



ARITMÉTICA COM CÁLCULO MENTAL: “Como você fez?”

ARITHMETIC WITH MENTAL CALCULATION: “How did you do it?”

Danilene Gullich Donin Berticelli¹

 <https://orcid.org/0000-0003-3051-4750>

Sabrina Zancan²

 <https://orcid.org/0000-0001-9219-1286>

RESUMO

No estudo da Matemática, os erros cometidos pelos alunos geralmente estão relacionados ao fracasso, gerando um sentimento negativo em relação à disciplina. Neste texto, vamos apresentar uma abordagem sobre o erro que vai na direção oposta, considerando-o com um elemento sinalizador da falta de conhecimento na resolução de operações aritméticas. Trata-se de um estudo de caso que considerou a construção do material didático do Curso de Cálculo Mental para Professores – CalMe Pro, analisando, especialmente, os erros cometidos pelos alunos na resolução das tarefas propostas. O estudo considerou dois tipos de erros: o erro conceitual e o erro por distração, e mostra que, por meio do ensino dos conhecimentos de cálculo mental, quando houve a aprendizagem, o aluno não comete erro conceitual, pois tem um repertório de conhecimentos e um repertório de estratégias de cálculo mental para resolver, avaliar e validar suas respostas.

Palavras-chave: Cálculo mental. Conhecimentos. Estratégias. Erro conceitual. Erro por distração

ABSTRACT

In the study of Mathematics, mistakes made by students are usually related to failure, generating a negative feeling in relation to the subject. In this text, we will present an approach to the error that goes in the opposite direction, considering it as an element that signals the lack of knowledge in solving arithmetic operations. This is a case study that considered the construction of a didactic material for the Mental Calculation Course for Teachers – CalMe Pro, analyzing, especially, the errors committed by students in solving the proposed tasks. The study considered two types of errors: the conceptual error and the error due to distraction, and shows that, through the teaching of mental calculation knowledge, when there was learning, the student does not make a conceptual error, since he has a repertoire of knowledge and a repertoire of mental calculation strategies to solve, evaluate and validate his answers.

Keywords/Palabras clave: Mental Calculation. Knowledge. Strategies. Conceptual Error. Distraction Error.

¹ Doutora em Educação pela Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUC-PR). Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas da Universidade Federal do Paraná – Setor Palotina. Palotina, Paraná, Brasil. Rua Vereador Antonio Pozzan, 800, Palotina, Paraná, Brasil. Cep: 85.950-000. E-mail: danilene@ufpr.br.

² Doutorado pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). Docente do Magistério Superior da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Campus de Palmeira das Missões, RS, Brasil. Av. Independência, nº 3751, Bairro Vista Alegre, Palmeira das Missões - RS, Brasil, CEP: 98300-000. E-mail: sabrina_zancan@yahoo.com.br.

INTRODUÇÃO

Associar o erro em Matemática ao fracasso e à incapacidade é uma concepção bastante simplista e reducionista. De acordo com Pinto (1998), a escola não reconhece o erro como um elemento importante na construção do conhecimento, pois é pautada na cultura do acerto. Percebemos isso na correção das atividades. Ao cometer um erro, o aluno recebe um X na questão, geralmente destacado de caneta vermelha, de modo que fique bem visível. O que ele acerta, nem sempre é tão valorizado quanto aquilo que ele erra. De certa forma, notamos que existe uma punição ao aluno quando ele não oferece respostas corretas.

Entretanto, este não é o pior desfecho da situação. Quando finalizamos uma abordagem classificando questões como certas e erradas e não transformando o erro em uma situação de aprendizagem, ao aluno não é dada a oportunidade de refletir e aprender sobre o que não sabe. O aluno nem mesmo toma consciência de que o caminho escolhido não está correto. Não obstante, existem respostas finais certas, que são obtidas acidentalmente, por um caminho incorreto. É um “acerto que está errado”. Quando o professor não analisa o processo, nem ele nem os alunos tomam consciência desta situação. Nesta situação temos a aprendizagem incorreta do conteúdo.

Para além disso, outra questão não menos importante, é a forma como o erro é tratado quando avaliamos o que acontece além do papel com um X em vermelho. Nos referimos aos comentários tecidos a partir de um erro por professores e colegas. Estes comentários fogem do âmbito da aprendizagem e seguem o caminho da humilhação, da gozação, do *bullying*. A consequência deste tipo de abordagem gera um trauma, uma vergonha, uma raiva por ter errado e uma aversão ao assunto, fazendo com que a pessoa nunca mais queira aprender sobre o assunto ou falar a questão. Este tipo de situação geralmente causa bloqueio em relação ao conteúdo. Novamente não temos aprendizagem, apenas trauma e revolta.

