Revista de História da Educação Matemática
HISTEMAT

ISSN: 2447-6447

Submetido: 04/07/2020
Aprovado: 06/07/2020

EL POSITIVISMO MEXICANO
DEBATE SOBRE LOS FUNDAMENTOS DEL CÁLCULO INFINITESIMAL A FINALES DEL SIGLO XIX

MEXICAN POSITIVISM
DEBATE ON THE FOUNDATIONS OF INFINITESIMAL CALCULATION AT THE LATE XIX CENTURY

Alberto Camacho Ríos[1]
ORCID iD: http://orcid.org/0000-0002-0685-4723

RESUMEN

La introducción en México de la Doctrina Positiva comtiana, por Gabino Barreda, se mira como una utopía peregrina que no tuvo el impacto esperado en la pauta educativa durante la creación de la Escuela Nacional Preparatoria en 1867. El positivismo mexicano se ha examinado como instrumento de control social de una burguesía enquistada en el gobierno del presidente Porfirio Díaz. Sin embargo, no hay evidencia de estudios relacionados con los conocimientos matemáticos que en esa institución se enseñaron de lado de esa ideología. En el escrito se analiza un debate sobre la fundamentación del cálculo infinitesimal engendrado al centro de la enseñanza matemática positiva de la preparatoria, por dos profesores que impulsaron su propia creación. El debate se centra en las características de la cantidad *h* que forma parte del concepto de "primera variación", derivada, en el cálculo infinitesimal. Del estudio se desprende un concepto de amplia utilidad en las ciencias de la época, reconocido como "punto de vista lógico".
Palabras clave: Positivismo. Cálculo infinitesimal. Punto de vista lógico.

ABSTRACT

Gabino Barreda's introduction of Comtiana's Positive Doctrine in Mexico is regarded as a pilgrim utopia that did not have the expected impact on the educational pattern during the creation of the National Preparatory School in 1867. Mexican positivism has been examined as a control instrument social of a entrenched bourgeoisie in the government of President Porfirio Díaz. However, there is no evidence of studies related to mathematical knowledge that were taught at that institution on the side of that ideology. The paper analyzes a debate on the foundation of the infinitesimal calculus generated at the center of positive mathematics education in high school, by two teachers who promoted their own creation. The debate focuses on the characteristics of the quantity *h* that is part of the concept of "first variation", derivative, in the infinitesimal calculus. The study reveals a concept widely used in science recognized as a "logical point of view".
Key words: Positivism. Infinitesimal calculus. Logical point of view.

[1] Profesor del Tecnológico Nacional de México, curso de Ecuaciones Diferenciales, Campus Instituto Tecnológico de Chihuahua II. E-mail: camachoalberto@hotmail.com

INTRODUCCIÓN

Gabino Barreda (1818-1881), médico, filósofo y político mexicano, fue el primer director de la Escuela Nacional Preparatoria, responsabilidad conferida por el presidente Benito Juárez con la puesta en marcha de las Leyes de Instrucción Pública del 2 de diciembre de 1867, derivadas del triunfo juarista sobre la Regencia de Maximiliano de Habsburgo. Antes de esa designación Barreda vivió en Francia, país hacia donde se dirigió para continuar sus estudios de medicina, al finalizar la intervención de los Estados Unidos en México ocurrida entre los años de 1846 y 1848. Durante el inició de la guerra participó en la defensa del territorio mexicano habiendo sido prisionero. En París, tuvo la oportunidad de atender los cursos que impartía el fundador del positivismo Auguste Comte, cuya influencia fue determinante en su formación filosófica. Regresó a México en 1853 cargando los seis tomos del *Cours de Philosophie Positive* (Comte, 1830) y el *System of Logic Ratiocinative and Inductive* (Stuart Mill, 1866). Con el nombramiento de director de la Escuela Nacional Preparatoria (ENP) dirigió esta institución bajo el pensamiento positivista, lo cual posteriormente permitió la fundación de la Universidad Nacional de México en 1919, ahora conocida como Universidad Nacional Autónoma de México. Fundó la *Sociedad Metodófila* a través de la cual introdujo en México el positivismo, convertido en doctrina oficial no sólo de la educación sino del Estado. Estas ideas inspiraron a sus seguidores a formar un grupo político autonombrado *Partido Científico*, que fue posicionándose durante el gobierno del presidente Porfirio Díaz. Según la interpretación de algunos detractores de esa corriente filosófica, el positivismo no era sino la expresión ideológica de ese grupo social.

José Vasconcelos (1882-1959), político, filósofo y educador mexicano, ubicaba en su verdadera dimensión las herrumbres sociales dejadas por esa corriente. Lo manifestaba de la siguiente manera:

> Escritores y educadores del viejo tipo científico, expresaron con frecuencia la opinión de que nuestro pueblo, particularmente el indio y la clase trabajadora constituían una casta irredimible (…) y afirmaron, asimismo, que toda esta población oprimida era incapaz de derrocar el despotismo militar y político de Porfirio Díaz. Y, sin embargo (…) la Revolución y la vida misma burlaron la doctrina positivista según la cual el progreso produce fatalmente una clase afortunada que, por poseer mejores dotes, representa la selección de las especies y tiene, por lo mismo, el derecho casi sagrado de explotar y sostener a su dominio a los ineptos (Citado por Zea, 1968, p. 31).

