A REFORMA DA MATEMÁTICA MODERNA EM PORTUGAL¹

José Manuel Matos² Mária Cristina Almeida³

RESUMO

O movimento curricular internacional conhecido como Matemática Moderna iniciado na segunda metade do século XX visava a transformação de representações e práticas da matemática escolar. Em Portugal a reforma tem sido estudada recorrendo a documentação publicada em revistas da especialidade, a materiais de arquivo e a testemunhos de participantes. Este artigo pretende alargar as fontes estudadas, integrando nesse conhecimento o testemunho de artigos publicados em jornais diários de grande circulação.

Palavras-chave: Matemática Moderna. Práticas da matemática escolar. Portugal.

ABSTRACT

The international curricular movement known as Modern Mathematics, that begun in the second half of the 20th century, aimed at transforming representations and practices of school mathematics. In Portugal the reform has been studied using documentation published in educational journals, archival materials, and testimonies from participants. This article intends to broaden the studied sources, integrating in this knowledge the testimony of articles published in daily newspapers of large circulation.

Keywords: Modern Mathematics. Practices of school mathematics. Portugal.

INTRODUÇÃO

O movimento curricular internacional conhecido como Matemática Moderna iniciado na segunda metade do século XX visava a transformação de representações e práticas da matemática escolar. A sua especificidade — como uma reforma da matemática escolar — e sua amplitude — quer geográfica, quer de níveis de ensino abrangidos — fornecem um campo excepcional para pesquisas sobre as formas como essa reforma surgiu e como a cultura da matemática escolar foi afetada em sistemas escolares distintos. O

¹ Trabalho apoiado por fundos portugueses através da Fundação para a Ciência e a Tecnologia, Projeto UID/CED/02861/2016.

² Docente da Universidade Nova de Lisboa. E-mail: jmm@fct-unl.pt

³ Docente da UIED-FCT-UNL/Agrupamento de Escolas de Casquilhos. E-mail: ajs.mcr.almeida@gmail.com

estudo dos efeitos das políticas educativas, do desenvolvimento curricular, dos métodos de ensino, ou do desenvolvimento profissional docente encontra pois aqui um terreno promissor.

O movimento da matemática moderna em Portugal tem sido estudado recorrendo a documentação publicada em revistas da especialidade, a materiais de arquivo e a testemunhos de participantes (Matos, 2014). Este artigo pretende alargar as fontes estudadas, integrando nesse conhecimento o testemunho de artigos publicados em jornais diários de grande circulação.

O CONTEXTO DA REFORMA

A ideia de que se tornava necessária uma renovação no ensino da Matemática, desenvolve-se no período pós 2.ª Guerra Mundial, particularmente em diversos países europeus, nos Estados Unidos da América, na União Soviética e na América Latina. Este movimento internacional, motivado quer por um desenvolvimento económico e social, quer pela competição internacional promovida pela Guerra Fria, conduziu a uma reforma curricular que ocorre entre a segunda metade da década de 50 e a primeira metade dos anos 70 do séc. XX, comummente designada reforma da Matemática Moderna. Uma descrição global do movimento pode ser encontrada em Moon (1986) e as consequências do movimento para a génese do campo de educação matemática foi feita por Furinghetti, Matos e Menghini (2013). No plano nacional, a cronologia dos eventos foi estabelecida em Matos (1989) e análises temáticas podem ser encontradas em Almeida (2013) e Candeias (2008).

No início da década de 1960, Portugal vivia em regime ditatorial e uma parte do regime procurava o desenvolvimento económico, tecnológico e científico o que requeria uma maior qualificação da população ativa. A Organização de Cooperação e de Desenvolvimento Económico (OCDE) vai ter um papel importante neste projeto pois estimulou a realização de encontros científicos, cursos práticos, estudos e relatórios, apoiada pelos sectores industriais que necessitava de técnicos especializados e pelos liberais do Estado Novo (Teodoro, 2001).

Entre 1948 e 1968 o sistema escolar português compreendia quatro anos de ensino primário obrigatório (destinado a alunos entre os 6 e os 9 anos) e o ensino secundário, que

se iniciava aos 10 anos de idade e se separava em dois ramos: o ensino liceal e o ensino técnico. O ensino liceal dividia-se em três ciclos: 1.º ciclo (10-11 anos), 2.º ciclo (12-14 anos), 3.º ciclo (15-16 anos). No 3.º ciclo, os alunos preparavam-se para estudos universitários, visando as profissões liberais e quadros técnicos superiores. As escolas técnicas não davam acesso direto às universidades e eram destinadas à formação profissional (Figura 1).

 Primário
 Liceus
 Universidade

 1.º ciclo (10-11 anos)
 2.º ciclo (12-14 anos)
 3.º ciclo (15-16 anos)
 (17- anos)

Figura 1 – Sistema escolar português, 1947

(obrigatório)

Ciclo Diversos tipos de Preparatório (10-11 anos) (12- anos)

Fonte: Construído pelos autores.

A sociedade valorizava a formação dos liceus vista como um caminho de ascensão social e desvalorizava a das escolas técnicas que conduzia a empregos menos prestigiados socialmente. Desde o início da segunda metade do século XX, a frequência quer de uns quer de outras tinha crescido de forma assinalável.

Em 1968 esta estrutura vai ser alterada com a criação do Ciclo Preparatório do Ensino Liceal (CPES) que vai substituir o 1º ciclo dos liceus e o Ciclo Preparatório das escolas técnicas.

INÍCIO DA REFORMA DA MATEMÁTICA MODERNA EM PORTUGAL

O papel dos mediadores entre o ideário da Matemática Moderna e os responsáveis políticos foi proeminente na expansão das novas ideias em Portugal. O matemático José Sebastião e Silva que, quando estudou em Roma de 1943 a 1946 teve um contato próximo com Federigo Enriques, Guido Castelnuovo e Emma Castelnuovo, entre outros, mantém

uma presença regular em reuniões internacionais, nomeadamente na assembleia geral de 1952 da União Matemática Internacional em Roma que reinstituiu a *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI) (Furinghetti, Matos e Menghini, 2013) e vai desempenhar um papel fundamental.

Em 1957, uma delegação nomeada pelo governo português participa na 11^a reunião da *Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques* (CIEAEM). A delegação era composta por José Sebastião e Silva, José Calado, Jaime Furtado Leote, estes dois professores liceais e Santos Heitor, professor de uma escola técnica (Silva, 1957). Os três últimos tinham responsabilidades na formação inicial de professores (metodólogos), e Sebastião e Silva e José Calado eram membros da Subcomissão Portuguesa da ICMI. Calado, Heitor e Silva eram também autores de livros de texto.

Esta viagem constituiu um evento importante na difusão das novas ideias em Portugal. Como escreve Correia da Fonseca no *Diário Popular* em 1963, "tudo começou, há quatro anos, por uma viagem a Madrid..." (Fonseca, 1963c, 13) ou como afirma Santos Heitor (1958): "foi uma primeira presença nas reuniões [internacionais], que têm ocorrido há anos" (p. 270). Tinham razão, pois, segundo as normas oficiais, os servidores públicos tinham limitações nas viagens ao estrangeiro e, pelo menos há mais de 30 anos que não havia participação de professores portugueses do ensino não universitário em eventos internacionais. Esta experiência de contactos internacionais foi muito marcante e no regresso, os quatro participantes, publicaram artigos sobre essa viagem (Calado, 1958; Heitor, 1958; Lopes, 1960; Silva, 1957), fazendo circular as novas ideias. Mais tarde, artigos de outros professores também atribuem a esta viagem um ponto de viragem no panorama da matemática escolar nacional.