O objetivo desse texto é relatar como alunos que aprenderam cálculo mental passaram a não cometer erros conceituais³ em operações de aritmética. Vamos narrar como nos apropriamos e utilizamos o erro no processo de ensino e aprendizagem de cálculo mental, a partir da construção do material didático do curso CalMe Pro - Cálculo Mental para Professores (Berticelli e Zancan, 2021) cujo objetivo foi: ensinar conhecimentos e estratégias de cálculo mental. Nesta construção, percebemos que é possível, saudável e potencial utilizar o erro como diagnóstico de aprendizagem e entendemos que é necessário analisar o erro e descobrir o que

³ No decorrer do texto vamos explicar como entendemos os erros conceituais e erros por distração.

precisa ser ensinado e aprendido para que este erro não volte a acontecer. Contudo, esta construção nos mostrou que, quando as atividades propostas são intencionais e estão de acordo com o nível de conhecimentos dos sujeitos, ou seja, obedecem a uma sequência e uma graduação, podem até existir erros por distração, mas há ausência de erros conceituais.

1. METODOLOGIA

Para compreender o erro como um elemento de diagnóstico e de construção da aprendizagem, no processo de ensino de conhecimentos de cálculo mental, utilizamos a metodologia de estudo de caso para a investigação, tendo em vista que

Um estudo de caso pode ser algo bem definido ou concreto, como um indivíduo, um grupo ou uma organização, mas também pode ser algo menos definido ou definido num plano mais abstrato como, decisões, programas, processos de implementação ou mudanças organizacionais (Meirinhos e Osório, 2010, p. 52).

Consideramos, para este estudo de caso, a construção do Curso de Cálculo Mental para Professores – CalMe Pro, analisando de modo especial, o erro no processo de desenvolvimento do material didático.

Na metodologia de estudo de caso há que se considerar algumas etapas, como a recolha, a análise e a interpretação da informação, bem como o propósito da investigação, com um estudo intensivo de um ou poucos casos. Dooley (2002) afirma que o estudo de caso é utilizado para “(...) desenvolver teoria, para produzir nova teoria, para contestar ou desafiar teoria, para explicar uma situação, para estabelecer uma base de aplicação de soluções para situações, para explorar, ou para descrever um objeto ou fenômeno” (p. 343-344).

Um estudo de caso é conduzido por um conjunto de características que

(...) ajudam a dar forma à metodologia dos estudos de caso, como a natureza da investigação em um estudo de caso, o seu caráter holístico, o contexto e sua relação com o estudo, a possibilidade de poder fazer generalizações, a importância de uma teoria prévia e o seu caráter interpretativo constante (Meirinhos e Osório, 2010, p. 52).

Nesta concepção, por meio do estudo de caso, pretendemos mostrar que o erro pode ser utilizado como uma ferramenta ou um elemento no processo de ensino e aprendizagem do cálculo mental, indicando ainda que, ao se construir uma base sólida em aritmética, os

estudantes cometem erros por distração, pois têm a compreensão e o conhecimento necessários para a correção dos mesmos.

A natureza dessa investigação é qualitativa na medida em que buscamos compreender e lidar com o erro como um elemento no processo de ensino na aprendizagem dos conhecimentos para o cálculo mental. O caráter holístico de interpretação nos permitiu considerar dois tipos de erros neste processo: o erro conceitual e o erro por distração, os quais serão abordados e discutidos nas próximas seções. Em relação ao contexto, nosso estudo focou em um fenômeno: o primeiro módulo do Curso CalMe Pro (Berticelli e Zancan, 2021), que contou com a participação de cinco professoras da Educação Básica.

Yin (2005) afirma que, nos estudos de caso, é essencial desenvolver ou testar a teoria. A construção do curso CalMe Pro se deu por meio de testes, em que a participação dos sujeitos foi imprescindível para o desenvolvimento do material, indicando especialmente que, o erro neste processo tem caráter diagnóstico, formativo, construtivo, tornando-se um elemento de aprendizagem.

