 Bento de Jesus Caraça, matemático português, nascido em 18 de abril de 1901, foi professor assistente e depois catedrático do Instituto Superior de Ciências Econômicas e Financeiras (ISCEF) em Lisboa, hoje Instituto Superior de Economia e Gestão, entre os anos de 1919 a 1946. Entre outros cargos, foi presidente da Sociedade Portuguesa de Matemática. Sua obra mais emblemática é *Conceitos Fundamentais da Matemática* (1941). Perseguido político pelo regime salazarista, ao qual era opositor como militante do partido comunista, acabou sofrendo sansão disciplinar e foi demitido do cargo de professor em 1946. Morreu em 25 de junho de 1948 (Caraça, 1978).

matemática e suas representações, livro didático de matemática, história da matemática e da educação matemática, filosofia e epistemologia da matemática, entre outros mais. Atualmente, a Educação Matemática, consolidada enquanto comunidade científica reconhecida internacionalmente e nacionalmente, tem em seu seio grupos de pesquisa e investigadores em multiáreas e que entrelaçam múltiplos campos de conhecimento em suas produções. Entre eles, neste texto, evidenciamos a História da Matemática.

Especialmente, em termos de contextos educacionais a História da Matemática tem permitido abordagens férteis, até para além das disciplinas, o que proporciona interesse específico também ao campo da Educação Matemática. Intensificadas têm sido as discussões e pesquisas, nacionais e internacionais, que articulam a História da Matemática e o ensino/aprendizagem de Matemática, entre elas: Byers (1982); Boero et al. (1997); Miguel (1997); D'Ambrosio (1999); Radford (2000); Furinghetti (2002); Mendes (2006); Arcavi & Isoda (2007); Radford, Furinghetti & Katz (2007); Jankvist (2009); e Clark (2015). Segundo Sad (2013), esses autores contribuem para a defesa de uma via de múltiplo convívio e transformações da História da Matemática, Matemática e Educação Matemática.

A escola, sendo um dos espaços de formação, pode ser entendida também como espaço de transformação social. Nela, o fazer da matemática escolar toma o sentido de construir indagações e tentar respondê-las, ao reconhecer hesitações, dúvidas e contradições ao longo da História da Matemática. O presente artigo propõe que, por meio de atividades com História da Matemática na Educação Básica, seja possível explorar a Matemática na segunda perspectiva sinalizada por Caraça, tendo professor e estudantes atuantes no processo de construção de conhecimento, mas deixando para trás a ideia de evolução contínua (progressiva) e acreditando no papel que as inúmeras culturas desempenharam nas transformações e constituições da Matemática – não apenas como um fazer da cultura ocidental (Tzanakis & Arcavi et al, 2000).

Ao apontar contribuições do trabalho com a História da Matemática na formação do professor de matemática, Arcavi & Isoda (2007) se fundamentam, entre outros aspectos, no fato de que a História da Matemática pode apresentar soluções de problemas de uma forma diferente da usualmente adotada; além disso, o contato com uma fonte histórica, inicialmente obscura, requer que se desenvolvam ferramentas para dar sentido a ela. O ato de decifrá-la pode apoiar tanto o desenvolvimento do hábito de não descartar soluções diferentes da esperada, quanto o de buscar compreender uma abordagem matemática característica. Para os autores, a vivência de tais experiências com a História da Matemática por parte do professor estimula sua habilidade de escuta com relação aos estudantes, no sentido de dar atenção ao que eles dizem, tentar entender o que fazem e criar oportunidades para que expressem livremente suas ideias matemáticas. Em extensão, os mesmos fundamentos de Arcavi & Isoda podem ser considerados na formação do estudante. A História da Matemática favorece uma relação dinâmica com a Matemática na medida em que demanda formular e testar hipóteses para interpretar documentos, fatos e resultados, construídos, muitas vezes, sob outro ponto de vista.