La Educación Positiva tuvo en su origen un interés sustentado en las ciencias, capaz de formar en los seres humanos un pensamiento orientado a la solución de problemas científicos. Sin embargo, al convertirse en un instrumento ligado a las pretensiones políticas de un grupo social, con el tiempo se interpretó como un interés de intervenir en el ambiente cultural, en cuyo origen dicha premisa fue siempre obstaculizada. Esta posibilidad se mezcló con la enseñanza preparatoria de asignaturas positivas, formando en los egresados hombres prudentes, indiferentes, juiciosos y sumisos, como afirma Antonio Caso: "formó una generación de hombres ávidos de bienestar material, celosos de su prosperidad económica, que, durante treinta años, colaboraron en la obra política de Porfirio Díaz (Citado por Zea, 1968, p. 30). Esa generación, amparándose en los conocimientos positivos adquiridos durante su formación preparatoria, desdeñaba la capa social baja, indígenas principalmente, reconociéndolos como los *menores*, o ineptos, como lo señala Vasconcelos, aquellos cuya capacidad intelectual distaba de la de ese grupo y a los cuales tenían derecho de controlar, manipular, sencillamente esclavizar. La Revolución Mexicana de 1917, si bien estalló contra la dictadura de Porfirio Díaz, iba orientada a eliminar el partido de *Los Científicos*, grupo político que movía el entramado social del país a su antojo, además, egresados de la ENP.

Sin embargo, el grupo de *Los Científicos* no representaba los intereses educativos impulsados originalmente por los fundadores de la ENP, los cuales promovieron en las matemáticas escolares nuevos conocimientos, principalmente en el cálculo infinitesimal.

El objetivo del artículo es mostrar algunos trazos de conocimientos matemáticos determinados por la filosofía positiva, impuesta en la enseñanza preparatoria por Gabino Barreda. No obstante, los saberes van de lado de los decretos de Instrucción Pública, movimientos políticos, difusión, planes de estudio, libros de texto y, sobre todo, de la influencia científica que los originó, así como tradiciones y diferentes estilos de concebir los conceptos. En el escrito solo se analiza y muestra una pincelada en la definición de conocimientos del cálculo infinitesimal, un debate entre dos pensadores mexicanos sobre la justificación de la cantidad h en los desarrollos de funciones $f(x)$ como $f(x+h)$. El debate va de la mano con la apertura y primera etapa de vida académica de la ENP. Para su consecución se sigue una metodología que vincula los acontecimientos sociales que llevaron a la apertura de la preparatoria, con aquellos de carácter técnico que permitieron la escritura de los primeros libros de texto para la institución.

PLANES DE ESTUDIO POSITIVOS

Con el establecimiento en 1867 de la ENP Barreda enfrentaría difíciles problemas para el inicio de las actividades académicas el 3 de febrero de 1868. Alrededor de 700 estudiantes provenientes de diferentes colegios buscarían inscribirse, sin incluir los 220 que asistían como internos antes de la apertura (Lemoine, 1970, p. 79). Otro asunto fue dejar de lado los objetivos académicos heredados del Colegio de San Ildefonso, sobre el cual se levantaba la nueva institución, constituidos por el plan de estudios determinado por la Regencia de Maximiliano de Habsburgo, cuyo contenido iba de lado de los planes fincados en Francia y España. Con ese interés restringió la ruta de asignaturas de matemáticas en el último grado, de esos planes. Fueron los casos de la *geometría práctica*, el *levantamiento de planos topográficos* y algunas otras como la *aplicación del álgebra a la geometría* (Camacho, 2011, p. 15).

Cuadro 1 – Plan de Estudios para la Preparatoria de 1867.

Primer Año		Segundo Año		Tercer Año
Ideología	Gramática, Española y General	Aritmética	Física Experimental	Taquigrafía
Lógica	Latín	Geometría: Plana, Analítica y Descriptiva	Química General	Paleografía
Metafísica	Griego	Trigonometría: Rectilínea y Esférica	Historia	Teneduría de Libros
Moral	Francés	Cálculo Infinitesimal	Geografía: Física y Política	
Cronología	Inglés		Literatura	
Cosmografía	Alemán e Italiano	Mecánica Racional	Dibujo: De figuras, Paisajes, Lineal y Ornato	

Fuente: Dublan y Lozano (1878).

Entre los temas que se evitaron para el nuevo Plan de Estudios se encuentran, en el álgebra, el uso de la *regla de la falsa posición* para determinar raíces de los polinomios de cualquier grado, así como, en trigonometría, evitar el uso de logaritmos y el diseño de curvas. Además, se evitaría también la aplicación estereotipada de exámenes que se efectuaban al final del año escolar, durante los *Actos Públicos*, estilo de fiesta académica que se hacía desde la fundación del Colegio de San Ildefonso (op, cit, p. 16-17). Con el intento de mediar entre las asignaturas del viejo plan Barreda propuso para el inicio de actividades el que se muestra en el Cuadro 1.

Dublán y Lozano (1878) afirman que el curriculum propuesto por Barreda en 1867 "no era una consecuencia inmediata de sus ideas positivistas", sino que actuaba en función de los resultados pedagógicos de las diferentes leyes de instrucción heredadas a lo largo de la historia de la educación del país desde la etapa de la Independencia, todo ello con un propósito deliberado. Barreda confirió al nuevo plan el germen positivista manifiesto en la Mecánica Racional, escondida en este último. La Mecánica Racional había sido elaborada por el físico y matemático Joseph Louis Lagrange, de origen italiano, avecindado en Francia, y reconocida por Comte como eje central del *Cours de Philosophie Positive*. Barreda intentaba sujetar el nuevo Plan de esta asignatura, además de involucrar otras ausentes en los planes anteriores como el Cálculo Infinitesimal y la Lógica, esta última más de lado del punto de vista deductivo e inductivo impuesto por Stuart Mill (Stuart Mill, 1866). En este primer Plan (Cuadro 1) Barreda echaba el señuelo a los legisladores que votarían por su adopción, dejando la mayoría de las asignaturas escolásticas -como él les llamaba- de los planes anteriores y ponderando aquellas que Comte privilegiaba en su *Cours*, que había sido elaborado para dictarse en la Escuela Politécnica francesa lo cual, como es sabido, jamás ocurrió.

