



# FENÔMENO DE VULGATA EM ATIVIDADES DE MATEMÁTICA QUE ENVOLVEM OS CONHECIMENTOS BÁSICOS DO CÁLCULO MENTAL

## VULGATE PHENOMENON IN MATHEMATICS ACTIVITIES INVOLVING MENTAL CALCULATION BASIC KNOWLEDGE

**Juliana Martendal Salla<sup>1</sup>**

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-8567-3700>

**Danilene Gullich Donin Berticelli<sup>2</sup>**

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-3051-4750>

### RESUMO

O cálculo mental é muito utilizado no dia a dia das pessoas, fazendo com que o mesmo se torne alvo de pesquisas. Sabemos que, ao longo da história, vários autores se dedicaram a estudá-lo, trazendo contribuições sejam metodológicas, históricas ou nas práticas do ensino. O presente texto é uma proposta de pesquisa de mestrado, que irá analisar livros didáticos de matemática, em que foram encontradas figuras com atividades que aparentam ser semelhantes a uma atividade aplicada em cursos de cálculo mental para professores. O objetivo é buscar aproximações e afastamentos entre tais atividades, com base nos conhecimentos básicos para o cálculo mental e realizar uma investigação sobre o fenômeno de vulgata nestas atividades. Nossa pesquisa tem base na História da Educação matemática (Pinto, 2007; Valente 2007, 2008b, 2015) e mobiliza referenciais teórico-metodológicos da História Cultural (Chartier, 1990).

**Palavras-chave:** Cálculo mental; Livro didático; Atividades; Vulgata.

### ABSTRACT

The mental calculation is widely used in people's daily lives, making it the target of research of all kinds. We know that throughout history several authors write about it, and bring contributions whether methodological, historical or in teaching practice. This text is a master's research proposal, where mathematics textbooks will be analyzed, where figures with activities that appear to be similar to an activity applied in mental calculation courses for teachers were found. The objective is to look for approximations and distances between such activities, based on basic knowledge for mental calculation and to carry out an investigation about the vulgate phenomenon in them. Our research is based on the History of Mathematics Education (Pinto, 2007; Valente, 2007, 2008b, 2015) and the methodology used was Cultural History (Chartier, 1990).

**Keywords:** Mental calculation; Textbook; Activities; Vulgate.

---

<sup>1</sup>Mestranda do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas na Universidade Federal do Paraná – Setor Palotina, Palotina, Paraná, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Elis Regina, 764, apto 09, Jardim Dallas, Palotina, Paraná, Brasil, CEP: 85950-000. E-mail: julianamsalla@gmail.com.

<sup>2</sup>Doutora em Educação pela Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Docente do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas na Universidade Federal do Paraná – Setor Palotina, Palotina, Paraná, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Vereador Antonio Pozzan, 800, Centro, Palotina, Paraná, Brasil, CEP: 85950-000. E-mail: danilene@ufpr.br.

## INTRODUÇÃO

O cálculo mental é um instrumento muito utilizado pelas pessoas diariamente, seja de forma voluntária ou não, pois estamos constantemente precisando resolver algum cálculo matemático. Isso faz com que ele se torne alvo de distintas pesquisas científicas, sob diversos aspectos metodológico, histórico ou mesmo na prática do ensino. Durante pesquisas anteriores (Salla, 2022) trabalhamos com a formação de professores, com as concepções, metodologias de ensino e estudo em fontes (livros, artigos científicos, pesquisas acadêmicas, manuais pedagógicos, revistas, cadernos), no âmbito do cálculo mental.

Uma das finalidades do cálculo mental é o desenvolvimento de estratégias por meio de conhecimentos básicos para a solução das quatro operações fundamentais da Matemática. Isso nos é apresentado por diferentes autores ao longo da história, como Leite (1927), Backheuser (1933, 1946), Aguayo (1935), Albuquerque (1951), Parra (1996), Berticelli (2017), Zancan (2017), Berticelli e Zancan (2021), entre outros. E outros autores como Porto (1965), D'Augustine (1976) e Boaler (2018) que trazem muitas vezes, informações semelhantes aos conhecimentos de cálculo mental, sem mencioná-lo de forma literal. Tudo indica que o cálculo mental é uma forma de auxiliar ou aprimorar o ensino de conteúdos matemáticos.