2. COMO ENTENDEMOS O ERRO

O erro é objeto de estudo de muitos pesquisadores. Vejamos alguns autores que estudam e classificam as causas do erro. Kuzmitskaya apud Pinto (1998) categoriza quatro causas para o erro: (a) insuficiência de memória a curto prazo; (b) compreensão insuficiente das condições do problema; (c) ausência de regras verbais para a realização de cálculos e (d) uso incorreto das quatro operações básicas. Menchinskaya apud Pinto (1998) mostra que os erros resultam de: (a) realização incorreta de uma operação, (b) erros por uma compreensão conceitual insuficiente, (c) erros mecânicos por distração e (d) erros por aplicação indevida das regras algorítmicas.

Analisando estas classificações, podemos considerar dois grandes tipos de erros: (a) erros conceituais – que são aqueles que são cometidos pelo estudante por falta de conhecimentos, ou da compreensão dos conceitos e (b) erros por distração – quando o estudante tem o conhecimento, compreende o conceito, mas, mesmo assim, comete um erro ao elaborar uma resposta.

Entendemos o erro conceitual como um sinalizador de que os conhecimentos necessários para determinada tarefa não foram trabalhados suficientemente. Existem

conhecimentos que são necessários e são ensinados antes de trazermos uma abordagem ou questões ao aluno. Então, os utilizamos como sinalizadores. Quando um aluno comete um erro conceitual, identificamos o conceito e retomamos seu ensino, investimos na sua aprendizagem e retomamos com os exercícios. Entendemos que um erro conceitual é um indicativo de conhecimento não construído.

Vamos exemplificar com uma situação ocorrida conosco em uma sala de aula. Solicitamos a uma aluna de primeiro ano que completasse uma atividade composta por adições de uma unidade, por exemplo, $4 + 1$, $5 + 1$, $6 + 1$. Ela respondeu errado. Ao perceber seu erro, apontamos para o número 5 e questionamos: “Qual número é este?”. Ela consultou os números dispostos na parede, acima do quadro, contou até o quinto e falou: “Cinco”. Perguntamos a ela: “E qual número vem depois do 5?” Novamente ela olhou para os números acima do quadro, contou até 5, depois falou 6 e, então, respondeu: “Seis”. Ao interpretarmos esta situação podemos perceber que o erro cometido inicialmente é um erro por falta de conhecimento. Ela não sabe o que fazer, não tem o conhecimento de que adicionar uma unidade é o mesmo que pensar no sucessor. Se investigarmos mais profundamente, veremos que ela não tem o conhecimento de sucessor, nem ao menos reconhece o traçado dos números. Sabe apenas verbalizar a sequência numérica. Neste momento, recolhemos a atividade, sem certos e errados, retomamos o ensino do conteúdo: reconhecimento do traçado, sucessor e antecessor para, depois, oferecermos novamente a mesma atividade. Esta é uma abordagem onde o erro aparece como um sinalizador, permitindo um diagnóstico.

Os erros por distração indicam um engano, uma falta de atenção, dispersão. Estes, quando apontados para o aluno, são rapidamente percebidos e corrigidos. Associamos a ele um pedido de mais atenção, tranquilidade e, principalmente, a eliminação de qualquer elemento de distração durante a resolução das tarefas. Faremos nossa argumentação com base nestes dois tipos de erros.

3. CÁLCULO MENTAL E ERRO

A Matemática está presente na vida acadêmica do primeiro ao último ano da Educação Básica, continua em grande parte dos cursos técnicos e superiores e, mesmo com toda sua importância e aplicabilidade, é tachada como aquela matéria acessível para poucos, apenas para uma “elite”, funcionando como um filtro social. Associado a isso, a Matemática é geralmente

temida pelos estudantes, que apontam que não gostam, que não sabem onde aplicar os conhecimentos, não percebem sua utilidade. Não obstante, os índices dos exames nacionais expressam a defasagem de aprendizagem que os estudantes têm com essa matéria, com indicadores que colocam o Brasil entre as piores posições dos rankings mundiais. Para além disso, muitos estudantes apresentam bloqueios de aprendizagem decorrentes de algum trauma relacionado a uma experiência ruim, um erro, algo marcante.

A base da Matemática é a aritmética. Alicerçado na aritmética temos praticamente todos os outros conhecimentos matemáticos. Para compreender a subtração, é necessário primeiro, compreender bem a adição. Para compreender a multiplicação é necessário ter conhecimentos de adição e subtração. Da mesma forma, para compreender a divisão, é necessário conhecimentos de adição, subtração e multiplicação. Assim, para que o aluno tenha um bom entendimento e uma boa relação com a Matemática, é imprescindível que ele saiba aritmética.