Cuadro 2 – Plan de Estudios para la Preparatoria de 1868.

Primer Año		**Segundo Año**		**Tercer Año**
Aritmética	Trigonometría Método Analítico	Física	Química	Historia Natural
Álgebra	Cosmografía Precedida de **Mecánica**	Geografía	Historia	**Lógica**
Geografía	Nociones de Cálculo Infinitesimal	Latín	Cronología	Ideología
Gramática		Inglés	Latín Segundo Año	Moral Gramática
Francés			Teneduría de Libros	Historia de la Metafísica
Taquigrafía				Literatura

Fuente: Dublan y Lozano (1878)

Al aceptarse el Plan elaborado en 1867 Barreda se apresuró a eliminar de este último la mayoría de las viejas asignaturas escolásticas y elaborar uno nuevo en el cual se privilegiaron las materias positivas (Plan de Estudios de 1868, Cuadro 2), principalmente las matemáticas. En este último el eje central sobre el que giraban la mayoría de las asignaturas era la Lógica -fincada a partir de la obra de Stuart Mill- la cual fue dejada para la última etapa de la instrucción, toda vez que para su aprendizaje era necesario tener conocimientos de matemáticas como Aritmética, Álgebra, Trigonometría, siguiendo con Cosmografía -que a su vez requería de conocer rudimentos de la Mecánica Analítica de Lagrange- con lo cual era posible aprender Cálculo Infinitesimal (Dublán y Lozano, 1878; Lemoine, 1970, p. 69). "Como usted podrá notar a primera vista –le explica Barreda en una carta al Presidente de la Cámara de Diputados Mariano Riva Palacio- los estudios preparatorios más importantes se han arreglado de manera que se comience por el de Matemáticas". Agregando:

> La simplicidad de las materias que forman el verdadero dominio de las Matemáticas, y el riguroso método lógico que esa simplicidad permite, hacen de esta ciencia el mejor medio de prepararnos a emprender después, con menos peligro de errar, otras especulaciones más complicadas (Citado por Lemoine, 1970, p. 55).

El Plan de 1868 era similar a la estructura dada por Comte al propuesto para la Escuela Politécnica francesa, es decir, iniciar con el estudio de las matemáticas: álgebra, trigonometría, secciones cónicas, cálculo infinitesimal, etc., para con esos conocimientos estudiar el curso de astronomía elemental -cosmografía- enlace con el que se podía pasar al estudio de la física. De esta forma la educación positiva tenía, como afirma Zea (1968, p. 125), "una finalidad casi exhaustiva, muy práctica y ofreciendo el máximo de verdades positivas". La naturaleza de ese "conjunto de verdades" debía presentar un carácter general y enciclopédico. Su germen formaría parte de la instrucción y estaría sujeto a reglas matemáticas fijas con las que todos los sujetos transitarían (op. cit, p. 126). El modelo de enseñanza debía iniciar con la ejecución de operaciones y ejemplos desarrollados de manera empírica, para después pasar a la sistematización del conocimiento de las reglas técnicas o *abstractas* que, de exponerse desde el principio, parecerían a los estudiantes inteligibles y superfluas (Barreda, 1987, p. 121). Ese enfoque permitiría crear en los estudiantes un "espíritu de investigación y de duda". En resumen, primero se daba el raciocinio puro, después la observación como base del raciocinio, luego la observación y experimentación, formando así una escala lógica que va de las matemáticas a la física (Barreda, citado por Zea, 1943, p. 131). Si bien la Mecánica Analítica fue dejada de lado por la enseñanza de la Lógica, ésta última guardaba un cobijo en el curso de Cosmografía colocada como pre-requisito en el aprendizaje del Cálculo Infinitesimal. Esta decisión no era casual y guardaba un propósito centrado en este curso. Otras asignaturas que no se contemplan en el Cuadro 2 fueron idiomas como alemán y griego, también, dibujo lineal, dibujo de ornato y geografía (op, cit, p. 83).

Para la enseñanza de la matemática en la ENP, Barreda se hizo de los mejores profesores todos ellos formados como ingenieros en el Seminario de Minería mexicano. Estos constituyeron el Colegio de Matemáticas de la ENP, fue el caso de Isidoro Chavero, Eduardo Garay, José María Bustamante, Manuel Fernández Leal, Francisco Díaz Covarrubias, entre otros como Manuel Tinoco y Francisco Bulnes (Lemoine, 1970, p. 55). Por la importancia de las matemáticas en el plan de estudios, la nominación de Colegio de Matemáticas paso, en 1871, a un nivel más alto denominándola Academia Superior de Matemáticas.