Poucos meses após a reunião da CIEAEM, uma importante conferência no Liceu Pedro Nunes, em Lisboa, reuniu muitos educadores influentes, entre eles diretores, administradores e o próprio Ministro da Educação, Leite Pinto (um antigo professor de matemática) (Calado, 1958). José Calado, professor do Liceu, foi o orador e começou por delinear as preocupações da ICMI explicando o "espírito da matemática moderna" (p. 92) e daí parte para explicitar um programa de ação: uma revisão curricular com mais tempo letivo para matemática e álgebra e cursos e colóquios sobre Álgebra Moderna, Álgebra da Lógica e Fundamentos da Matemática a terem lugar nos Liceus Normais onde era feita a formação dos futuros professores. As lições destinando-se a professores e futuros

professores liceais permitiriam uma preparação dos primeiros e uma atualização dos segundos (Folha e Grácio, 1958).

A reunião teve pompa e circunstância relatada nos jornais da época (*À inauguração do ciclo anual de conferências no Liceu Pedro Nunes presidiu o Ministro da Educação Nacional*, 1957) e o Ministro, um antigo professor de Matemática dos liceus, falando para "oficiais do mesmo oficio" (Folha e Grácio, 1958, p. 211) (o Reitor do Liceu, Francisco Dias Agudo, era professor de Matemática e, para além de Sebastião e Silva estava presente Manuel Esparteiro da Universidade de Coimbra, presidente de muitos júris de Exame de Estado de Matemática dos liceus), mostrou uma grande abertura às novas ideias. Até o professor Rui Grácio, um proeminente membro da oposição à ditadura e que também estava presente, escreve num artigo o seu relato próprio que intitula de "Bom augúrio" (Folha e Grácio, 1958).

O assunto das novas tendências internacionais continuou a ser discutido (Matos, 2006), seja em revistas profissionais ou em escolas de formação de professores, mas, excepto um curso de lógica conduzido por Sebastião e Silva em 1958 no Liceu Pedro Nunes, nenhuma iniciativa foi tomada. Entretanto, o Ministro caiu e apenas em 1963 o entusiasmo reformador é retomado a nível oficial.

MODERNIZAÇÃO DO ENSINO DA MATEMÁTICA NOS LICEUS

Podemos datar de 1963 o início da reforma curricular norteada pelas ideias do movimento após a nomeação em julho pelo então Ministro Galvão Telles de uma Comissão encarregada da atualização dos programas da disciplina de Matemática do 3.º ciclo do ensino liceal. Integravam-na José Sebastião e Silva (presidente), professor catedrático da Faculdade de Ciências de Lisboa, Jaime Furtado Leote, Manuel Augusto da Silva, António Augusto Lopes (vogais), professores metodólogos de Matemática nos Liceus Normais de Lisboa, Coimbra e Porto, respectivamente.

A eminência destas mudanças curriculares no ensino liceal devia ser conhecida, pois em 6 de março de 1963, bem antes de ser nomeada a Comissão, o jornal *Diário Popular* inicia uma série de quatro artigos da autoria do jornalista Corregedor da Fonseca com o título genérico "Revolução no ensino" em que se refere uma nova concepção da Matemática e se propõe uma reforma para o ensino da disciplina (Fonseca, 1963a, 1963b,

1963c, 1963d). Após desenvolver num primeiro artigo, as ideias que circulam internacionalmente, no segundo artigo (1963b), Corregedor da Fonseca vai entrevistar Sebastião e Silva. Este justifica a necessidade de "modernização" dos conteúdos da Matemática nos liceus, com a enorme expansão científica e tecnológica que se deu após a 2.ª Guerra Mundial, e, adaptando para Portugal os argumentos empregues pelos defensores do movimento internacional, realça o papel da matemática na ciência, na técnica, na indústria, na economia e, na cultura dos países mais desenvolvidos. Pretendia uma nova matemática nas escolas e, por isso, defendia a atualização dos conteúdos ensinados e uma renovação dos métodos de ensino. Prosseguindo, Fonseca menciona algumas iniciativas nesse sentido, a primeira, um conjunto de conferências de Gustave Choquet, no Liceu Pedro Nunes e nas Faculdades de Ciências de Lisboa, Porto e Coimbra ocorrera em 1963. A segunda era um curso de atualização de professores dos liceus que estava a decorrer na Faculdade de Ciências de Lisboa, promovido pelo Centro de Estudos Matemáticos do Instituto de Alta Cultura, dirigido por Sebastião e Silva e com a colaboração de João dos Santos Guerreiro. Neste curso abordaram-se lógica matemática, teoria dos conjuntos, álgebra abstracta, geometrias, topologia geral, entre outros temas.

No dia seguinte, o terceiro artigo de Corregedor da Fonseca (1963c) é baseado numa entrevista a Jaime Leote, metodólogo de Matemática do Pedro Nunes. Leote desenvolvendo a visão de que a matemática moderna permite ao aluno aperfeiçoar o seu pensamento através de abstrações a partir de situações concretas. Após elencar os diferentes materiais e métodos didáticos usados no Liceu, vai insistir na necessidade de atualização dos professores, especialmente a científica, que considera indispensável para o sucesso da introdução da 'matemática nova' no ensino. Leote considera mesmo que essa vertente é mais importante que uma atualização dos conteúdos curriculares. A nova abordagem apresentava a Matemática de uma forma unificada, apoiando-se na linguagem dos conjuntos, dando especial destaque às estruturas algébricas e à lógica, mas a preparação científica que uma licenciatura em Matemática proporcionava aos futuros professores estava desfasada.

O último artigo (Fonseca, 1963d) aborda as experiências levadas a cabo por João Nabais no seu colégio do ensino primário envolvendo o uso de múltiplos materiais, em especial o material Cuisenaire.

Em julho de 1963 a Comissão começa, pois, a trabalhar. Cabia-lhe apresentar programas e estudar a sua aplicabilidade aos alunos dos liceus. Os programas para a

experiência são redigidos por Sebastião e Silva e três "turmas-piloto" de Matemática Moderna, uma em cada um dos liceus normais do país, começam a funcionar em outubro desse ano.

Os reformadores conhecem em dezembro de 1963 um apoio de peso, com a assinatura de um acordo entre a OCDE e o Ministério da Educação Nacional, que dá suporte técnico e financeiro à experiência em curso. Este acordo foi fundamental para a concretização do projeto que Sebastião e Silva designou de "Projeto de modernização do ensino da Matemática em Portugal" (Silva, 1969).