TRÊS EXPERIÊNCIAS COM HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

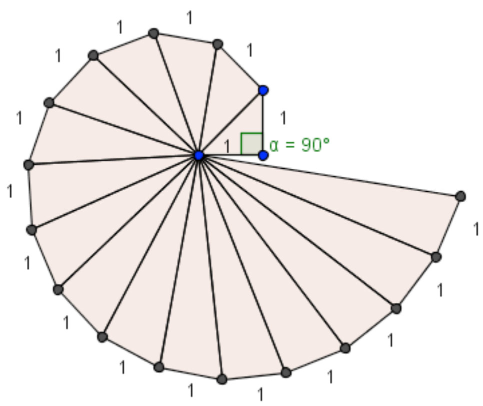
A experiência com o saber matemático, com sua linguagem, suas motivações, seus problemas, passa pela investigação em História da Matemática. O recurso à história pode fazer parte, na verdade, de uma rotina na educação escolar, quer seja para conhecer problemas geradores de um campo da Matemática ou para justificar a escolha de denominações, notações, despertar curiosidade, estimular novas perguntas, novos problemas, entre outras possibilidades. Fossa (2008, p. 13) enfatiza que “ao enfocar elementos pré-formais e, frequentemente, aplicados da matemática, a história leva o aluno a pensar sobre conceitos matemáticos sem a linguagem técnica que poderá ser uma barreira inicial ao seu entendimento”.

A seguir, são apresentadas algumas experiências com a História da Matemática na Educação Básica que foram vivenciadas por uma das autoras, na sua atuação como professora ou formadora na educação indígena. Os dois primeiros casos referem-se a atividades desenvolvidas com estudantes de Ensino Médio, no Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes, *campus* Vitória. Com o primeiro exemplo, queremos ilustrar a oportunidade de se “perguntar à história”. O relato trata de uma atividade a respeito de números reais a partir da Espiral de Teodoro (c. 425 a.C.) em que a História serviu como fonte de curiosidade e aprofundamento de questões para além da sala aula. A segunda atividade buscou “construir a partir da história”, introduzindo o conceito de logaritmo tomando como referência uma tabela de logaritmos atribuída a Henry Briggs (1561-1631). A terceira atividade é o resultado de um trabalho de pesquisa desenvolvido por professores e estudantes de 1º ao 5° ano de Ensino Fundamental de uma comunidade guarani no Espírito Santo em que a Matemática ajuda a “contar a própria história”.

PERGUNTAR À HISTÓRIA

No trabalho com o tema de conjuntos numéricos numa turma de 1º ano de Ensino Médio, foi proposta aos alunos a construção da Espiral de Teodoro de Cirene (c.470 a.C.) (Figura 1), com o objetivo de ilustrar a construção de segmentos com medida irracional.

Figura 1 – Espiral de Teodoro



Fonte: As autoras.

A espiral, também conhecida como Espiral Pitagórica, é uma figura obtida de uma sequência de triângulos retângulos com um vértice comum, em que o primeiro é isósceles de catetos unitários e em cada triângulo retângulo sucessivo um cateto é a hipotenusa do triângulo anterior e o outro cateto (oposto ao vértice comum) tem comprimento unitário (Eves, 1997, p. 126). Teodoro fez 16 iterações na construção da espiral, mas o processo pode se estender indefinidamente.

O objetivo da atividade proposta foi alcançado em quatro aulas de 50 minutos. Cada aluno desenhou a espiral e, juntamente com a professora, foi avaliada a medida dos segmentos da espiral de modo aproximado (por meio do uso de régua) e de modo exato (com a aplicação do Teorema de Pitágoras). De fato, medindo-se um comprimento com auxílio de uma régua graduada não é provável encontrar como medida um número como $\sqrt{2}$. Experimentos como o uso de régua podem dar a impressão de que não é possível se obter um segmento cuja medida seja um número irracional. Junte-se a isso o fato de que na sua forma decimal, um número irracional possui infinitas casas decimais não-periódicas. Assim, da aplicação do Teorema de Pitágoras, concluímos que, com a espiral, partindo da construção da $\sqrt{2}$, é possível obter segmentos de comprimento $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$, e assim sucessivamente, obtendo-se a construção de segmentos de comprimento $\sqrt{n}$, para qualquer n natural maior que 1.