Comprendemos que, uma boa Aritmética é aquela construída com cálculo mental. Com o cálculo mental o aluno desenvolve o senso numérico, a flexibilidade com os números, a criatividade, a autonomia, e participa ativamente do processo de ensino, desenvolvendo uma base sólida em Aritmética. Além disso, o cálculo mental fortalece a relação do estudante com a Matemática pois ele começa a ter sucesso em suas ações e escolhas na resolução de um problema.

Berticelli e Zancan (2023, no prelo) realizaram um estudo sobre as estratégias de cálculo mental para a adição e concluíram que o cálculo mental é embasado em quatro categorias de conhecimentos, conforme o Quadro 1:

Quadro 1 – Conhecimentos de cálculo mental

Conhecimento	Conceito	Exemplos
Fatos Básicos	São aquelas operações de adição ou subtração cujo resultado não ultrapassa a dezena mais próxima, ou seja, a soma é dada apenas pela alteração da unidade das parcelas.	$5 + 3;$ $7 + 2;$ $14 + 5;$ $21 + 8;$ $32 + 7$
Decomposição	Este fato consiste em ter memorizadas todas as possíveis decomposições, em somas, dos números menores que 10.	$2 = 1 + 1;$ $3 = 1 + 2;$ $4 = 1 + 3 = 2 + 2;$ $5 = 1 + 4 = 2 + 3;$ $6 = 1 + 5 = 2 + 4 = 3 + 3;$ $7 = 1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4;$ $8 = 1 + 7 = 2 + 6 = 3 + 5 = 4 + 4;$ $9 = 1 + 8 = 2 + 7 = 3 + 6 = 4 + 5$
Memória de dobros	Algumas estratégias requerem a memorização dos dobros, os mais frequentes são os dobros dos números de 1 a 20. Assim como a operação inversa.	$7 + 7 = 14$ $14 - 7 = 7$ $12 + 12 = 24$ $24 - 12 = 12$ $15 + 15 = 30$ $30 - 15 = 15$
Rede de relações numéricas do 10 (RRN 10)	Neste grupo estão todos os conhecimentos que envolvem o 10 nas parcelas ou no resultado, bem como os múltiplos de 10.	$10 = 1 + 9 = 2 + 8 = 3 + 7 = 4 + 5 = 5 + 5;$ $10 - 1 = 9; 10 - 2 = 8; 10 - 7 = 3; \dots; 10 - 1 = 9;$ $10 + 1 = 11; 10 + 2 = 12; 10 + 3 = 13; \dots; 10 + 9 = 19;$ $10 = 11 - 1 = 12 - 2 = 13 - 3 = 14 - 4 \dots$ $20 + 1 = 21; 20 + 2 = 22; 20 + 3 = 23 \dots$ $20 = 21 - 1 = 22 - 2 = 23 - 3 = 24 - 4 \dots$ $11 + 10 = 21; 10 + 15 = 25;$ $13 - 10 = 3; 25 - 10 = 15$

Fonte: As autoras com base em Berticelli e Zancan (2023, no prelo).

A Base Nacional Comum Curricular (2018) indica outros dois conhecimentos essenciais para a elaboração de estratégias de cálculo mental, que são: compor e completar.

Quadro 2 – Conhecimentos de cálculo mental segundo a BNCC

Conhecimento	Conceito	Exemplos
Compor	É o conhecimento que permite compor um número de diferentes formas.	$1 + 4 = 5$ $2 + 3 = 5$ $1 + 6 = 7$ $2 + 5 = 7$ $3 + 4 = 7$
Completar	Partindo de um número, verificar o quanto falta para chegar até outro número maior.	$1 + \underline{\quad} = 5$ $12 + \underline{\quad} = 25$ $26 + \underline{\quad} = 50$

Fonte: as autoras de acordo com a BNCC

Os conhecimentos necessários para o cálculo mental (Quadro 1 e Quadro 2) constroem uma base sólida para a Aritmética e promovem a utilização de estratégias de cálculo mental, que entendemos como

(...) aqueles exatos ou aproximados, que são efetuados mentalmente, ou com anotações para apoiar o raciocínio, que não dependem, exclusivamente, do uso de algoritmos e da contagem. São aqueles que utilizam estratégias, raciocínio lógico numérico, que derivam resultados de outros memorizados e tem suas ações validadas pelas propriedades numéricas e operacionais (Zancan, e Sauerwein, 2017, p. 311).