De acordo com o documento, as autoridades portuguesas propunham-se realizar experiências piloto usando o método moderno de ensino da matemática, nos anos letivos de 1963/64 e 1964/65 (Almeida, 2013) que, como vimos, já se encontravam a funcionar desde outubro. Estava prevista a criação de uma Comissão Nacional para preparar a experiência, supervisioná-la e analisar os seus resultados, que também já tinha sido formada. O programa de trabalhos acordado com a OCDE refere:

- (a) Experiência piloto em 1963-64: três professores-experimentadores serão formados, usando textos que já existem. Enquanto isso, os textos piloto serão desenvolvidos de forma definitiva.
- (b) Sessão de atualização no verão de 1964: quinze professoresexperimentadores serão formados.
- (c) Experiência piloto em 1964-65: os cursos-piloto reais serão realizados durante o ano académico de 1964-65 em dez escolas secundárias com aulas no segundo ano de ensino de matemática (terceiro ciclo).

(Almeida, 2013, p. 178-179)

O plano de ação seguido por Sebastião e Silva encontrava-se delineado bem antes de a reforma se iniciar. Encontramo-lo num relatório escrito em francês, elaborado em 1962 (Silva, 1962) e publicado na *Gazeta de Matemática*. Observando o seu conteúdo, vemos que o professor procurava um equilíbrio entre as inovações mais radicais e a matemática "clássica". Segundo ele⁴

essas inovações devem ser realizadas com extrema prudência e com o mais fino toque pedagógico se não quisermos criar nos estudantes uma repulsa invencível para a matemática ou levá-los à aquisição de um formalismo vazio, completamente esterilizante.

(Silva, 1962, p. 25)

Consequentemente, propõe que os programas dos primeiros cinco anos dos liceus,

-

⁴ As mesmas palavras encontram-se reproduzidas no segundo artigo de Corregedor da Fonseca (1963b).

permaneçam clássicos em suas linhas gerais, mas que sejam fortemente influenciados pelo espírito moderno desde o primeiro ano. As ideias, os métodos e a linguagem da matemática moderna seriam gradualmente introduzidos à medida que os tópicos clássicos ocorram.

(Silva, 1962, p. 25-26)

Durante os últimos dois anos dos liceus, no entanto,

[o programa] deve passar a ser um estudo concentrado, sistemático, embora a um nível ainda elementar, de vários tópicos da matemática moderna, pura (lógica matemática, teoria de conjuntos, álgebra abstrata) ou aplicada (probabilidades e estatística matemática).

(Silva, 1962, p. 26)

A preocupação em tranquilizar o espírito conservador dominante nos governantes temerosos das mudanças pode ser detectada num artigo publicado no *Diário de Lisboa*. Aí argumenta-se que

a primeira introdução de novos domínios do saber matemático nos programas escolares não obriga a manter tudo quanto se ensinava antes; a segunda é que há a possibilidade de integrar numa perspetiva nova, unitária, o essencial das matemáticas 'modernas' e das matemáticas 'clássicas' — com vantagem do ponto de vida da sua inteligibilidade pelo escolar: a terceira razão refere-se ao facto de que matemáticos e pedagogos se vêm preocupando com a investigação de métodos, o preparo de material didático, a experimentação de técnicas suscetíveis de facilitar a compreensão das matemáticas pelas crianças e pelos adolescentes.

(Inovação no ensino das matemáticas, 1964, p. 13)

Esta foi, pois, a orientação seguida e, em 1969, refletindo sobre as opções então tomadas, Sebastião e Silva refere que "os programas e as orientações têm variado um pouco, conforme os países. A orientação que temos vindo a adoptar, pode situar-se entre a orientação de carácter mais abstracto seguida na Bélgica (ver publicação do Centre Belge de Recherches Pédagogiques) e a orientação de carácter mais pragmático seguida em Inglaterra (ver por exemplo "The School Mathematics Project", 1967-68, Westfield College, Hampstead, London, N.W.3)" (Silva, 1969, p. 9-10, sublinhado no original). Sebastião e Silva acrescenta que não era, ainda, "possível atingir o grau de desenvolvimento e de profundidade desses projetos, nomeadamente no que se refere a

computadores, programação, estatística, equações diferenciais e aplicações à física" (Silva, 1969, p. 10).

O programa experimental inicial (Almeida, 2013) espelha aquela linha de ação e incluía assuntos "modernos" interligados com assuntos "clássicos". Assim, encontramos Elementos de lógica simbólica e Introdução à teoria dos conjuntos, a iniciar o programa do 6.º ano, atual 10º ano de escolaridade. Ainda no mesmo ano, Produto cartesiano, Relações binárias, Noções de semigrupo e grupo, descrição axiomática do conjunto IN, anel e corpo, isomorfismo, Álgebras de Boole e suas aplicações às máquinas de calcular, cálculo de valores aproximados, erro absoluto e erro relativo. O programa do 7.º ano principia com o estudo dos vectores: segmentos orientados e vectores livres, espaço vectorial, determinantes de 2.ª ordem, entre outros. Entre outros assuntos 'modernos' estão: números complexos na forma trigonométrica; estudo heurístico, intuitivo da série de Taylor' introdução heurística ao cálculo integral; introdução ao cálculo das probabilidades e da estatística – frequência absoluta e relativa de um atributo numa população e dum acontecimento numa série de provas; conceito empírico de probabilidade e sua caracterização axiomática, no caso finito; algumas ideias sobre estimativas e testes estatísticos.

Alguns dos itens deste programa experimental de 1963 tem indicações que delimitam o âmbito dos conteúdos. Por exemplo, no programa do 6.º ano, podemos ler "equações lineares (estudo sucinto); resolução de equações ou inequações por factorização (em casos simples)". No programa do 7.º ano aparecem as orientações seguintes:

Continuidade (noções tanto quanto possível simples e intuitivas, com exemplos concretos).

Conceito de derivada (partindo do conceito de declive duma curva num ponto); interpretação física. Regras de derivação. Aplicações: equação da recta tangente a uma curva num ponto; estudo do sentido da variação duma função (estudo intuitivo, com aplicações concretas, especialmente à geometria e à física). (...)

Introdução heurística ao cálculo integral: (...) Alguns exemplos simples de cálculo de áreas e de volumes de sólidos de revolução. Aplicações concretas a problemas de física.

(Programas de Matemática em Experiência 3.º Ciclo, p. 7-8)

O programa do 7.º ano propunha:

Equações redutíveis ao 2º grau: equação biquadrada e equações irracionais (estudo sucinto, sem discussão).

Problemas do 1º e do 2º grau com discussão, em aplicações concretas, especialmente à geometria e à física.

(Programas de Matemática em Experiência 3.º Ciclo, p. 7)

Nesta área, a estratégia utilizada pela Comissão foi a promoção a partir de 1966 de cursos de atualização de professores visando uma formação matemática adequada para poderem corresponder à tarefa de leccionar um novo currículo. Durante o período de férias estivais, os membros da Comissão e outros professores regiam cursos de aperfeiçoamento de professores no Liceu de Oeiras perto de Lisboa. Estes, referidos pelos participantes como os Cursos de Oeiras. Sobre o processo de seleção dos professores que iriam frequentar os cursos, António Augusto Lopes menciona numa entrevista que

a Comissão reunia para decidir [quem iria convidar]. E, em face da informação do currículo do professor dada pela Inspeção [Inspetor Carneiro da Silva], e também, em face das nossas informações pessoais ou do conhecimento pessoal que tínhamos dos professores, decidiam-se os professores a convidar. (...) [O curso era] nas férias de Verão, em Oeiras, porque se fosse em Lisboa não havia direito à remuneração da ajuda de custo para os que estavam em Lisboa.