A experiência em sala serviu de estímulo para que um grupo de cinco alunos seguisse, sob orientação, num pequeno trabalho de pesquisa a fim de expor na Feira de Matemática da V Semat - Ifes (Lorenzoni *et al*, 2016). Como meio de pesquisa e socialização dos resultados, foram realizados encontros presenciais e discussões num grupo de WhatsApp. Os estudos partiram da Espiral de Teodoro, observando-se que entre os números $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$,...,$\sqrt{17}$ existem números inteiros (raízes quadradas de números quadrados perfeitos) e números irracionais (os demais). Com base na demonstração da irracionalidade de $\sqrt{2}$ referida a Aristóteles (Quadro 1), foi feita uma generalização para o caso da irracionalidade da raiz quadrada de qualquer número primo, como mostra o comentário de um dos alunos (Quadro 1).

Quadro 1 – Irracionalidade da raiz quadrada de números primos

Sobre a irracionalidade de $\sqrt{2}$	Sobre a irracionalidade da raiz quadrada de números primos
Suponha que $\sqrt{2}$ é racional. Então, $\frac{p}{q} = \sqrt{2}$ para p e q primos entre si. Elevando os membros ao quadrado, temos: $\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 2$. Então, $p^2 = 2q^2$. Assim, p^2 é par e então, p também é par. Logo, $p = 2k$ para algum inteiro k. Substituindo $p = 2k$ em $p^2 = 2q^2$, vem que: $(2k)^2 = 2q^2$. Ou seja, $4k^2 = 2q^2$ e então em $2k^2 = q^2$, mostrando que q^2 é par e consequentemente q também é par. Mas isso é uma contradição, pois, por hipótese, p e q são primos entre si, mas possuem o 2 como fator comum. Concluímos, portanto, que $\sqrt{2}$ é irracional.	*Ah, professora, sobre a demonstração da irracionalidade das raízes de números primos, no final a contradição é que, com os testes, é visto que p e q são múltiplos daquele número primo, contradizendo a afirmação de que a fração p/q seria irredutível, certo?* *Como com a raiz de 2 que p e q são múltiplos/divisíveis por 2.* *Testando outros primos vai dar sempre que p e q são divisíveis pelo número primo testado, não sendo a fração p/q irredutível.*

Fonte: Lorenzoni *et al*. (2016).

De fato, supondo-se $\sqrt{n}$ racional para *n* primo, chega-se à contradição de que existem dois números primos entre si *p* e *q* que possuem *n* como fator comum. Mais ainda, "a raiz quadrada do número natural *n*, $\sqrt{n}$, é um número natural se e somente se *n* é um quadrado. Em todos os outros casos, $\sqrt{n}$ é um número irracional" (Carvalho, 2010), resultado que foi também explorado pelo grupo, embora de forma intuitiva, em função do tempo.

Os trabalhos do grupo tiveram também um viés experimental. Inspirados pelos origamis de Tomoko Fuse[4], a cujos diagramas não tivemos acesso, criamos uma Fita de Teodoro, a versão da Espiral em forma de dobradura, que se tornou um elemento de destaque na exposição do grupo durante a Feira de Matemática (Figura 2).