O cálculo mental possui em torno de 8 estratégias para a adição e outras 8 estratégias para a subtração (Beishuizen, 1993; Thompson, 1999; Parra, 1996; Threlfall, 2002; Boaler, 2020), que dependem diretamente dos conhecimentos elencados, necessários a este cálculo. Diferentemente do algoritmo, quando um aluno precisa corrigir um erro cometido por meio do cálculo mental, ele aciona outra estratégia, distinta da primeira, onde dificilmente comete o mesmo erro. Enquanto no algoritmo, ele precisa corrigir um erro repetindo a mesma regra. Desta forma, quando o estudante que utiliza cálculo mental comete um erro, este geralmente é caracterizado como um erro por distração, pois ele domina os conhecimentos, de modo que dificilmente ele comete erro conceitual. Contudo, o erro não é visto como algo ruim, mas algo que pode ser imediatamente revisto e transformado em uma resposta correta.

Vamos analisar a seguinte adição. O professor propõe a operação: $198 + 97$. Geralmente os alunos que não são acostumados com o cálculo mental, resolvem seguindo o modelo do “arme e efetue”. Exemplificamos dois erros: um dos erros é “armar sem alinhar unidades e dezenas”, outro é não usar o macete “vai um”:

Quadro 3: Erros em operações de “arme e efetue”

Exemplo de operação	Erros cometidos
$\begin{array}{r} 198 \\ +97 \\ \hline 1168 \end{array}$	Observamos que a resolução desta operação <u>está errada</u> , pois foi armada sem alinhar as unidades, dezenas e centenas, o que resultou em um erro conceitual.
$\begin{array}{r} 198 \\ +97 \\ \hline 11815 \end{array}$	Nesta resolução o erro conceitual consiste em não compreender o macete “vai um”, o que leva a considerar as adições de unidades, dezenas e centenas de forma separada. Observamos que não há compreensão do campo numérico, pois a resposta <u>está errada</u> , não faz sentido, mas o aluno não percebe.

Fonte: Elaborado pelas autoras.

O processo “arme e efetue” favorece ao erro conceitual, pois o estudante não compreende o campo numérico, a amplitude dos números que está adicionando e é um processo realizado por meio de regras. Quando erra neste procedimento, tem que refazer o mesmo processo, retomar o algoritmo. Ainda, este procedimento nada mais é do que um macete, não carrega consigo os conhecimentos do campo numérico. O erro por distração também pode acontecer neste processo, de modo que, para corrigir irá utilizar o mesmo caminho novamente.

A mesma operação pode ser resolvida por cálculo mental, numa situação em que o aluno tem um repertório de conhecimentos e um repertório de estratégias. Vejamos:

Quadro 4: Resolução de operação com estratégias de cálculo mental

Resolução por cálculo mental	Estratégia utilizada
$198 + 97 = 198 + 2 + 95 = 200 + 95 = 295$	Ponte pelo 10
$198 + 97 = 195 + 3 + 97 = 195 + 100 = 295$	Ponte pelo 10
$198 + 97 = 200 + 97 - 2 = 297 - 2 = 295$	Compensar com um dos números (o primeiro)
$198 + 97 = 198 + 100 - 3 = 298 - 3 = 295$	Compensar com um dos números (o segundo)
$198 + 97 = 200 + 100 - 2 - 3 = 300 - 2 - 3 = 295$	Compensar com os dois números
$198 + 97 = 190 + 90 + 8 + 7 = 280 + 15 = 295$	Decompor e somar as dezenas depois as unidades

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Apresentamos cinco formas diferentes de resolver, utilizando quatro diferentes estratégias para efetuar a adição $198 + 97$ por meio de cálculo mental para fazermos um contraponto com o algoritmo. De fato, quando o aluno tiver dúvidas sobre a resposta obtida com uma estratégia, facilmente pode acionar outra estratégia para analisar e validar seu resultado. Nesta situação, o aluno pode até cometer um erro por distração, que será corrigido

ao utilizar outra estratégia para validar a escolha, mas não cometerá erros conceituais, pois se ele sabe cálculo mental, têm os conhecimentos, compreende a sequência numérica e suas propriedades.

4. COMO CONSTRUÍMOS UMA BASE SÓLIDA EM ARITMÉTICA EM QUE O ERRO FOI UM ELEMENTO DE DIAGNÓSTICO PARA O ENSINO

Para a construção do cálculo mental é necessário oferecer atividades que construam os conhecimentos necessários apresentados no Quadro 1 e no Quadro 2. De posse destes, o aluno tem condições de elaborar as estratégias. O desafio foi encontrar uma maneira de conduzir o ensino destes conhecimentos e estratégias de forma que o estudante fosse autodidata e pensasse na aprendizagem, não se preocupando com o erro e entendendo-o como um processo saudável. Precisávamos que valorizasse os caminhos escolhidos na resolução de uma operação e que a ideia de certo e errado aparecesse apenas na avaliação deste caminho como bom ou ruim.