CÁLCULO INFINITESIMAL Y TEORÍA DE LAS FUNCIONES ANALÍTICAS

Al iniciar la Reforma de 1867, el presidente Juárez nombró Secretario de Justicia e Instrucción Pública a Antonio Martínez de Castro quien, a su vez, confió al Ing. Francisco Díaz Covarrubias (1833-1889) la reforma de los estudios. Díaz Covarrubias se había formado como geógrafo en el Seminario de Minería mexicano y destacado como astrónomo, escribiendo algunas obras de geodesia y astronomía, que tuvieron buena acogida en universidades estadounidenses y nacionales. Con la apertura de la ENP, elaboró con Barreda los planes de estudio de 1867 y 1868 citados anteriormente. Entre sus virtudes se halla su inclinación por la investigación científica de su época, que lo llevó a proponer métodos técnicos más precisos para la determinación de la latitud geográfica de un punto sobre la superficie de la Tierra, a través de observaciones astronómicas del Sol y de diferentes estrellas. Desarrolló levantamientos topográficos importantes en la zona del Valle de México elaborando los mapas respectivos, a los que impuso un método de delineación creado por él reconocido como “claroscuro”. No obstante, la clave de esa inclinación exitosa se centraba en el amplio conocimiento que tenía del cálculo infinitesimal y la aplicación que hacía de este último en las diferentes ciencias naturales. Con ese reconocimiento fue nombrado titular de la cátedra de Cálculo Infinitesimal que se debía enseñar en la preparatoria durante el segundo semestre, toda vez que era profesor de diferentes disciplinas en el Seminario de Minería, Subdirector de la ENP a partir del 3 de febrero de 1869, así como Director de la Oficina de Fomento durante la administración juarista. Ante la falta de libros de texto de autores nacionales de esa asignatura, Díaz Covarrubias se propuso escribir la que sería la primera *obra elemental* mexicana para la enseñanza del Cálculo Infinitesimal -diferencial e integral- publicada en 1873, actividad que se sugería en la Ley de Instrucción Pública mencionada.

CÁLCULO INFINITESIMAL DE FRANCISCO DÍAZ COVARRUBIAS

Si bien la Mecánica Analítica de Lagrange dejo de ser visible en el nuevo Plan de 1868 ésta no podía desdeñarse de las “verdades positivas” que debían formar a los preparatorianos. Las verdades en esa dirección habían sido establecidas por Auguste Comte en su *Cours de Philosophie Positive* y provenían de la obra de Lagrange (Lagrange, 1797), fincadas en el curso de cálculo propuesto para la Escuela Politécnica. De esta obra Comte sugería enseñar el Cálculo Infinitesimal partiendo de temas como las “funciones directas, funciones indirectas (inversas), cálculo de variaciones, cálculo de diferencias finitas”, entre otros (Comte, 1830, p. 230) con los que se pudiera avanzar hacia la Mecánica Racional (Estática, Dinámica y Mecánica). Con ese interés, describió su visión del cálculo infinitesimal en un apartado del primer tomo del *Cours* titulado *Philosophie Mathématique*: ésta era una amplia exposición de la matemática de su tiempo en la que deja ver los tres modelos del cálculo infinitesimal que se enseñaban en esa época en las escuelas francesas.

La idea del cálculo de Lagrange se centraba en el coeficiente del primer término que surge durante la variación de cada función $y = f(x)$ ordenada según las potencias de variación de la variable *x,* como $x + h$. Esto último hace que el primer coeficiente se asocie a la función derivada, como:

$f(x+h) = f(x) + f'(x)h + Bh^2 + Ch^3 + \text{etc}\ldots,$

en la que *h* se comporta como una cantidad infinitesimal. La propuesta de Lagrange se sostenía en dos cuestiones utilitarias importantes, destacando las expresiones reconocidas como *funciones analíticas*, es decir, aquellas funciones $f(x)$ que pueden ser desarrolladas en serie de potencias. El otro *artificio* era que, de esa manera, se evitaba el *paso al límite* para justificar la definición de la derivada $f'(x)$.

Por tratarse de una expresión algebraica que lleva a la obtención de la derivada sin mediar, en lo inmediato, su definición, y pensando en un curso de cálculo orientado para estudiantes preparatorianos, Díaz Covarrubias asumió las coyunturas impuestas por Lagrange para escribir su propia obra, la cual fue mezclada con sus concepciones y experiencia. El problema fundamental de la propuesta lagrangiana se halla, como en las definiciones de Newton y Leibniz, en la naturaleza errática de la cantidad *h.* Es en esta parte donde la visión del cálculo de Díaz Covarrubias debiera ser diferente de aquella de Lagrange. Este último justificaba su postura estimando h como una cantidad cuya naturaleza destaca del carácter geométrico de la recta tangente a la curva. Esta “debía ser una recta tal que entre ella y la curva no pasara otra en su punto común de contacto" (Citado en Comte, 1830, p. 211). El problema, pues, no era determinar la función derivada $f'(x)$ de una función analítica dada, para ello era suficiente identificar esta última en el desarrollo en serie de dicha función -acción que fácilmente los preparatorianos podían operar- sino fijar una postura congruente en relación con la cantidad h, que permitiera justificar su posición en la obra elemental. En la visión de Díaz Covarrubias se distingue el objetivo de introducir en el cálculo:

> […] ciertas cantidades auxiliares, con el fin de establecer las ecuaciones entre los diversos elementos de una cuestión, dando enseguida métodos para eliminar las auxiliares, a fin de obtener las relaciones que se buscan entre las cantidades principales del problema (Díaz Covarrubias, 1873, p. 19).

Por ofrecer grandes dificultades en su aplicación, Díaz Covarrubias no recurrió a las funciones derivadas definidas por Lagrange (Citado en Comte, 1830, p. 209). Asumió los desarrollos de funciones en serie de potencias y utilizó para definir la que llamó *primera variación*, el razonamiento geométrico de Fermat donde la recta secante tiende a la tangente al hacer variar el punto donde la primera corta a la curva hasta su coincidencia. Fijó la definición de la primera variación utilizando la cotangente del ángulo en dirección de la secante respecto del eje de las ordenadas y del triángulo rectángulo, no infinitesimal, formado por los dos incrementos y la secante (Díaz Covarrubias, 1873, pp. 29, 40), como se muestra enseguida:

$$cot.T = \frac{y' - y}{h} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Despejando y', y desarrollando en serie de potencias, obtuvo la que llamó *Ecuación de Variaciones* en la cual *A, B, C,* etc., fueron designados *coeficientes diferenciales*, es decir:

$$y' = f(x+h) = f(x) + f'(x)h + Bh^2 + Ch^3 + \text{etc}\ldots$$

Al asumir la naturaleza no infinitesimal del triángulo rectángulo con el que se llega a la primera variación, $cot.T$, fue necesario plantear su concepción respecto de la cantidad *h,* la cual la siguiente:

> Mi método, está derivado, en efecto, de sencillas consideraciones geométricas, las que a su vez reconocen por origen un artificio tan general como espontáneo de nuestro espíritu, cual es el de recurrir a la noción de constancia con el objeto de formarse una idea de la intensidad con que en un momento dado se produce un fenómeno variable (Díaz Covarrubias, 1873, p. 38).