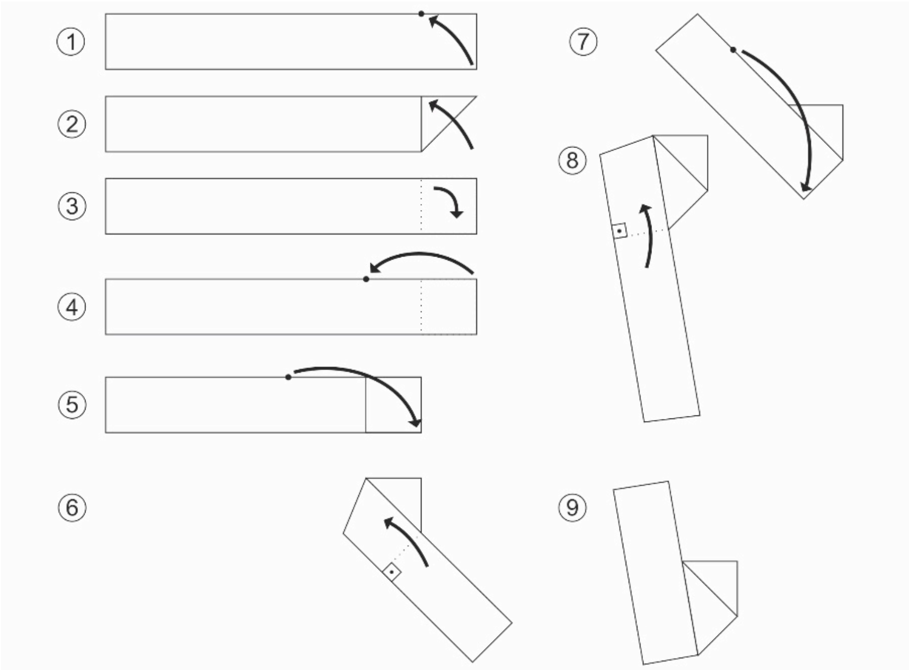
Figura 2 – Fita de Teodoro

Fonte: Lorenzoni et al (2016).

A confecção da Fita parte de uma tira retangular de papel sobre a qual se dobra um quadrado em uma de suas extremidades. A partir do passo 5, ilustrado no diagrama (Figura 3), a tira de papel deve ser dobrada de modo que um dos vértices na linha de dobra toque o lado oposto da tira, determinando um novo ponto sobre o qual a tira deve ser dobrada a 90°. O processo pode ser repetido indefinidamente.

4 Disponível em: <http://www.happyfolding.com/gallery-pythagorean_spiral>. Acesso em: 09 mai., 2017.

Figura 3 - Confecção da Espiral de Teodoro por dobradura



Fonte: As autoras.

A dobradura da Fita por si já leva à pergunta:

Para uma tira de 1cm de largura, por exemplo, qual deve ser seu comprimento a fim de se obter uma Espiral como a de Teodoro de Cirene?

A resposta é $2 \cdot \left(1+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}+\sqrt{5}+\sqrt{6}+\sqrt{7}+...+\sqrt{17}\right)$. Ou seja, constrói-se um segmento de reta com medida igual a um número irracional e que é a soma de números racionais e irracionais.

Com essa experiência sobre a Espiral de Teodoro, exemplifica-se como o trabalho por meio da história da matemática pode integrar de modo dinâmico perguntas de naturezas tão distintas, no caso, a irracionalidade da raiz de um número natural e técnicas construtivas de Origami.

CONSTRUIR A PARTIR DA HISTÓRIA

Muitos exemplos poderiam ser citados sobre o uso da História da Matemática na introdução de um conceito. Ilustramos aqui com um conjunto simples de atividades sobre a ideia de logaritmo, elaboradas a partir de uma tabela de logaritmos atribuída a Henry Briggs (1561-1631) (Figura 4). O objetivo dela foi colocar o aluno na posição de um decifrador, tentando extrair informações dos dados registrados e desenvolver ferramentas para dar sentido a ela, como propõem Arcavi & Isoda (2007).