Então, na estruturação do curso CalMe Pro, desenvolvemos um material didático próprio, com a intenção de construir os conhecimentos necessários para o cálculo mental, para as quatro operações básicas, assim como, as estratégias de cálculo mental. O material didático foi baseado no Método Líquen (Zancan e Sauerwein, 2017) e é composto por 120 tarefas escritas, em folhas A5.

Ao construirmos o material didático do Curso CalMe Pro percebemos a necessidade de seguir a sequência de conteúdos: adição, multiplicação, subtração, multiplicação e divisão, iniciando com números menores que 10 e seguindo a graduação para números menores que 20, menores que 30 e, assim, gradativamente, até 100. Construimos o cálculo mental para números até 100, pois entendemos que um aluno que compreende o processo até 100 expande este conhecimento para números maiores, utilizando esses conhecimentos em situações de “arme e efetue”.

A construção das tarefas do curso CalMe Pro aconteceu gradativamente, com participação ativa dos alunos. Oferecemos tarefas semanalmente, sempre cientes do objetivo de construir os conhecimentos necessários para o cálculo mental. Quando os alunos não conseguiam completar a tarefa com a facilidade e o tempo desejados, concluíamos que as atividades não estavam adequadas àquele grupo naquele momento, indicando que ainda havia

conhecimentos a serem construídos. As discussões semanais acerca do material eram fundamentais, pois mostravam exatamente quais conhecimentos ainda estavam ausentes.

A dificuldade e os erros, tanto escritos como falados, nos mostravam as lacunas nos conhecimentos que precisariam, necessariamente, ser construídos para a resolução daquela tarefa. Assim, retomávamos o ensino dos conhecimentos, por meio de outras tarefas intencionadas e adequadas. Após a construção dos conhecimentos, oferecíamos novamente as tarefas e, na quase totalidade das vezes, não havia mais dúvidas, nem erros. Com as atividades intencionais e adequadas ao nível dos alunos, os participantes não produziam erros conceituais.

Outra característica importante, muito salientada pelos alunos, foi a postura de nunca falarmos que uma resposta estava errada. Sempre que um aluno respondia a uma questão, estivesse certa ou errada, perguntávamos: “Por quê?”. Estávamos interessadas na estratégia utilizada e não na resposta. Ao explicar, o próprio aluno percebia se havia utilizado uma estratégia válida ou havia feito algo errado. Seguidamente perguntávamos: “Tem outra forma de fazer?”. Ao escolher outra estratégia o aluno obtinha a mesma resposta ou respostas diferentes. Caso ambas estivessem corretas, resposta e estratégia, seguíamos para outra operação. Caso as respostas fossem diferentes, analisávamos onde poderia estar a ação incorreta. O aluno nunca ouviu “Esta resposta está errada”. Esta atitude trouxe leveza para as discussões e todos queriam relatar suas estratégias, sem medo de estarem errados.

Este relato pode trazer a impressão de que não avançamos em conhecimento, que mantemos as tarefas na zona de conhecimento real dos alunos (Moreira, 1999) para que estes soubessem resolver sem dificuldade ou erros. No entanto, isso não aconteceu. Os novos conhecimentos foram introduzidos ao material de forma gradativa, com uma graduação muito leve, com o objetivo de ensinar os conhecimentos necessários para o cálculo mental para que, de posse destes, o aluno fosse capaz de elaborar uma estratégia de cálculo mental. A seguir ilustramos os conhecimentos de cálculo mental em uma das tarefas.

Figura 1: Atividade 23 do Curso XXXX

Fatos Básicos - Adição e Subtração				
Decomposição	Fatos básicos	Dobros	RRN do 10	Decomposição
3= __ + __	7+1=	7+ 7=	10= __ +6+3	5= __ + __
4= __ + __	7+3=	5+ 5=	10= __ +7+2	5= __ + __
4= __ + __	5+5=	8+ 8=	10= __ +8+1	5= __ + __
6= __ + __	1+7=	3+ 3=	10= __ +2+3	5= __ + __
6= __ + __	3+7=	2+ 2=	10= __ +3+5	5= __ + __
6= __ + __	7+2=	1+ 1=	10= __ +4+2	9= __ + __
5= __ + __	4+4=	4+ 4=	10= __ +5+1	9= __ + __
5= __ + __	4+3=	6+ 6=	10= __ +4+1	9= __ + __
7= __ + __	8+2=	9+ 9=	10= __ +3+3	9= __ + __
7= __ + __	1+8=	10+10=	10= __ +5+1	9= __ + __
7= __ + __	8+2=	12+12=	10= __ +7+2	9= __ + __
8= __ + __	6+3=	15+15=	10= __ +2+2	9= __ + __
8= __ + __	2+2=	11+11=	10= __ +1+1	9= __ + __
8= __ + __	1+9=	13+13=	10= __ +2+3	9= __ + __