Luego h es una *cantidad auxiliar* – infinitesimal o constante – indistinta para la determinación de la Ecuación de Variaciones de las funciones analíticas $f(x)$. Ésta puede tomar cualquier valor, aunque finalmente no es más que un símbolo. Por conveniencia, y sujetando su propuesta a los cánones de la época, asumió la notación leibniziana al despejar *A* en la ecuación de variaciones, es decir $A = \frac{f(x+h)-f(x)}{h} + P(h)$, para enseguida hacer h=0 y establecer A como $\frac{dy}{dx}$, o sea: $\frac{dy}{dx} = \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$. Pero en este modelo $\frac{dy}{dx}$ no envuelve idea alguna de determinada magnitud, pues "dy y dx pueden ser tan grandes o tan pequeñas como se quiera, con tal que guarden entre si la relación $cot.T = \frac{dy}{dx}$" (op, cit, p. 30).

A pesar del esfuerzo intelectual desarrollado por Díaz Covarrubias para justificar su propuesta, las primeras críticas de esta postura vendrían del mismo director de la preparatoria; nos referimos a Barreda. A esa crítica volveremos más adelante.

El libro de Cálculo Infinitesimal de Díaz Covarrubias fue, efectivamente, la primera obra elemental escrita para la enseñanza del cálculo en la preparatoria mexicana, utilizada con libertad en la mayoría de los colegios preparatorios del país. Tuvo tres impresiones que culminaron en 1901, siendo la última signada por la librería francesa de Charles Bouret.

EL EDIFICIO POSITIVISTA

El problema principal que enfrentaron Díaz Covarrubias y Barreda durante el inicio de la preparatoria fue el ir y venir en la atención que se debía dar a las cuestiones sociales, políticas y técnicas que surgían, como las quejas legislativas por la rigidez de la enseñanza matemática, que hicieron que en 1870 se excluyera del Plan asignaturas como la Geometría Analítica y, en cierta medida, Nociones de Cálculo Infinitesimal. Sin embargo, para el año de 1868, Barreda había asimilado en su totalidad el *System of Logic Ratiocinative and Inductive* de Stuart Mill e intentaba sumergir las ideas centrales en el curso de Lógica, situado al final de la de enseñanza preparatoria. Con esa finalidad se crearon las primeras *academias*, círculos de estudio en los que se cultivaba en dos años los ramos más importantes de esa asignatura, en su vinculación práctica con la matemática. No obstante, el modelo de formación positiva fincado en la preparatoria no era suficiente y, en el año de 1877, se creó para los egresados la *Asociación Metodófila* en la cual se pondría a prueba las ideas resultantes de la formación ideológica de los estudiantes preparatorianos (Zea, 1943, p. 152). En la Asociación se leían memorias científicas sustentadas en los métodos positivos de la deducción e inducción sostenidos por Mill en su obra. Algunos reportes que subsisten refieren discursos sobre matemáticas, astronomía, física, química, biología y sociología. Toda exposición era sometida por Barreda al escrutinio del método científico de la inducción y deducción, eliminando aquellas ponencias que no resistían su rigurosa interpretación (op, cit, p. 152). En un principio las ponencias fueron condensadas en documentos como las *Conferencias Científicas de los alumnos de la Escuela Nacional*

Preparatoria, pero al finalizar el siglo XIX aparecerían en la *Revista Positiva*, órgano difusor de conocimientos científicos, filosóficos, sociales y políticos del positivismo mexicano, como rezaba al interior de la revista.

Barreda presentó en la Asociación Metodófila sus ideas respecto a la justificación del Cálculo Infinitesimal, postulando un *punto de vista lógico* adherido al método de la deducción e inducción de Mill. Si bien esas ideas estaban frescas desde el inicio mismo de las funciones de la preparatoria no se imprimirían en la Revista Positiva hasta el año de 1908, diecisiete años después de acontecida su muerte en 1881 como homenaje a dicha propuesta.

PUNTO DE VISTA LÓGICO

El *punto de vista lógico* fue consecuencia del análisis de Barreda realizado a las diferentes propuestas de justificación del Cálculo Infinitesimal que se conocían en su época (Barreda, 1908). Aun cuando en el estudio se percibe una crítica fuerte a las posturas de Díaz Covarrubias, Comte y Lagrange, aceptó la utilidad de las *cantidades auxiliares* como entidades provisorias que surgen durante el procedimiento de determinación de la Ecuación de Variaciones, para su posterior eliminación en la obtención del primer coeficiente, asumiendo que las diferentes ramas de la ciencia hacen uso frecuente de ese recurso:

> Las cantidades dx, dy, dz, que entran en todo momento como elementos analíticos del cálculo, tienen evidentemente aquel carácter; ellas no forman parte del enunciado del problema, ni deben formar tampoco parte de su resolución final. Son, pues, cantidades puramente auxiliares, y sus respectivas funciones son en realidad indirectas con relación a la función final que se busca (Barreda, 1908, p. 7).