(Almeida, 2013, p. 226-227)

Em cada ano letivo o Curso tinha duas semanas (dez dias úteis) de duração. Os temas que os orientadores iriam reger eram combinados com antecedência, bem como os dias em que cada um estaria a gerir o trabalho com os professores participantes. Os formadores mesmo que não estivessem a leccionar assistiam às sessões. Assim, nestes cursos os professores tomavam contacto com os novos conteúdos, e seria de imaginar que alguns poderiam já ter lido e estudado algumas das matérias a tratar.

Entre os documentos pessoais de António Augusto Lopes (Almeida, 2013) encontram-se alguns materiais utilizados nos cursos de atualização de setembro de 1967 e setembro de 1968. Com data de Setembro de 1967 temos dois documentos. O primeiro, *Operações binárias. Grupóides. Grupos,* é uma lista de 36 exercícios sobre os temas indicados. O segundo versa dois temas: *Introdução ao cálculo vectorial*, com exercícios numerados de 1 a 8 exercícios (além destes oito exercícios sobre espaços vectoriais estão agrafadas neste documento outros vinte e três exercícios sobre espaços vectoriais – dependência linear, que incluem alguns exercícios com a seguinte referência: Curso de Álgebra linear – 1966 – UP (Universidade do Porto) e, *Relações de ordem*, com 9 exercícios.

Do curso de 1968 temos quatro documentos:

- Operações binárias. Grupóides. Grupos. Transformações geométricas, que integra 56 exercícios;
- Anéis e corpos, com 36 exercícios;
- Cálculo vectorial, com 19 exercícios;
- Cálculo Aproximado, que compreende 7 exercícios.

Na documentação referente aos cursos contida no espólio não se nos deparou qualquer documento que referisse metodologias de ensino e António Augusto Lopes confirmou que esta não era uma prioridade dos cursos:

os professores que faziam o estágio, ficavam com conhecimentos das novas matérias. Mas, os outros professores, digamos, grande parte não as dominavam, podiam já ter estudado alguma coisa, mas não dominavam suficientemente. (...) A preocupação era que os professores ultrapassassem as dificuldades iniciais, que normalmente são as maiores, digamos, que eram o ponto de partida para depois aprofundarem o seu estudo. (...) Não dávamos lições de didática, ela era integrada na exposição das matérias, no desenvolvimento do trabalho.

(Almeida, 2013, p. 230)

Segundo ele, os cursos de atualização destinavam-se principalmente a fornecer aos professores conhecimento dos conteúdos no âmbito da Matemática Moderna, mas de forma a que eles adquirissem capacidades para comunicar esses conteúdos apropriadamente aos alunos.

OUTRAS EXPERIÊNCIAS

Normalmente, é acordado que a experimentação dos novos currículos de matemática em Portugal, começou em 1963. Na verdade, a partir de 1961, as novas ideias começaram a ser experimentadas nas aulas de uma escola primária privada própria de João Nabais (Candeias, 2008). Nesta década, Nabais vai orientar muitos cursos de formação de professores envolvendo essencialmente o material Cuisenaire. A Matemática Moderna só vai entrar nos programas oficiais do ensino primário a partir de 1974.

Outros ramos do sistema escolar português também experimentaram as novas ideias. Em primeiro lugar a partir de 1964, a Telescola, uma rede nacional de escolas complementada por aulas na televisão destinada a alunos entre os 10 e os 11 anos (Almeida, 2013). As escolas técnicas vão conhecer também desde 1967 uma alteração substancial aos programas de Matemática (Matos, 1989). Porém a sua integração na tradição das escolas técnicas não foi pacífica (Rodrigues, Novaes e Matos, 2016) como veremos. Finalmente, em 1968, os primeiros ciclos de liceus e escolas técnicas são fundidos num novo ciclo autónomo para crianças de 10/11 anos, o Ciclo Preparatório do Ensino Secundário (CPES) e a Matemática Moderna entra no seu programa (Wiliewsky e Matos, 2009).

MUDANÇAS NAS REPRESENTAÇÕES

Para estudar a cultura das disciplinas escolares, Dominique Julia (1995) distingue entre normas e práticas. As primeiras "definem conhecimentos a ensinar, condutas a inculcar" (p. 10), isto é, incorporam, não só as produções legislativas, mas também as representações associadas às disciplinas expressas em opiniões (escritas ou não) dos diferentes atores, e as segundas são as que "permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos" (p. 10).

A Matemática Moderna atuou na componente de representações da matemática escolar em quatro dimensões: a) a natureza da aprendizagem; b) o conteúdo matemático da escola; c) as metodologias de ensino de matemática, e d) o papel social da matemática.

A primeira dimensão — mudanças na forma como a aprendizagem é entendida — é bastante homogénea. "A aprendizagem da matemática elementar está ao alcance de todos os nossos alunos" afirma o metodólogo Jaime Leote (1958, p. 37). A sua "convicção" baseia-se na experiência pessoal e no trabalho de Piaget: "é a própria atividade da inteligência que gera as relações matemáticas" (p. 37), ou, como afirma António Augusto Lopes, "o conhecimento matemático nasce e desenvolve-se por *interiorização de ações concretas* e organização de *esquemas operatórios*" (1960, p. 634, itálicos no original). Leote explicita melhor,

Na criança, a inteligência é essencialmente a coordenadora de ações motoras ou sensoriais-motoras, organizando-as em esquemas. As ações interiorizam-se depois em operações, isto é, a inteligência organiza espontaneamente *estruturas operatórias* que correspondem às estruturas fundamentais da Matemática moderna.

(Leote, 1958, p. 38, itálico no original)

Citações como esta podem ser encontradas durante todo o período sob escrutínio. Esta visão piagetiana — nomeadamente os esquemas enquanto elementos cognitivos resultantes de ações interiorizadas ou a coincidência entre as estruturas cognitivas básicas e as estruturas-mãe bourbakistas — é repetida por quase todos os intervenientes. A correspondência entre estruturas cognitivas e matemáticas é apresentada como uma descoberta importante da psicologia e legitima escolhas cruciais, tanto de conteúdo como de métodos. A partir de 1957, muitos autores enfatizam os termos *relações*, *estruturas* ou *operações* que deslocam o centro do ensino da matemática "o objetivo essencial é o estudo das estruturas algébricas" (Calado, 1958, p. 93). Além disso, era esperado que a abordagem da Matemática Moderna esclarecesse, simplificasse e unisse a matemática escolar (Heitor, 1967).

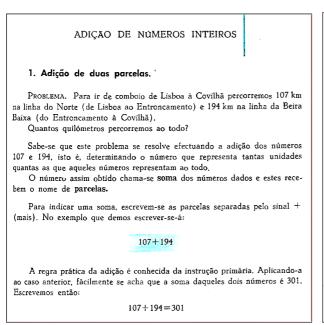
Existem outras referências às formas como a aprendizagem é concebida. Por exemplo, ideias como "o ato de aprender deve ser um ato criador e não um ato meramente receptivo" (Calado, 1958, p. 91) pode ser encontrado em muitos documentos. Embora nos dias de hoje fossemos tentados identificá-las com uma perspectiva construtivista, estas ideias têm uma origem no início do século XX e expressam a visão dos defensores da Escola Nova que está incorporada na formação dos professores do ensino secundário desde 1915 (Almeida, 2013; Matos, 2016).