Entendemos a concepção de cálculo mental, como aqueles cálculos

[...] exatos ou aproximados, que são efetuados mentalmente, ou com anotações para apoiar o raciocínio, que não dependem, exclusivamente, do uso de algoritmos e da contagem. São aqueles que utilizam estratégias, raciocínio lógico numérico, que derivam resultados de outros memorizados e têm suas ações validadas pelas propriedades numéricas e operacionais (Zancan & Sauerwein, 2017, p. 311)

Nossa pesquisa na perspectiva da História da Educação matemática<sup>3</sup>, mobiliza referências metodológicas da História Cultural (Chartier, 1990). Este campo de estudo provém da nossa participação no grupo Associado de Estudos e Pesquisas sobre História da Educação matemática (GHEMAT Brasil), que faz estudos, pesquisas e produz coletivamente trabalhos envolvendo este tema. Entendemos que

ter clareza sobre essa história, conhecer as finalidades do ensino, conhecer a história de sua disciplina permitirá ao professor uma ação pedagógica consciente, de modo a transformar a matéria, para que os alunos possam compreendê-la e assimilá-la. Uma ação pedagógica, em que o conhecimento pedagógico e o conhecimento a ser ensinado se fundem (Berticelli, 2017, p. 18).

---

<sup>3</sup> Pinto (2007), Valente (2007, 2008b, 2015).

Como o ensino acontece de forma específica e focada no meio escolar, é necessário observarmos as ferramentas utilizadas nesse ambiente nesta ação. As atividades fazem parte do aparato pedagógico no ensino de Matemática e estão presentes nos livros didáticos. Então, é necessário olharmos para os livros para observamos como o cálculo mental é apresentado.

O livro didático de matemática de outros tempos revela-se como importante meio para a pesquisa da história da educação matemática. Rompendo com a análise estritamente interna dos conteúdos matemáticos desses livros, o historiador da educação matemática buscará enredá-lo numa teia de significados, de modo a que ele possa ser visto e analisado em toda a complexidade que apresenta qualquer objeto cultural (Valente, 2008a, p. 159).

Assim, as fontes que compõe este estudo são livros didáticos de matemática de distintas nacionalidade que foram encontrados no *Teachers College – Columbia University*, durante o estágio de pós-doutorado de umas das autoras. Os primeiros indícios de que os livros poderiam servir de fontes de pesquisa surgiram quando se notou uma semelhança em imagens<sup>4</sup> contidas nos mesmos. As atividades descritas nestas imagens lembravam de uma atividade trabalhada em cursos<sup>5</sup> de formação de professores para o cálculo mental.

O presente texto tem por objetivo apresentar uma proposta de pesquisa que será desenvolvido por uma das autoras no âmbito do mestrado, para analisar tais figuras e trabalhar com possíveis aproximações e afastamentos entre elas, a fim de uma investigação de um possível fenômeno de vulgata<sup>6</sup> (Chervel, 1990) nas mesmas. Como ferramenta de análise utilizaremos os conhecimentos básicos para o cálculo mental (Berticelli & Zancan, 2023, no prelo).

## 1. REFERENCIAL TEÓRICO METODOLÓGICO

A História Cultural caracterizou a metodologia deste estudo. Segundo Chartier (1990, p. 16) a História Cultural identifica “[...] o modo como em diferentes lugares e momentos uma determinada realidade social é construída, pensada e dada a ler”. Para compreender “[...] o sentido atribuído à cultura matemática escolar e as ligações com diferentes regiões” (Pais e Freitas, 2015, p. 116) a apropriação (Chartier, 1990), utiliza uma abordagem social para a

---

<sup>4</sup> Serão abordados ao longo do texto.

<sup>5</sup> Para mais informações sobre o curso, indicamos a leitura dos artigos “Cálculo mental na formação continuada: relato de experiência do curso CalMe Pro” (Berticelli & Salla, 2021) e “CalMe Pro - Cálculo mental para professores” (Berticelli & Zancan, 2021).

<sup>6</sup> Os conceitos serão melhores discutidos posteriormente no texto.

análise de práticas e saberes, adotando como referência o campo de produção no qual as pessoas interagem com textos de um determinado período.