Por tanto, el objetivo de utilizar elementos de una geometría infinitesimal para establecer el contexto variacional de las funciones, postula Barreda, es la inferencia. Con esta, “no se pretende que los resultados a los que se llegue se tengan como verdades absolutas, ni que hagan una representación fiel de los problemas reales sino que sean consecuencias legítimas de las hipótesis de las que se parte” (op, cit., p. 31). En este sentido llegó la critica a Díaz Covarrubias y Lagrange:

> Reducir la geometría trascendente a solo operaciones algebraicas resulta completamente falso. La inducción no puede ser evadida por una verdad de naturaleza absoluta; puesto que esta metodología juega aquí un papel determinante y es que la inteligencia no tiene otro procedimiento para pasar de un medio parcial a otro global (Barreda, 1908, p. 39).

De dónde se pregunta Barreda sobre las cantidades radicales que contienen números imaginarios, o por qué inferimos expresiones no conocidas como $a = 0 \times \infty$, $1 = 0 \times \infty$, etc.

Expresiones absurdas como estas son el resultado de una generalización hecha a través de los números reales. Barreda dejaba ver que la matemática está llena de *tales enigmas*, que surgen durante el *análisis* -en el proceso que lleva a determinar la Ecuación de Variaciones- y tienen un fuerte impacto en la *síntesis*, al finalizar el proceso variacional. Es decir, son resultado de despreciar en las series las cantidades infinitesimales y analizar el conjunto de lo que queda.

En el fondo de sus comentarios Barreda se plegaba de las ideas del cálculo diferencial desarrollado por Leibniz. Aceptaba la metodología empleada por este último como los conceptos de análisis-síntesis para la determinación de la derivada, adoptando además la notación $\frac{dy}{dx}$ (Leibniz, 1768). No obstante, su interés iba más allá de esa simple aceptación. Utilizó una ley *de causación* planteada por Stuart Mill, reconocida como de las *variaciones concomitantes*, la cual refiere una relación de dependencia entre la variación de dos fenómenos, de suerte que a una variación causada en el primero, ocurra un efecto de *causación* en el segundo (Stuart Mill, 1866, p. 442). En otras palabras, si se tiene un fenómeno *A,* el cual produce un evento *a;* se sigue que, para cada variación en las diferentes relaciones de *A* siempre ocurre una variación en la cantidad *a.* Barreda hizo distinción de esta ley para determinar el valor al que tiende -disminuyendo incesantemente- la función $\frac{a}{x}$ a medida que *x* se va acercando a cero. Exhibió el problema de la siguiente manera:

> Si suponemos $\frac{a}{x}$, de manera que *x* vaya disminuyendo incesantemente, $\frac{a}{x}$ irá creciendo en proporción a medida que *x* se vaya acercando a 0. De esta constante relación entre la disminución de *x* y el aumento de $\frac{a}{x}$, inferimos por inducción de variaciones concomitantes, que si *x* llega a igualarse a 0, o si tocase su límite, como se dice $\frac{a}{x}$ sería= ∞ (Barreda, 1908, p. 54).

El argumento de Barreda tiene que ver con aquellas proporciones que, al diferir en una cantidad infinitesimal entre ellas se aproximan simultáneamente a sus límites, en tanto rigurosamente iguales. Su demostración es lo suficientemente válida en el mismo sentido de abordar ese problema en la actualidad -límite al que tiende $f(x)$ cuando $x \to 0$-. La única diferencia en la justificación es el uso de las variaciones concomitantes de Mill. Su interés era evitar las posturas algebraicas que eliminan de tajo la realidad en la que se mueven las cantidades infinitesimales, las cuales contienen la riqueza epistemológica del cálculo diferencial. Por su lado, el argumento de Leibniz consistía en considerar nula la diferencia entre las cantidades iniciales y las variaciones de primer orden -es decir, cuando la diferencia es nula- para llegar a la definición de derivada (Leibniz, 1768).

Ambos pensadores aceptaban que *h*, *dy, dx*, son "cantidades auxiliares" de las cuales, por medio del cálculo integral, se pueden deducir las "funciones primitivas" (Díaz Covarrubias, 1890, p. 198). Sin embargo, en el fondo del asunto se halla la discusión sobre la forma "inductiva" de desaparecer dichas cantidades. En la segunda edición del libro de cálculo infinitesimal, aparecida el año de 1890, Díaz Covarrubias incluyó un capítulo que tituló "Breve exposición comparativa de las diversas concepciones fundamentales que han servido de base al análisis trascendente" (op, cit, pp. 187-206). En este último critica las posturas de Newton, Leibniz y Lagrange, en tanto la diversidad en cada una, intentando con ello "defender" su propuesta. Al final de la exposición sugiere el caso particular del cálculo de un área bajo la curva, con el cual critica fuertemente las posturas de Leibniz y Barreda, antes citadas.

RESPUESTA DE DÍAZ COVARRUBIAS

Díaz Covarrubias cita uno de los ejemplos que propone Leibniz en su obra para determinar la "cuadratura de las curvas"[2] considerando el elemento trapezoidal mixtilíneo compuesto en la forma $MPP'M' = \left(y + \frac{1}{2}dy\right) dx$. De este último comenta lo siguiente:

> […] es evidente que este valor no puede, en manera alguna, convertir el trapecio elemental mixtilíneo, pues solo sería exacto para el rectilíneo formado por las ordenadas extremas, la diferencia de abscisas y la cuerda del arco; pero en la presencia de las magnitudes infinitesimales *dx* y *dy*, reducibles a ser tan pequeñas como se quiera y aun rigurosamente nulas, convierte esta ecuación provisional y notoriamente **falsa**[3] respecto de la curva, en un instrumento propio para averiguar cuál será la forma que debe adquirir para que pueda ser aplicable a la curva (Díaz Covarrubias, 1890, p. 199).