As mudanças do conteúdo da matemática escolar — a segunda dimensão da mudança nas representações da matemática escolar — vai ser gradualmente construída pelos docentes e autores de livros de texto a partir de artigos de opinião, programas e livros didáticos. A característica distintiva comum a todos os níveis de ensino, é a adoção da teoria dos conjuntos como a linguagem apropriada para expressar as ideias matemáticas, e leva a mudanças consideráveis quer nos conteúdos usualmente encontrados nos programas, quer na introdução de novos temas, quer ainda nas formas como a matemática escolar se relacionava com outros assuntos ou com o mundo exterior.

Para ilustrar esta concepção, podemos comparar o modo como dois livros didáticos para o 5º ano discutem a adição que integra quer o currículo antigo quer o novo.

Cada livro aborda este tópico no início de um capítulo. Seguindo o programa oficial antigo, que sugere o uso constante de situações geométricas concretas, o livro de texto único do programa "clássico" (Ribeiro, 1965) introduz a adição, colocando um problema envolvendo uma viagem de comboio em duas etapas e perguntando qual a distância total da viagem. Por outro lado, um dos livros de texto "modernos" mais bem-sucedidos (Lopes, s.d.) introduz a adição como o cardinal da união de dois conjuntos disjuntos. É apresentada uma figura representando a união de dois conjuntos de símbolos diversos e introduzida a terminologia # (A U B) (Figura 2).

Figura 2 – Comparando a introdução da adição usando a teoria de conjuntos



3 + 5 = 8

Fonte: Ribeiro, 1965, p. 37; Lopes, s.d., p. 101.

Neste segundo livro, a ligação ao conhecimento quotidiano que legitimava a abordagem "clássica" é substituída pela arbitrariedade de um conjunto feito de caracteres abstratos. Além disso, o livro "clássico" consegue abordar a adição no início do livro (após 14% das páginas), enquanto que o "moderno" precisava de quase metade do livro (45%) para preparar a inserção do mesmo tópico pois era necessário que os alunos se familiarizassem com uma linguagem abstrata própria. Como a cognição era representada na época como baseada numa correspondência entre estruturas matemáticas e psicológicas, havia fortes razões para usar a segunda abordagem. Acreditava-se que a incorporação

precoce da teoria dos conjuntos, embora mais difícil no curto prazo, asseguraria uma melhor qualidade da aprendizagem no longo prazo.

Esta ênfase na linguagem associada à teoria dos conjuntos conduziu à introdução de muitos termos específicos, muitas vezes com uma simbologia própria, e a uma hipervalorização da correção da linguagem utilizada. Desde muito cedo os alunos eram confrontados com uma terminologia que não tinha correspondência quer a de outras disciplinas, quer com a utilizada no mundo exterior. Tomemos apenas dois exemplos. No CPES destinado a alunos dos atuais 5º e 6º anos de escolaridade, o estudo das frações passou a ser povoado de termos complexos (por exemplo, operador partitivo-multiplicativo) e nos últimos anos do ensino secundário o estudo das funções racionais passou a estar integrado no capítulo da lógica. Esta visão conduziu mesmo a que nos programas do CPES de 1975 a disciplina de Matemática fosse incluída na área da comunicação juntamente com as disciplinas de letras e não na área onde estavam as ciências (Ensino Preparatório, programas para o ano lectivo 1975/76, 1975).

As representações sobre as metodologias para o ensino de matemática — a terceira dimensão da mudança nas representações da matemática escolar — são abordadas em muitos documentos. O professor metodólogo Jaime Leote acredita que "a heurística (...) cria um ambiente intelectual que facilita ao aluno reconstruir por si mesmo uma demonstração, em vez de a aceitar da autoridade do professor" (1958, p. 39). No mesmo sentido, Sebastião e Silva (1957), apoiando-se em Puig Adam e Willy Servais, afirma que o ensino de matemática

deverá, muito mais do que até hoje, assentar numa base intuitiva, concreta, heurística. O objetivo desta orientação não é apenas o de tornar o ensino mais aliciante (...); mas também, e sobretudo, o de levar o aluno a reelaborar, espontânea e progressivamente, os esquemas lógicos da matemática, até à sua fase mais racional e abstrata, para depois, inversamente, aprender a utilizá-los nas suas aplicações concretas.

(Silva, 1957, p. 31)

Tal como nas representações sobre a aprendizagem, a valorização dessas metodologias ativas é herdada das perspectivas do movimento da Escola Nova e tem a sua origem no início do século XX. Esta tradição é agora combinada com materiais especificamente associados aos novos conteúdos.

O uso de materiais, alguns novos, outros inventados, é outra das mudanças trazidas pelas novas ideias. Os formadores de professores, tanto dos liceus (Leote, 1958,

Lopes, 1960), quanto das escolas técnicas (Heitor, 1967) e as recomendações oficiais fazem referências significativas ao uso de materiais, essencialmente geoplanos, barras Cuisenaire, modelos geométricos e outros. A organização da aula também é ocasionalmente referida. Leote (1958), por exemplo, propõe que as salas de aula sejam fornecidas com mesas individuais que podem ser reorganizadas para o trabalho em grupo.

Uma quarta e última mudança nas representações trazida pela reforma diz respeito ao papel social da matemática, isto é, na percepção da importância da matemática para a sociedade como um todo. Essas mudanças podem ser resumidas pela declaração prestada por Sebastião e Silva a um jornal e que é escolhida como subtítulo do artigo: "Uma nação moderna não pode suportar sem bons técnicos, bons cientistas e ... bons professores" (Enquanto o homem caminha para a Lua ... (2), 1966, p. 1). A mesma ideia tinha sido expressa por ele nove anos antes:

O mundo moderno vai precisar, em escala cada vez maior, de cientistas e técnicos dotados de boa preparação matemática. Daqui, a necessidade urgente de remodelar, não só os programas de matemática, mas ainda os métodos de ensino desta disciplina, desde a escola primária até à universidade.

(Silva, 1957, p. 31)

Jaime Leote defende ainda o caráter formativo e humanista da matemática:

Na sociedade atual, a Matemática não pode perder o caráter clássico das 'humanidades'; compete-lhe contribuir poderosamente no sentido de eliminar a imprecisão, a incoerência e a arbitrariedade, disciplinar o espírito e esclarecê-lo-lo à luz do rigor do raciocínio.

Mas não nos esqueçamos também que a Matemática constitui, cada vez mais, um prodigioso elemento de trabalho para o técnico e o físico.

(Leote, 1958, p. 38)

E José Calado (1958) propõe que as matemáticas escolares mudem, de modo que o ensino deve iniciar os alunos no espírito da ciência contemporânea para evitar o choque com noções diferentes e uma linguagem totalmente nova à entrada na universidade.

Estes dois professores ecoam também a competição entre as duas superpotências. Jaime Leote defende a importância da matemática para o futuro do mundo ocidental:

É por isso duplamente necessário que a juventude se interesse pelo estudo da matemática; o mundo ocidental tem carência de elementos que lhe permitam elevar os progressos da técnica ao nível superiormente humano e civilizado que o caracteriza.