Tendo em vista a circulação em diferentes livros didáticos, queremos compreender se as imagens encontradas nas fontes consultadas podem ser consideradas uma vulgata (Chervel, 1990), ou seja, um material comum em diferentes manuais, manuais e/ou livros didáticos, que possuem pequenas diferenciações, não podendo serem consideradas plágio. O “fenômeno de vulgata” descrito por Chervel (1990), acontece pelo fato da existência de uma grande abundância de material disponível para o ensino de um mesmo conteúdo, o que ocorre em diferentes disciplinas, e não apenas na matemática.

Todos os manuais ou quase todos dizem a mesma coisa, ou quase isso. Os conceitos ensinados, a terminologia adotada, a coleção de rubricas e capítulos, a organização do *corpus* de conhecimentos, mesmo os exemplos utilizados ou os tipos de exercícios praticados são idênticos, com variações aproximadas. São apenas essas variações, aliás, que podem justificar a publicação de novos manuais, e de qualquer modo, não apresentam mais do que desvios mínimos (Chervel, 1990, p. 203).

Segundo Chervel (1990, p. 204) “[...] as vulgatas evoluem ou se transformam” e faz parte do papel do historiador de disciplinas escolares analisar e descrever essas vulgatas, a fim de encontrar variações aproximadas e entender as evoluções dentro do ensino. Utilizamos os livros para o entendimento de como se dava o ensino da matemática em determinados períodos e regionalidades<sup>7</sup>, assim como a História Cultural determina. Valente (2008a) ressalta que o livro didático há pouco tempo tem o *status* de fontes de pesquisa, pois era apenas considerado uma literatura descartável.

O historiador de uma dada disciplina defronta-se, em seu inventário de fontes para estudo da trajetória histórica de um determinado saber escolar, com épocas em que a produção didática se apresenta estável; isto é, o conjunto dos livros didáticos, num dado momento histórico, caracteriza apropriadamente uma *vulgata escolar*. Isso parece ser o mais frequente na história de uma disciplina, mas há, momentos em que, impulsionado pelos mais diversos determinantes, o historiador, encontra produções que intentam dar origem a um novo modo de organização do ensino (Valente, 2008a, p. 142).

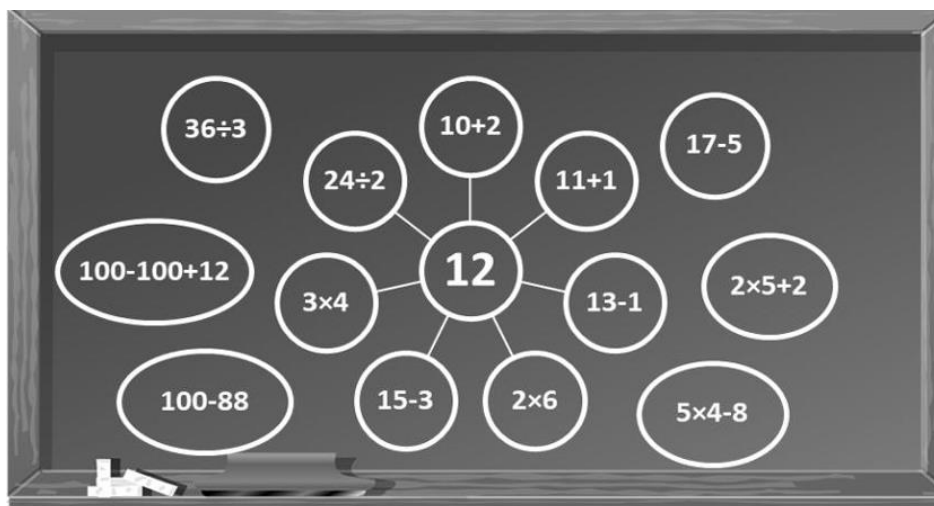
Nossas comparações entre atividades a serem analisadas como vulgata, estão sendo baseadas a partir de uma atividade que Zancan e Berticelli (2023), nomeiam de “Número do dia”, que foi elaborada com o ideal de “[...] potencializar e valorizar a construção dos

---

<sup>7</sup> Neste caso, estamos utilizando livros de países europeus datados das décadas de 80 ou 90, que foram encontrados pela Danilene Berticelli em seu estágio de pós-doutorado nos Estados Unidos da América no *Teachers College*.

conhecimentos necessários para o cálculo mental” (p. 1). As autoras explicam<sup>8</sup> como é desenvolvida a atividade com os alunos em sala de aula.