Leibniz se ocupaba de expresar la relación que existe entre la superficie y la base del elemento rectilíneo o poligonal $\frac{MPP'M'}{dx} = y + \frac{1}{2}dy$. No obstante, es en esta etapa cuando el "método inductivo" se hace necesario para, partiendo de un principio conocido -por ejemplo la ley de causación de Mill- pueda llegarse por medio de la inferencia "lo que se verificaría si aquel elemento en lugar de ser rectilíneo fuese curvilíneo". La única manera de que esto ocurra es suponer un decrecimiento continuo de lado de la poligonal, o sea en cada cuerda de los arcos formados, de modo que es evidente que la superficie del elemento rectilíneo se acerca continuamente a la del elemento mixtilíneo y que con ello fuera posible desaparecer completamente la diferencia entre la recta y la curva, es decir $\frac{MPP'M'}{dx} = \frac{dS}{dx}$, en la que S es la longitud del arco.

[2] No menciona la obra de Leibniz de la cual tomó el ejemplo.
[3] Las negrillas son nuestras.

> De aquí resulta la inducción de que haciendo desaparecer la magnitud auxiliar y evanescente *dy*, cuya presencia en la precedente relación indica que la ecuación es exacta para un trapecio rectilíneo, obtendremos directamente aplicable al elemento mixtilíneo. Luego nulificando a *dy*, la relación resultante $\frac{ds}{dx} = y$ deberá corresponder a la curva. Tal es la justificación que da el Sr. Barreda de los fundamentos lógicos del método leibniciano, pues aunque para mayor claridad lo he aplicado a un caso particular, se comprende que es igualmente aplicable a cualquier otro (Díaz Covarrubias, 1890, p. 200).

El asunto, pues, se centra en el método inductivo con el cual se permite la eliminación de h en la expresión, en el caso del ejemplo de $\frac{1}{2}dy$. Díaz Covarrubias no lo elimina porque considere que esa cantidad auxiliar sea infinitamente pequeña, ni tampoco porque se suponga el límite de la razón entre el producto y el tiempo, o porque sea la derivada de la función primitiva, sino simplemente porque su conservación en el resultado "desnaturalizaría "el objetivo del problema real.

En el fondo este es un problema de la Geometría Analítica asociada a la continuidad de las funciones que Barreda no alcanza a mirar. Díaz Covarrubias considera que en esta disciplina se vislumbra la idea de magnitudes infinitesimales –desde la óptica de Leibniz- enlazadas por pequeñísimos tramos de rectas determinados por la ecuación $y = f(x)$ que reafirman su continuidad.

> Creo, sin embargo, que el modo de concebir subjetivamente la continuidad de las funciones, debería modificarse para quedar en armonía con lo que realmente hacemos al representarlas gráficamente. Cuando se quiere construir una curva, se determina un número suficiente de puntos suyos por medio del cálculo numérico de su ecuación y seguida se unen por una línea continua, procurando que en sus diversas partes siga la ley de curvatura indicada por los puntos que se establecen exactamente con los valores calculados por la ecuación. (op, cit, p. 206).

El problema de usar tramos de rectas secantes asociadas al arco de curva, es que estas últimas no se pueden suponer unidas por la "ley de variabilidad" de la misma función, es decir, la elección de las rectas -por parte de Leibniz- es arbitraria en este sentido. De modo que si se utiliza esta concepción se eliminaría de la geometría analítica toda idea de magnitudes infinitesimales.

CONCLUSIONES

Si bien el *debate* entre los puntos de vista sobre la fundamentación del cálculo entre Barreda y Díaz Covarrubias no cuenta con un apoyo documental amplio, parte del pensamiento de los dos ideólogos se encuentra en la segunda edición del libro de Cálculo Infinitesimal del segundo (Díaz Covarrubias, 1890, p. 198-200), así como en el artículo publicado por la Revista

Positiva. Ambos pensadores llevaron una amistad identificada por sus nexos familiares y laborales y sería injusto considerar que de manera personal no hayan discutido sus propias argumentaciones. En el fondo habría que dimensionar el debate en su posición histórica. Los dos profesionistas se hallaban en una etapa en la cual la definición de los fundamentos, principalmente para la enseñanza de esa asignatura, no encontraba sedimento. Ambos intentos permanecen valiosos, en Díaz Covarrubias reducir la geometría infinitesimal trascendente a meras operaciones algebraicas que tienen por frontera la serie de Taylor; y en Barreda demostrar con el argumento del *punto de vista lógico* la falta de precisión en la misma regla, transponiendo el conocimiento fincado en el concepto de función, usando las variaciones concomitantes de Mill, llevándolo a una metafísica del saber donde se encuentra el infinito. Con ello, otros escritores mexicanos de obras elementales harían sus propias propuestas. Fue el caso del profesor de la preparatoria Francisco Echeagaray, quien escribió en 1897 un libro de cálculo infinitesimal (Echeagaray, 1897).

La vida científica de Díaz Covarrubias fue intensa aunque corta al fallecer a los 56 años. Escribió 11 artículos sobre astronomía de posición, así como también 5 libros sobre el mismo tema, 1 libro sobre climatología, 3 artículos y un libro sobre geodesia, 6 artículos y 1 libro sobre geografía, así como 2 libros y 2 artículos sobre matemáticas. Se cuenta además una amplia producción científica en folletos sueltos. Toda la obra es permeada por su conocimiento del cálculo infinitesimal. Además, en su época productiva se le consideró, con justa razón, como hombre “sabio” (Lemoine, 1970, p. 61).