(Leote, 1958, p. 38)

No mesmo sentido, José Calado argumenta que a reforma é importante porque as nações ocidentais estão-se esforçando para "defender uma civilização milenária comum" (1958, p. 103).

Em suma, esses autores, todos relacionados com os liceus, afirmam a importância da matemática para a formação de trabalho humano especializado, nomeadamente técnicos e cientistas, mas não enfatizam sua importância para a educação de todos os alunos. É o próprio Sebastião e Silva que nos confirma este propósito:

Nos tempos atuais o já referido fenómeno da *explosão escolar*, aumentando rapidamente a *quantidade* dos alunos, tende a degradar a *qualidade* do ensino.

À instituição de turmas-piloto, como está a ser feita em vários países, tem exatamente por fim salvar da avalanche a qualidade do ensino.

(Silva, 1977, p. 72, itálicos no original)

Não se tratava, pois, de estudar a generalização dos novos métodos e conteúdos à grande massa de estudantes que invadiam as escolas nacionais. A experiência destinar-seia apenas à formação de cientistas e técnicos especializados, o que explica a opção de ensinar em turmas de alunos escolhidos.

Se a nova visão social da matemática encontrava um quase consenso a nível dos liceus, o mesmo não se pode dizer em relação às escolas técnicas (Rodrigues, Novaes e Matos, 2016). Embora em 1963, quando a experiência se iniciou nos liceus, se pensasse que a Matemática Moderna não se destinava às escolas técnicas (Almeida, 1970), em 1967 sua introdução começou a ser preparada, essencialmente devido à introdução do CPES, cujos alunos tinham já sido expostos a dois anos de matemática moderna antes de ingressarem no ensino técnico. Esta distinção entre as escolas técnicas e os liceus era na época ilustrada pela diferença entre *homo sapiens* destinado aos liceus e *homo faber* destinado às escolas técnicas (Ventura, 1959). Até então, a cultura escolar das escolas técnicas valorizava a matemática como uma ferramenta a ser utilizada no local de trabalho e, portanto, centrada nas suas aplicações práticas e instrumentais. No entanto, a Matemática Moderna com a sua ênfase nas estruturas gerais e abstratas chocava-se de frente com esta visão. Uma síntese das objeções levantadas por alguns professores das escolas técnicas pode ser observada nas posições de Álvaro Pereira Gomes, metodólogo no Porto durante o segundo curso de atualização de professores em outubro de 1967.

Declarando que não se opõe à Matemática Moderna, ele também acredita que a "Matemática Prática" deve continuar a ter um papel importante. Segundo transcreve Vítor Pereira, Gomes afirma:

Tenho respeito pelo aspecto formativo, mas também tenho muito respeito pela parte da aplicação que no Ensino Técnico deve pesar imenso.

(Pereira, 1968, p. 14)

Era-lhe muito difícil entender como a Matemática Moderna, valorizando o valor formativo de estruturas amplas e abstratas, poderia fundir-se na cultura escolar das técnicas, que preferia as abordagens instrumentais e questionava mesmo a razão porque esses conteúdos deveriam ser relevantes para a futura vida profissional de estudantes não orientados para as universidades mas para a vida ativa.

MUDANÇAS NAS PRÁTICAS

A partir de 1956, a formação inicial de professores do ensino secundário, concentrada até então apenas no Liceu de Coimbra, é expandida a um liceu de Lisboa e outro do Porto. Nos Liceus de Lisboa e de Coimbra, extensa documentação encontrada nos arquivos das escolas mostra que as perspectivas modernas foram discutidas em conferências públicas, por vezes realizadas pelos próprios estagiários. No caso de Lisboa, o estudo destes trabalhos (Matos e Monteiro, 2011) revela algumas das alterações nas práticas escolares: trabalho em equipa, métodos ativos, entre outros e estes métodos teriam sido também adotados noutras escolas envolvidas na experiência. Uma fotografía publicada num artigo de 1963 mostra as novas práticas docentes (Figura 3) acrescentando a seguinte legenda: "abolidas as carteiras para darem lugar a mesas praticáveis, instituído o sistema de equipa, a aula de matemática passou a ser, realmente, um laboratório, no Liceu Pedro Nunes" (Fonseca, 1963c, p. 13).

Figura 3 – A nova organização da sala de aula



Fonte: Fonseca, 1963c, p. 13.

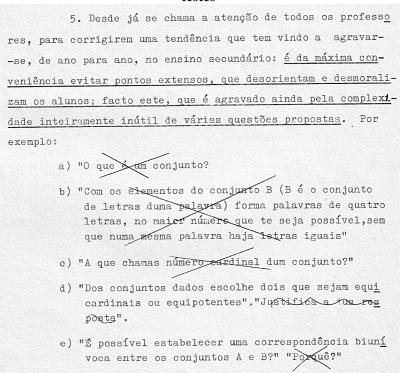
No Liceu Normal de D. Manuel II no Porto ocorrem de eventos semelhantes. Artigos publicados e entrevistas com alguns dos participantes mostram que foi implementado um programa de trabalhos para o desenvolvimento de materiais para as aulas do ensino secundário e que os futuros professores estavam produzindo elaborações teóricas das tendências inovadoras (Anjos, 2008).

A partir da análise dos cadernos de alunos das turmas experimentais (Silva e Valente, 2008), é também possível inferir algumas rotinas da vida diária das turmas experimentais dos liceus. Na mesma aula, por exemplo, o professor começa com referências explícitas ao novo manual (incluindo os números das páginas), propõe uma atividade tirada de um livro de exercícios bem conhecido (cuja publicação começou na década de 1940), muda para o Compêndio "clássico" para explicar algum outro aspecto matemático, reverte para o texto experimental, e assim por diante. O currículo implementado aparece como uma mistura entre os programas, o "novo" e o "antigo".

Se este estilo de trabalho era usual nas turmas experimentais, uma imagem diferente para as práticas matemáticas de aula pode ser inferida a partir da análise de documentos oficiais após a generalização da nova matemática para alunos do 5.º e 6º anos do CPES (Wielewski e Matos, 2009). No final de 1969, um ano após o início do novo programa, o Ministério da Educação produziu um longo Oficio-Circular (nº 4.116) com um conjunto de recomendações a partir das quais podemos inferir algumas práticas de sala de aula. Num tom severo (em contraste com memorandos anteriores, ou com documentos

oficiais emitidos pelo Ministério), os professores são aconselhados a reduzir o tempo dedicado à teoria dos conjuntos. Várias páginas do memorando contêm exemplos "corretos" (e incorretos) da terminologia usada associada aos conjuntos e às suas propriedades (Figura 4).

Figura 4 – Extrato do Ofício-Circular nº 4.116 explicitando o tipo de questões a evitar em testes



Fonte: Ministério da Educação, 1969

Outros memorandos com conteúdo e atitude semelhantes seguiram logo após este conjunto de recomendações e revelam as dificuldades de implementar o programa. Na Telescola manifestaram-se dificuldades semelhantes. Por um lado, o uso didático dos conjuntos levantou muitas questões relacionadas com a coerência linguística da matemática escolar, e que não havia sido antecipada. Por outro lado, é provável que muitos

professores se sentissem desconfortáveis com um conteúdo matemático de que não tinham tido conhecimento durante a sua formação superior e, portanto, tentam apenas reproduzir em aula as abordagens teóricas de que tomaram contacto durante os cursos de atualização de curta duração.