Fonte: Material Didático elaborado pelas autoras.

Nesta tarefa é possível observar atividades que favorecem a construção do cálculo mental pois envolvem o que consideramos a base da aritmética: fatos básicos, dobros, decomposição e rede de relações numéricas do 10, conforme apresentamos no Quadro 1. Na tarefa seguinte é possível observar a graduação, mencionada anteriormente, pois os números aumentaram e a sequencia também, pois nesta o aluno está trabalhando com uma diversidade de estratégias para a adição.

Figura 2: Atividade 59 do Curso XXXX

REVISÃO - Estratégias da Adição			
Ponte pelo 10	Memória de dobros	DDUU	Ponte pelo 100
38+14=	25+24=	16+18=	70+43=
39+22=	23+22=	17+14=	50+65=
47+14=	28+27=	28+16=	60+78=
46+26=	34+35=	29+17=	80+44=
58+15=	35+37=	35+18=	90+57=
55+28=	42+43=	36+29=	150+66=
66+17=	46+45=	34+35=	180+47=
Compensar I	Compensar II	NDU	Escolha a estratégia
32+29=	29+37=	43+12=	29+14=
34+38=	28+29=	45+14=	41+22=
43+39=	37+28=	36+25=	56+29=
45+28=	38+39=	34+27=	51+43=
54+17=	49+28=	45+28=	42+45=
56+27=	59+38=	43+35=	68+50=
65+29=	58+27=	52+46=	35+18=

Fonte: Material Didático elaborado pelas autoras.

Na tarefa 100, trazemos adições, subtrações e multiplicações, respeitando a sequência dos conteúdos, com atividades que devem ser resolvidas com cálculo mental, utilizando-se as estratégias que foram elaboradas com os alunos.

Figura 3: Atividade 100 do Curso XXXX

Adição, Subtração e Multiplicação

<div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; margin-bottom: 5px; text-align: center;">Use memória dos dobros</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; text-align: center; font-size: 0.8em;">Como $30+30=60$, $60-30=30$. Então, como 58 é 2 a menos, fica 28</div>	<div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; text-align: center;">Calcule a multiplicação por 2, por 4 e por 8 pensando em dobros</div>	<div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; text-align: center;">Decomponha e multiplique como pensar conveniente</div>
$58-30=$ $26+25=$ $33+31=$ $44+45=$ $25-12=$ $40-18=$ $60-29=$ $30+29=$ $40+38=$ $34-16=$ $52-25=$ $51+52=$ $62-30=$	$2 \times 25=$ $4 \times 25=$ $8 \times 25=$ $2 \times 35=$ $4 \times 35=$ $8 \times 35=$ $2 \times 12=$ $4 \times 12=$ $8 \times 12=$ $2 \times 21=$ $4 \times 21=$ $8 \times 21=$	$18 \times 4=9 \times 2 \times 2=$ $15 \times 6=5 \times 3 \times 2 \times 3=$ $6 \times 35=$ $24 \times 4=$ $28 \times 4=$ $6 \times 13=$ $23 \times 6=$ $8 \times 12=$ $14 \times 12=$ $15 \times 12=$ $24 \times 8=$ $16 \times 6=$

Fonte: Material Didático elaborado pelas autoras.

Na construção do material didático do curso, utilizamos o erro como um indicador da falta dos conhecimentos necessários ao cálculo mental, do uso incorreto de alguma estratégia ou do uso de alguma estratégia inválida. Com este diagnóstico, focamos na construção dos conhecimentos faltantes e na discussão sobre as diferentes estratégias de cálculo mental.

Este material didático permite a construção dos conhecimentos de cálculo mental por meio de uma base sólida, com isso, dificilmente precisamos lidar com erros, especialmente erros conceituais. Os erros, quando acontecem são por distração, portanto, de fácil correção.