Figura 4 – Trecho de página da obra *Logarithmorum Chilias Prima* (1617)[5] de Henry Briggs

2		Logarithmi.			Logarithmi.
1	0	0000,00000,00000	34	1	5314,78917,04226
2	0	3010,29995,66398	35	1	5440,68044,35028
3	0	4771,21254,71966	36	1	5563,02500,76729
4	0	6020,59991,32796	37	1	5682,01724,06700
5	0	6989,70004,33602	38	1	5797,83596,61681
6	0	7781,51250,38364	39	1	5910,64607,02650
7	0	8450,98040,01426	40	1	6020,59991,32796
8	0	9030,89986,99194	41	1	6127,83856,71974
9	0	9542,42509,43932	2	1	6232,49290,39790
10	1	0000,00000,00000	43	1	6334,68455,57959
11	1	0413,92685,15823	4	1	6434,52676,48619
12	1	0791,81246,04762	45	1	6532,12513,77534
13	1	1139,43352,30684	6	1	6627,57831,68157
14	1	1461,28035,67824	47	1	6720,97857,93572
15	1	1760,91259,05568	8	1	6812,41237,37559
16	1	2041,19982,65592	49	1	6901,96080,,02851
17	1	2304,48921,37827	50	1	6989,70004,33602
18	1	2552,72505,10331	51	1	7075,70176,09794
19	1	2787,53600,95283	2	1	7160,03343,63480
20	1	3010,29995,66398	53	1	7242,75869,60079

Fonte: Briggs, 1617.

Inicialmente, ainda sem uma apresentação formal do conceito, somente por meio da observação, e pelo título da tabela, pode-se supor, que o logaritmo de 1 é 0 e o logaritmo de 10 é 1. Como já citado de Fossa (2008, p. 13), tal experiência com elementos pré-formais extraídos da história leva o aluno a pensar sobre o conceito sem a linguagem técnica que poderá ser uma barreira inicial ao seu entendimento.

[5] Disponível em: <http://www.cbi.umn.edu/hostedpublications/Tomash/Images%20web%20site/Image%20files/B%20Images/pages/Briggs.first%20chilliad%20of%20logarithms.1626.table%20page.htm>. Acesso em: 25 mai., 2017.

Com alguns cálculos é possível ainda fazer outras inferências, por exemplo, que o logaritmo de 4 é o dobro (aproximado) do logaritmo de 2 e que o logaritmo de 50 é a soma dos logaritmos de 5 e de 10.

De fato, dada a definição de logaritmo de a na base b $(\log_b a)$, como $\log_b a = x \Leftrightarrow a = b^x$, para $a > 0, b > 0$ e $b \neq 1$, uma nova consulta à tabela permite concluir que a base dos logaritmos em questão é 10, pois 101=10. Do que se constata que a tabela é uma tábua de logaritmos de base 10. Mais ainda, com o auxílio de uma calculadora, pode-se verificar que uma das subdivisões das colunas separa a parte inteira da parte fracionária dos logaritmos, já que $2 = 10^{0,30102999566398}$, $3 = 10^{0,47712125471966}$ e, assim, sucessivamente. Briggs publicou na obra citada os logaritmos de base 10 de 1 a 1000 com 14 casas decimais!

Por fim, pode-se dizer que o logaritmo de 1 *na base 10* é 0, o logaritmo de 10 *na base 10* é 1, o logaritmo de 4 *na base 10* é o dobro (aproximado) do logaritmo de 2 *na base 10* e o logaritmo de 50 *na base 10* é a soma dos logaritmos de 5 e de 10 *na base 10*, o que se escreve como $\log_{10} 1 = 0$, $\log_{10} 10 = 1$, $\log_{10} 4 = 2\log_{10} 2$ e $\log_{10} 50 = \log_{10} 5 + \log_{10} 10$.

Com esse pequeno extrato do trabalho de Briggs é possível explorar também as propriedades de logaritmos, como sinalizado com alguns exemplos acima. Com o auxílio da tabela, os alunos podem testar e encontrar subsídios para uma justificativa mais formal, por exemplo, das propriedades relativas ao produto de dois números e à mudança de base.