O OCASO DA MATEMÁTICA MODERNA

Apesar de todo o dinamismo que as tinha rodeado internacionalmente desde os anos 1950, as propostas de matemática moderna começam a suscitar críticas. Logo em 1962, nas páginas do *The Mathematics Teacher* e no *American Mathematical Monthly*, alguns matemáticos (Bell, Birkhoff, Courant, Weil, Pólya e Kline, entre outros) manifestam o seu descontentamento pela aparente preocupação em gerar uma nova geração de matemáticos profissionais, em vez de se construir um curso de Matemática adequado a um aluno médio, que procurasse desenvolver laços com outras ciências. Em 1972, no segundo congresso organizado pela ICMI, René Thom na sua conferência, com o título "Modern mathematics: does it exist?", critica determinados aspectos da reforma, questionando mesmo alguns aspetos da teoria piagetiana. Nesta reunião, é também realçada a importância da heurística e das aplicações no ensino da Matemática que segundo alguns participantes teriam sido esquecidas (Matos, 1989).

Em 1973, o matemático americano Morris Kline tece críticas à Matemática Moderna denunciando o exagero da forma dedutiva de abordar os conteúdos, aliado ao excessivo formalismo e simbolismo da linguagem utilizada. Outro aspecto criticado por Kline foi a ênfase dada à teoria dos conjuntos. Para ele, estes conceitos abstractos não deveriam ser explorados no nível elementar, pois além de confundir os alunos estimulavam a sua aversão pela matemática. Ao sugerir estratégias para motivar o aluno a gostar da matemática, ressalta a importância da seleção de problemas significativos para o estudante e dar um sentido real aos problemas matemáticos.

Em Portugal, as críticas são mais contidas, mas encontramos algumas evidências. Um proeminente professor e autor de livros didáticos, Francisco Gonçalves, questiona as novas tendências alegando que o verdadeiro problema estava nos 50% dos alunos que falham nos exames nos 2º e 3º ciclos de liceus, apesar das "simplificações sucessivas que

apresentamos nos nossos cursos" (Gonçalves, 1961, p. 546-547). Questionando diretamente as bases da reforma, afirma

No campo do ensino é necessário estabelecer uma economia de esforço que conduza a pôr de parte assuntos e métodos que já eram velhos há 50 anos e que ao mesmo tempo, se não disponha a implementar todas as novidades que venham de Paris, mesmo que tragam a garantia do nome fascinante de Nicolas Bourbaki.

(Gonçalves, 1961, p. 548)

E acrescenta que, embora reconheça a importância da preparação científica para poucos, os indicadores sociais gerais e as comparações internacionais sugerem que o país precisa, em primeiro lugar, de investir em "matemática para multidões e não para elites" (p. 548).

Existem outros indícios de que o apoio à reforma não era unânime e dois artigos publicados na imprensa diária dão conta de algum desconforto. O primeiro da autoria de Luís de Albuquerque, matemático na Universidade de Coimbra e autor de numerosos livros sobre história da matemática e da educação, discorda da visão otimista que transparece num relato sobre o início da experiência numa escola técnica (1968). Para além de questionar o termo "moderna", argumenta que, considerando o modo como a experiência estava organizada (formou-se uma turma mais pequena e com alunas selecionadas), dificilmente as conclusões obtidas poderão ser generalizadas. O segundo da autoria de João Ilharco (1969) questiona os conteúdos de um dos livros utilizados no CPES.

O primeiro ano do Ciclo Preparatória é, na sua generalidade, frequentado por alunos de dez anos de idade e que, dentro do que é natural e normal, só muito excepcionalmente poderão compreender a série de abstrações com as quais são postos em contacto nas primeiras semanas de aula.

(Ilharco, 1969, p. 1)

O artigo inclui exemplos do que, segundo ele, seriam termos e processos matemáticos demasiado elaborados para as crianças.

Refletindo sobre a experiência, os próprios mentores confirmaram a existência de alguns problemas. Falando sobre dificuldades quanto à prática lectiva da Matemática Moderna e sobre o alargamento da experiência António Augusto Lopes sublinhou

A introdução à Lógica devia ser um suporte [para o ensino], não um fim. (...) Os professores depois exageraram na transmissão para os alunos. (...) A parte inicial da Álgebra dos conjuntos e a Lógica ensinava-se num mês, mas os professores que não tinham informação apropriada, andavam, andavam, e alguns gastavam muito mais tempo que o necessário. (...) No princípio a experiência estava restrita aos Liceus Normais. Depois a experiência começou a ser alargada esse é, talvez, um dos pontos fracos, havia que esperar mais tempo para que os professores fossem mais seguros [científica e pedagogicamente].

(Almeida, 2013, p. 234)

Segundo ele, os professores dos liceus não se sentiam confortáveis a trabalhar conteúdos que não tinham sido trabalhados anteriormente, pelo que dariam mais ênfase a conteúdos onde se sentiam mais seguros.

Embora não tenha havido uma avaliação global da reforma em Portugal, os seus efeitos podem ser parcialmente conhecidos através de dois trabalhos realizados na década de 1970. Um primeiro, integrado numa grande avaliação do sistema escolar português realizado em colaboração com técnicos suecos, concluiu que o ensino de Matemática nos 7º, 8º e 9º anos de escolaridade se encontrava em péssima situação, com falta de professores qualificados, atrasos consideráveis no cumprimento dos programas e níveis de aprendizagem muito baixos para os quais os responsáveis do Ministério da Educação não pareciam ter solução (Matos, 2010). Um segundo estudo foi realizado a partir dos dados obtidos por Paulo Crato nas respostas ao exame nacional realizado a alunos do 2º ano do CPES em 1972 (Matos, 2005). Verifica-se que as respostas dos alunos às questões envolvendo explicitamente os conteúdos de Matemática Moderna são muito fracos.

Será já no início dos anos 1980 que se começam a consolidar em Portugal alternativas curriculares à Matemática Moderna, centradas na resolução de problemas, nas aplicações da matemática e no uso da tecnologia, tendo os programas herdados da Matemática Moderna sido substituídos na primeira metade da década de 1990 (Matos, 2008).

FONTES

À inauguração do ciclo anual de conferências no Liceu Pedro Nunes presidiu o Ministro da Educação Nacional. (1957). *Diário Popular*, 20/11/1957, 8.

Albuquerque, L. (1968). Reflexões sobre o ensino da Matemática «Moderna». *Diário de Lisboa*, 18-10-68, 3-4

Almeida, L. (1970). Palavras do Inspector-Superior do E. T. P., Dr. Leopoldino de Almeida. Escolas Técnicas, Boletim de Acção Educativa (41), 9-22.

Calado, J. (1958). Sobre o ensino das matemáticas elementares. *Palestra*, 1, 89-105.

Enquanto o homem caminha para a Lua... (2) (1966). *Diário de Lisboa*, 30/7/1966, 1, 11. *Ensino Preparatório, programas para o ano lectivo 1975/76*. (1975). Lisboa: Direcção Geral do Ensino Básico, Secretaria de Estado do Ensino Básico e Secundário, Ministério da Educação e Cultura.