CONSIDERAÇÕES

Neste estudo, partimos da hipótese de que o erro pode ser utilizado como uma ferramenta no processo de ensino e aprendizagem de cálculo mental, indicando lacunas de conhecimentos que ainda precisam ser construídos, para que o aluno avance nos conteúdos. A análise realizada a partir de um estudo de caso, indicou a importância de o professor conhecer

os conteúdos, para detectar os conhecimentos que os alunos necessitam, de modo que a aprendizagem ocorra sem erros conceituais.

A estruturação do curso CalMe Pro nos mostrou que, ao ensinarmos os conhecimentos necessários para o cálculo mental por meio de atividades intencionais, graduais e realizadas diariamente, o aluno tornou-se apto a elaborar estratégias de cálculo mental. Neste processo, o aluno aprendeu a utilizar este tipo de cálculo e não cometeu erros conceituais. Os poucos erros cometidos, quando aconteceram, foram por distração.

Frente a uma resposta errada, podemos questionar: “Por quê?” ou “Como você fez?” e ouvir o aluno. Com estas perguntas, o pensamento do aluno é valorizado, de modo que, ao elucidar as estratégias escolhidas, ou seja, o caminho tomado para uma solução, o próprio aluno é capaz de perceber os erros e de acionar outras estratégias para avaliar e validar suas respostas. Ao avaliar as estratégias do aluno, o professor consegue perceber onde há lacunas no conhecimento e pode saná-las.

Em resumo, entendemos que o erro, quando acontece, deve ser usado como um indicador, um sinalizador, da falta de algum conhecimento, indicando a necessidade de sua construção, jamais algo relacionado ao fracasso, à punição, ou algo negativo do processo de ensino e aprendizagem da aritmética.

Ressaltamos que a segurança do aluno em atividades de cálculo, seja ele mental ou não, advém da prática diária, sendo fundamental que atividades relacionadas ao cálculo mental ou ao cálculo escrito façam parte da rotina do aluno, de modo que este possa criar memórias e reforçar estratégias, para que estas, quando acionadas, possam ser realizadas com segurança.

REFERÊNCIAS

- Base Nacional Comum Curricular. (2018). Ministério da Educação, Brasília. <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>
- Beishuizen, M. (1933). Mental strategies and materials or models for addition and subtraction up to 100 in Dutch second grades. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 24, n. 4, p. 294-323. <https://eric.ed.gov/?id=EJ478390>
- Berticelli, D. G. D.; Zancan, S. (2021). CalMe Pro – Cálculo mental para professores. *Rencima – Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, São Paulo, v.12, n. 4, p. 1-21, jul./set. <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2982>.
- Berticelli, D. G. D.; Zancan, S. (2023). Conhecimentos e atividades para potencializar o cálculo mental. In: *Acta Scientiarum.Education* (no prelo).

- Boaler, J. (2020). *Mente sem barreiras: as chaves para destravar seu potencial ilimitado de aprendizagem*. Porto Alegre: Penso.
- Dooley, L. M. (2002). Case Study Research and Theory Building. *Advances in Developing Human Resources* (4), 335-354. <https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/1523422302043007>
- Meirinhos, M., & Osório, A. (2010). O estudo de caso como estratégia de investigação em educação. In: *EDUSER: revista de educação*. Vol 2(2).
- Moreira, M. A. (1999). Teorias de aprendizagem. São Paulo: Editora pedagógica e universitária, 1999. https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/3328862/mod_resource/content/1/Teorias%20de%20Aprendizagem%20Marco%20Antonio%20Moreira.pdf
- Parra, C. (1996). Cálculo mental na escola primária. In: Parra, C. & Saiz, I. *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*. Cap. 7, p. 186-235. Porto Alegre, RS: Artes Médicas.
- Pinto, N. B. (1998). *O Erro como estratégia didática no ensino da matemática elementar*. Tese de Doutorado da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo.
- Thompson, I. (1999). Mental calculation strategies for addition and subtraction. *Mathematics in school*, London, v. 28, n. 5, p. 3.
- Threlfall, J. (2002). Flexible mental calculation. *Educational studies in Mathematics*, v. 50, n. 1, p. 29-47.
- Yin, R. (2005). Estudo de Caso. Planejamento e Métodos. Porto Alegre: Bookman.
- Zancan, S. & Sauerwein, R. A. (2017). Método Líquen-Aritmética para os anos iniciais. *Vivências, Erechim*, v. 13, n. 24, p. 310-321. http://www2.reitoria.uri.br/~vivencias/Numero_024/artigos/pdf/Artigo_29.pdf