Na experiência com o material, buscou-se explorar com os alunos o significado da tabela, a descoberta da base adotada por Briggs, a obtenção do logaritmo de números fracionários ou múltiplos dos fornecidos pela tabela, a obtenção do logaritmo de números da tabela porém em outra base, a identificação de limitações da tabela (por exemplo, não determina o logaritmo de números cuja fatoração dependa de algum número primo não contemplado na tabela), chegando até a representação dos dados por meio de um gráfico no plano cartesiano para a construção da ideia de função logarítmica. Os alunos foram receptivos ao material, mostrando mais segurança no uso da definição de logaritmo, na sua relação com a função exponencial e interagindo por meio de perguntas.

ISSN 2447-6447

CONTAR SUA HISTÓRIA

Em 2015, professores e estudantes guarani de 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental no município de Aracruz-ES iniciaram uma pesquisa sobre o *Guatá Porã*, a caminhada do seu povo em busca da "Terra que nunca acaba". A iniciativa foi uma das atividades do Programa Ação Saberes Indígenas na Escola[6], no qual temos tido a oportunidade de atuar, quer seja em momentos de formação geral ou, mais especificamente, em matemática.

Os Guarani do Espírito Santo possuem uma escola própria, na qual lecionam somente professores da própria etnia ou do povo Tupinikim, com quem dividem o território[7]. Para a comunidade guarani, a escola atua como meio de manter uma condição de autossustentabilidade levando em conta sua identidade cultural. Por meio da educação escolar, os Guarani desejam preservar, resgatar e divulgar sua cultura bem como dialogar com outras culturas e outras formas de conhecimento. A pesquisa e os registros a respeito do *Guatá Porã* caminham nesse sentido, de contar, no contexto escolar, a história guarani pelos próprios Guarani.

Parte do trabalho dos professores e estudantes abordou o cultivo da terra e foi registrada num vídeo de cerca de 30 minutos, intitulado de *Ma'etỹ regwa* (2017), acompanhado de um caderno de atividades bilíngue, escrito em língua guarani e língua portuguesa. O Quadro 2 é um extrato do material e descreve a organização de uma roça de milho.

6 Programa instituído pela Portaria n. 1.061, de 30 de outubro de 2013 do Ministério da Educação e Cultura (MEC).

7 Os Tupinikim e os Guarani são os povos indígenas que vivem aldeados no Espírito Santo, em uma área de 18212,3314 hectares de extensão, no município de Aracruz, ao Norte do Estado (Disponível em: http://www.funai.gov.br/index.php/indios-no-brasil/terras-indigenas. Acesso em: 25 ago. 2017). Dados do Instituto Socioambiental de 2014, indicavam um total de 3018 indígenas habitando a região (Disponível em: https://terrasindigenas.org.br/pt-br/brasil. Acesso em: 25 ago. 2017). Os Tupinikim estão contados em 2901 indivíduos. Disponível em: <https://povosindigenas.org.br/pt/povo/tupiniquim>. Acesso em: 19 fev. 2018.

Quadro 1 – Atividade proposta no caderno *Ma'etỹ regwa*

Como fazer sua própria roça de milho	
1. Prepare a terra durante o *Ara ymã* 2. Faça a coivara para assegurar que a terra estará limpa antes de plantar 3. Espere o tempo de *Djatxy pytũ* para plantar 4. Use uma vara pontiaguda de madeira para cavar a terra a fim de plantar as sementes. Nesse caso costumam-se colocar 3 ou 4 sementes em cada cova.	5. Passada uma lua, quando as mudas já tiverem brotado e estiverem crescidinhas, é preciso fazer uma limpeza da roça. 6. Quando já for quase tempo de colheita é preciso limpar a roça novamente. 7. Lembre-se que toda colheita é feita sempre antes da chuva. 8. Uma vez que já se tiver colhido todos os novos milhos de sua roça, é tempo de levá-los até a casa de reza para o *Nhemongarai*.