Si se piensa que el *punto de vista lógico* propuesto por Barreda para resolver el paso al límite del problema visto anteriormente fue un centelleo fugaz surgido de las variaciones concomitantes de Mill, se incurre en un grave error. El argumento fue una herramienta utilizada en la resolución de problemas de diferentes disciplinas, toda vez que impulsado por científicos mexicanos egresados de la ENP, el cual bien merece un estudio más detallado. En 1893 se publicó un artículo del Ing. Agustín Aragón, seguidor de Barreda, el cual examinaba algunas de las consecuencias del cálculo de las probabilidades desde la perspectiva del punto de vista lógico (Aragón, 1893). Ello a pesar de que la Lógica de Mill ocuparía el lugar privilegiado otorgado por Barreda en la preparatoria hasta el año de 1876, cuando se promovieron propuestas de nuevas obras de esa ciencia.

La ENP se labró un prestigio que radicaba en la confianza con la cual la veían personalidades de la administración juarista, incluyendo al propio presidente, así como familias de la capital y los estados, quienes enviaban a sus hijos a recibir la instrucción positivista (Lemoine, 1970, p. 100-101). En el ambiente social de la institución destacaba la no discriminación por distingo de raza, posición económica o influyentísimo. Justo Sierra visitó la preparatoria en 1874 y elogió la disciplina, moralidad y aplicación de los estudiantes, así como la capacidad y sentido de responsabilidad de los profesores (Sierra, 1874). Le llamó la atención las "celdas" (habitaciones) donde habitaban los internos de las cuales "no se percibía ruido alguno" puesto que los jóvenes se ocupaban todos en estudiar. La ENP contaba con salones, oficinas, gimnasio, gabinetes, comedores y buenos alimentos para los alumnos internos. Ese año se supero la inscripción del anterior en 700 alumnos. Barreda atendería la dirección de la ENP hasta el año de 1877, que coincide con el triunfo de Porfirio Díaz sobre la administración del presidente Sebastián Lerdo de Tejada.

Los primeros diez años del nuevo siglo XX determinan la coronación del edificio positivista construido por Barreda. La Revista Positiva reseña las aportaciones científicas de variados temas de distinguidos positivistas. Se aprecia la continuidad del estudio de la Lógica de Mill, se comenta sobre la vida y obra de Comte y los nuevos cursos de filosofía para la preparatoria. Sin embargo, la parte oscura del positivismo se observa, también, en algunas tesis escritas por los egresados de la preparatoria. Miguel Macedo, alumno egresado al iniciar el siglo XX, presentó el trabajo titulado *Ensayo sobre los deberes recíprocos de los superiores y los inferiores*. Por *inferiores* se refería a los grupos indígenas desprotegidos por el gobierno porfirista. Es obvio a quienes aludía al mencionar a los *superiores*. La revolución mexicana pondría en su verdadera dimensión los logros benéficos para la ciencia arrojados por la filosofía positiva, al levantar sobre la ENP la Universidad Nacional de México.

REFERENCIAS

Aragón, A. (1893). *Examen de algunas de las consecuencias del cálculo de las probabilidades bajo el punto de vista lógico. Bibliografía Geográfica Mexicana: La obra de los Ingenieros Mexicanos*. Escrito por José Omar Moncada Maya, Irma Escamilla Herrera, Gabriela Cisneros Guerrero y Marcela Meza Cisneros. Publicado en el año 2019 por el Instituto de Geografía de la Universidad Nacional Autónoma de México.

Barreda, G. (1908). Examen del cálculo infinitesimal desde el punto de vista lógico. O exposición de los verdaderos fundamentos del cálculo de Leibnitz, en comparación con las otras formas del Cálculo Trascendente. México: *Revista Positiva,* Tipografía Económica, pp. 58.

Barreda, G. (1987). *La Educación Positivista*. México: Editorial Porrúa.

Camacho, A. (2011). *Difusión de conocimientos matemáticos a los colegios mexicanos del siglo XIX*. España: Ediciones Díaz de Santos.

Comte, A. (1830). *Cours de Philosophie Positive*. Paris : Au siège de la Société Positiviste.

Díaz Covarrubias, F. (1873). *Elementos de Análisis Trascendente o Cálculo Infinitesimal*. México: F. R Castañeda y L. G Rodríguez, Impresores.

Díaz Covarrubias, F. (1890). *Elementos de Análisis Trascendente o Cálculo Infinitesimal* (2da ed.). México: Oficina Tipográfica de la Secretaría de Fomento.

Dublan, M y Lozano, J. (1878). Ley Orgánica de Instrucción Pública del Distrito Federal. *Legislación Mexicana o Colección completa de las disposiciones legislativas, expedidas desde la Independencia de la República.* México.

Echeagaray, F. (1897). *Nociones de cálculo infinitesimal.* México: Imprenta Hijas de J. F Jens.

Lagrange, J-L. (1797). *Théorie des Fonctions Analytiques*. Paris : De l´Imprimerie de la République.

Leibniz, G. (1768). *Ouvre concernant le Calcul Infinitésimal. Recueil de diverses pièces sur la dispute entre Leibniz et Newton d´après damoiseaux*. Paris : Traduit par Jean Peyroux. Diffusé par la libraire A. Blanchard, 1983.

Lemoine, E. (1970). *La Escuela Nacional Preparatoria en el período de Gabino Barreda 1867-1878*. México: Universidad Nacional Autónoma de México.

Sierra, J. (1874). *Una visita a la Escuela Nacional Preparatoria*. México: La Tribuna, 7 de febrero de 1874.

Stuart Mill, J. (1866). *Système de Logique déductive et inductive, exposé de la preuve et des méthodes de recherche scientifique*. Paris : Traduit sur la sixième édition anglaise, deux tomes. Libraire Philosophique de Ladrange.

Zea, L. (1943). *El positivismo y la circunstancia mexicana*. México: Fondo de Cultura Económica.

Zea, L. (1968). *El positivismo en México: Nacimiento, apogeo y decad*encia. México: Fondo de Cultura Económica.