Folha, R. e Grácio, R. (1958). Bom augúrio. *Labor*, 22, 211-218.

Fonseca, C. (1963a). Revolução no ensino — (1). Uma nova concepção da Matemática inteiramente diferente da tradicional principia a ser conhecida no nosso país. *Diário Popular*, 6/3/1963, 6.

Fonseca, C. (1963b). Revolução no ensino — (2). A introdução das matemáticas modernas no ensino secundário e a sua necessidade. *Diário Popular*, 7/3/1963, 7.

Fonseca, C. (1963c). Revolução no ensino — (3). A formação do professor de liceu (mais do que a elaboração de novos programas) é indispensável para o rejuvenescimento do ensino secundário — afirma o dr. Jaime Leote, metodólogo de Matemática. *Diário Popular*, 8/3/1963, 13.

Fonseca, C. (1963d). Revolução no ensino — (conclusão) É preciso que atinjam a escola primária os novos métodos didáticos da matemática. *Diário Popular*, 9/3/1963, 7.

Heitor, A. (1958). Comentário sobre a XI reunião da Comissão Internacional para o Estudo e Aperfeiçoamento do Ensino da Matemática. *Escolas Técnicas, Boletim de Acção Educativa*, VI(23), 269-284.

Ilharco, J. (1969). Ácerca do ensino da Matemática no Ciclo Preparatório. *República*, 18/1/69, 1, 8.

Inovação no ensino das matemáticas. (1964). Diário de Lisboa, 20-12-64, 13.

Kline, M. (1973). Why Johnny Can't Add: The Failure of the New Mathematics. Nova Iorque: St. Martin's Press.

Leote, J. (1958). Tendências atuais do ensino da geometria. *Palestra*, 1, 37-48.

Lopes, A. A. (s.d.). *Matemática, exercícios, problemas, trabalhos práticos*. Porto: Porto Ed.

Lopes, A. A. (1960). Reflexões sobre o ensino da Matemática. *Labor, Revista de Ensino Liceal*, 24, 633-648.

Ministério da Educação. Ofício-Circular nº 4.116, 2ª Secção, 8/10/1969 (1969). Serviços de Orientação Pedagógica, DSCPES, Ministério da Educação Nacional.

Pereira, V. (1968). 3º dia — 1ª sessão. Folha Informativa dos Professores do 1º Grupo (E. T. P.), 18, 13-14.

Ribeiro, A. (1965). Compêndio de matemática. 1º ano do Curso Liceal. Lisboa: Francisco Franco.

Silva, J. S. (1957). XI reunião da Comissão Internacional para o Estudo e o Melhoramento do Ensino da Matemática. *Gazeta de Matemática*, 66/67, 31-32.

Silva, J. S. (1962). Sur l'introduction des mathématiques modernes dans l'enseignement secondaire. *Gazeta de Matemática*, 88-89, 25-29.

Silva, J. S. (1969). Projeto de modernização do ensino da Matemática no 3.º ciclo dos liceus portugueses (cópia de documento dactilografado, assinado pelo autor).

Silva, J. S. (1977). Guia para a utilização do Compêndio de Matemática (2° e 3° volumes). Lisboa: GEP.

Ventura, M. (1959). Didática da Matemática. *Labor, Revista de Ensino Liceal, 23*(182), 305-318.

REFERÊNCIAS

Almeida, M. (2013). *Um olhar sobre o ensino da Matemática, guiado por António Augusto Lopes*. Tese de Doutoramento, Universidade Nova de Lisboa.

Anjos, C. (2008). *Modelos e materiais de ensino da matemática moderna em Portugal*. Tese de mestrado. Universidade Nova de Lisboa.

Candeias, R. (2008). Contributo para a história das inovações no ensino da Matemática no Primário: João António Nabais e o ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama. Tese de mestrado, Universidade de Lisboa.

Chervel, A. (1988). L'histoire des disciplines scolaires. *Histoire de l' éducation*, 38, 59-119.

Furinghetti, F., Matos, J. e Menghini, M. (2013). From mathematics and education, to mathematics education. Em A. B. M. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick e F. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (p. 273-302). Nova Iorque: Springer.

Gonçalves, F. M. (1961). O ensino das matemáticas no momento presente. *Labor, Revista de Ensino Liceal*, 25(202), 546-554.

Heitor, A. (1967). Artigo preparatório do 2º Curso de Aperfeiçoamento dos Professores de Matemática. Folha Informativa dos Professores do 1º Grupo (E. T. P.), 9, 1-5.

Julia, D. (1995). La culture scolaire comme objet historique. *Paedagogica Historica*. *International Journal of the History of Education, Suppl. Series*, *I*, 353-382.

Matos, J. (1989). Cronologia recente do ensino da Matemática. Lisboa: APM.

Matos, J. (2005). Aprendizagens no Ciclo Preparatório de 1972: um estudo sobre o sucesso da Matemática Moderna. *Educação e Matemática*, 85, 7-12.

Matos, J. (2008). A resolução de problemas e a identidade da educação matemática em Portugal. *Investigación en Educación Matemática XII*, 141-158.

Matos, J. (2010). Elementos sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática Moderna em Portugal no final dos anos 70. Em J. Matos e W. Valente (Eds.), *A reforma da Matemática Moderna em contextos ibero-americanos* (p. 137-174). Lisboa: UIED.

Matos, J. M. (2014). Mathematics education in Spain and Portugal. Portugal. Em A. Karp e G. Schubring (Eds.), *Handbook on the History of Mathematics Education* (p. 291-302). Londres: Springer.

Matos, J. (2016). Construction and modification of the autonomy of school mathematical knowledge in Portugal. *PNA-Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 10(2), 95-110.

Matos, J. e Monteiro, T. (2011). Recompondo o conhecimento didático do conteúdo durante o início da matemática moderna em Portugal (1956-69). *REMATEC, Revista de Matemática, ensino e Cultura, 6*(9), 7-25.

Moon, B. (1986). The "New Maths" curriculum controversy. An international story. Londres: Falmer Press.

Rodrigues, A., Novaes, B. e Matos, J. (2016). A cultura escolar em conflito: ensino técnico e matemática moderna em Portugal. *Revista Diálogo Educacional*, 16(48), 381-402.

Silva, M. e Valente, W. (2008). A Matemática Moderna em Portugal: o que dizem os cadernos dos alunos? *Quadrante, XVII*(1), 77-92.

Teodoro, A. (2001). Organizações internacionais e políticas educativas nacionais: A emergência de novas formas de regulação transnacional, ou uma globalização de baixa intensidade. Em S. Stoer, L. Cortesão e J. Correia (Eds.), *Transnacionalização da educação: da crise da educação à "educação da crise"* (p. 125-161). Lisboa: Afrontamento.

Wielewski, G. e Matos, J. (2009). O currículo de Matemática prescrito no início no Ciclo Preparatório do Ensino Secundário português. Em J. A. Fernandes, M. H. Martinho e F. Viseu (Eds.), *XX Seminário de Investigação em Educação Matemática* (p. 239-248). Viana do Castelo: APM.