Fonte: Professores guarani das aldeias Boa Esperança e Três Palmeiras (ES) (2017).

Em Lorenzoni (2016), são apontadas experiências de medida do tempo pelos Guarani que são retomadas aqui para ilustrar as contribuições da matemática escolar na construção e compreensão de uma história contada pelos próprios Guarani. Uma história que em termos culturais evidencia, ao nosso olhar, rastros de um pensar e fazer matemático.

Segundo o calendário guarani, o ano é dividido em "tempo novo" (*ara pyau*, em guarani), que corresponde às estações de primavera e verão do calendário cristão, e "tempo velho" (*ara ymã*) que corresponde às estações de outono e inverno. O tempo novo se inicia quando "tudo na natureza começa a se renovar, como os plantios, o florescimento das árvores, os animais das matas acasalam, os passarinhos botam seus ovinhos, e o sol aparece mais cedo" e, no tempo velho, "a mãe natureza descansa, adormece" (Rodrigues, 2016, p.554). Assim, o cultivo da terra mantém estreita relação com a observação da natureza e a medida do tempo. Os Guarani realizam essa medida ao longo do dia ou do ano, em função do movimento do Sol ou do movimento da Lua. No texto do Quadro 2, unidades de tempo como o *Ara ymã*, "uma lua" e *Djatxy pytũ* (Lua escura) se misturam a outros elementos, por exemplo, rituais, como o batismo das crianças, celebrado no *nhemongarai*.

Essas e outras informações acerca da medida do tempo, quando exploradas em atividades pedagógicas (realização e registro de pesquisas sobre formas de medir o tempo, confecção de calendário, preparo coletivo de roça na escola, etc.), destacam os saberes tradicionais como fonte de conhecimento e de pesquisa, contando e fortalecendo a história local.

Essa capacidade que a matemática escolar tem de contar e construir uma história da comunidade não se restringe ao universo guarani. Os saberes tradicionais de um grupo respondem a seus desejos e necessidades e, de maneira própria, são produzidos, aplicados, organizados, formalizados e transmitidos, conforme a compreensão que se tem do seu meio. De uma forma geral, a Educação Matemática pode reforçar esse processo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Experiências com História da Matemática na Educação Básica podem estimular, já nesse período escolar, uma relação investigativa com a Matemática para além de uma lista de conteúdos. O trabalho com a História da Matemática proporciona o desenvolvimento de investigações (orientadas ou não por um professor) e situações de aprendizagem para estudantes e professores em diferentes ambientes, dentro e fora da escola. No caso da Espiral de Teodoro, a investigação extrapolou os limites da sala de aula, atendendo o perfil de estudantes que manifestaram interesse em se aprofundar no tema. Já a atividade em aula de decifrar a tabela de Briggs promoveu entre os estudantes mais segurança com o conceito de logaritmo e a interação nas aulas por meio de perguntas e proposições. Enquanto que, a experiência de educação escolar dos Guarani no Espírito Santo explorou o caráter da matemática como conhecimento que se constrói de modo interdisciplinar e para além dos muros da escola.

Tais aspectos podem ser identificados com um “fazer matemática”, uma vez que promovem professor e estudantes como sujeitos atuantes em múltiplo convívio no processo de construção de conhecimento. Essa pode ser uma das grandes contribuições da História da Matemática na educação escolar: conhecer diferentes âmbitos da Matemática e, consequentemente, da Ciência, e construir outros olhares sobre elas.

REFERÊNCIAS

Arcavi, A., & Isoda, M. (2007). Learning to listen: from historical sources to classroom practice. *Educational Studies in Mathematics*, 66, pp.111-129.

Boero, P., Pedemont, B. & Robotti, E. (1997). Approaching theoretical knowledge through voices and echoes: a vygotskian perspective. *Proceedings PME XXI*, 2, pp.2-81.

Byers, V. (1982). Why studies the history of mathematics? *International Journal Mathematics Education, Science and Thechnologie*, 13(1), pp. 59-66.

Caraça, B. de J. (1951). *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Lisboa: Tipografia Matemática.

Caraça, B. J. (1978). *Bento de Jesus Caraça:* conferências e outros escritos. Lisboa.

Carvalho, J. B. P. (2010). A raiz quadrada ao longo dos séculos. In: *Bienal da SBM*, 5, 2010, João Pessoa. João Pessoa: UFPB, v.1, pp.1-44.

Clark, K. (2015, Feb). The contribution of history of mathematics on students' mathematical thinking competency. *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education - CERME 9*, Prague, Czech Republic, 9, pp.1804-1810.

D'Ambrosio, U. (1999). A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática. In: M. A. V. Bicudo (Ed.). *Pesquisa em educação matemática: concepções & perspectivas*. São Paulo: UNESP.

Eves, H. (1997). *Introdução à História da Matemática.* Campinas: Editora da Unicamp.

Fossa, J. A. (2008). Matemática, História e Compreensão. *Revista Cocar,* v.2, pp.7-15. Disponível em: <http://paginas.uepa.br/seer/index.php/cocar/article/view/77>. Acesso em abr 2010.

Furinghetti, F. (2002). On the role of the history of mathematics in mathematics education. *Painel of the International Conference on the Teaching of Mathematics – ICTM 2*. Grécia.

Garnica, A. V. M. & Souza L. A. (2012). *Elementos de História da Educação Matemática.* São Paulo: Cultura Acadêmica.

Jankvist, U. T. (2009). *Using history as a 'goal' in mathematics education*. Nr 464. Roskild: IMFUFA.

Lorenzoni, C. A. (2016). Educação Matemática e o cultivo da terra pelos Guarani no Espírito Santo – Brasil. *Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática*, São Paulo, SP, Brasil, 12.

Lorenzoni, C. A., Souza, M. G., Alves, J. R., Umpierre, F. P., Vervloet, A. M. & Gomes, B. N. (2016). Números racionais e irracionais construtíveis na Espiral de Teodoro. *Caderno de resumos da Semana da Matemática do Ifes*, Vitória, ES, Brasil, 5. pp. 81-82.

Mendes, I. A. (2006). A investigação histórica como agente da cognição matemática na sala de aula. In: I. A. Mendes; J. A. Fossa & Valdés, J. E. N. *A história como um agente de cognição na educação matemática.* Porto Alegre: Sulina.

Miguel, A. (1997). As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. *Zetetiké,* Campinas, v. 5, n. 8.

Professores guarani das aldeias Boa Esperança e Três Palmeiras (ES) (2017). *Ma'etỹ Regwa*: Tekoa Porã Nhãndeva. Vitória: UFES, Proex.

Radford, L. (2000). Historical formation and student understanding of mathematics. In: J. Fauvel & J. Van Maanen (Eds.). *History in mathematics education: the ICMI Study*. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, 6, 2000.

Radford, L., Furinghetti, F., & Katz, V. (2007). The topos of meaning or the encounter between past and present. *Educational Studies Mathematics*, 66, pp.107–110.

Rodrigues, N. M., Nhaderé kó há: Calendário do tempo (2013). *Anais do Encontro de Diálogos Literários*, Campo Mourão, PR, Brasil, 2. p. 554-562. Acesso em: 22 mar. 2016.

Tzanakis, C., Arcavi, A., Correia de Sa, C., Isoda, M., Lit, C-K., & Niss, M. (2000). Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. In J. Fauvel & J. van Maanen (Eds.), History in mathematics education: The ICMI study (Vol. 6, pp. 201-240). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.