**Figura 1** – Quadro completo com expressões numéricas na atividade “Número do Dia”



**Fonte:** Zancan e Berticelli (2023)

Uma atividade semelhante é sugerida por Boaler (2020) em que ela recomenda um número, por exemplo o 17 e pede para que os alunos escrevam tudo o que sabem sobre este número. O princípio é o mesmo. A ideia é "[...] abandonar perguntas com respostas automáticas e, em seu lugar, fazer perguntas que desafiem os alunos a buscar respostas" (Boaler, 2020, p. 95). Ela conta a experiência:

Outro dia, escrevi no quadro: "A resposta é 17. De quantas maneiras diferentes você pode me levar à resposta?". Eu pensei que eles poderiam dizer apenas 1 mais 16, mas eles estavam estudando ordens de operações, e ficaram muito animados, e eu fiquei impressionada com eles (Boaler, 2020, p. 95).

No livro “Conversas Numéricas” de Humphreys e Parker (2019), observa-se muitas ideias semelhantes à proposta do Número do Dia. As autoras chamam de Conversas Numéricas e a descrevem como

[...] uma breve prática diária no qual os estudantes resolvem mentalmente problemas de cálculos e falam sobre suas estratégias, como um modo de transformar de forma significativa o ensino e a aprendizagem em aulas de Matemática (Humphreys & Parker, 2019, p. 6).

<sup>8</sup> “O professor anuncia a atividade (geralmente no início da aula de matemática) e coloca no centro do quadro o número referente ao dia do mês. Em seguida solicita aos estudantes que ofereçam expressões numéricas que têm como resultado aquele número. Por exemplo, no dia 12, a professora coloca no centro do quadro o número 12... Quando o quadro está cheio ou os alunos não têm mais contribuições, o professor encerra a atividade” (Zancan & Berticelli, 2023, p. 1-2).

Berticelli e Zancan (2023, no prelo) mostram que o cálculo mental é fundamentado em conhecimentos e estratégias, onde alguém só elabora uma estratégia se possuir conhecimentos básicos para isso. As autoras apresentam os “Conhecimentos necessários para adições por cálculo mental”, que podem ser separados em quatro grupos: Fatos básicos, Decomposição, Dobros e Rede de Relações Numéricas do 10 (RRN do 10)<sup>9</sup>. E estes são considerados pelas autoras conhecimentos básicos para o cálculo mental, e a atividade Número do Dia tem como ideal, o auxílio no desenvolvimento da rede de relações de um número, que faz esses conhecimentos serem construídos.

A atividade Número do dia é destacado pelas autoras por “potencializar a aprendizagem da aritmética por meio da decomposição numérica, da criatividade, da abstração, da flexibilidade de pensamentos e da construção de uma rede de relações numéricas” (Zancan & Berticelli, 2023, p. 1). Os alunos são encorajados a usar a criatividade, criar situações e desenvolver o senso numérico. Todos os alunos são motivados a participar, já que é uma atividade que trabalha os números de 1 a 31, permitindo que seja fácil a construção de uma expressão numérica. Assim como, quando o professor ouve o pensamento do estudante, este consegue identificar os progressos e as dificuldades que devem ser trabalhadas novamente. “O Número do Dia é um exemplo de atividade que, ao ser realizado continuamente na rotina escolar, produz um aprofundamento dos conhecimentos matemáticos e do raciocínio imediato” (Zancan & Berticelli, 2023, p. 4).

Com a observação de semelhanças na construção de tal atividade com as imagens encontradas nos livros didáticos, a ideia é encontrar as aproximações e os afastamentos das atividades, principalmente pelo fato de existir um intervalo considerável de tempo entre as publicações. Os livros estrangeiros que estão sendo utilizados, estão datados das décadas de 80 e 90, enquanto o artigo publicado por Zancan e Berticelli é de 2023. E com essas observações pretende-se analisar os princípios do fenômeno de vulgata nestas atividades. Na continuação das nossas pesquisas, vamos também analisar os livros didáticos como um todo, páginas sucessoras e antecessoras à atividade da imagem citada, para percebermos quais conteúdos devem ser trabalhados com os estudantes antes da apresentação da mesma. Pretendemos realizar essa análise a partir de três pontos até agora estabelecidos com o avanço dos nossos estudos: (a) conhecimentos de cálculo mental (Berticelli & Zancan, 2023); (b) elementos da matemática do ensino (Morais, Bertini & Valente, 2021); (c) argumentos operatórios de Piaget (2007).

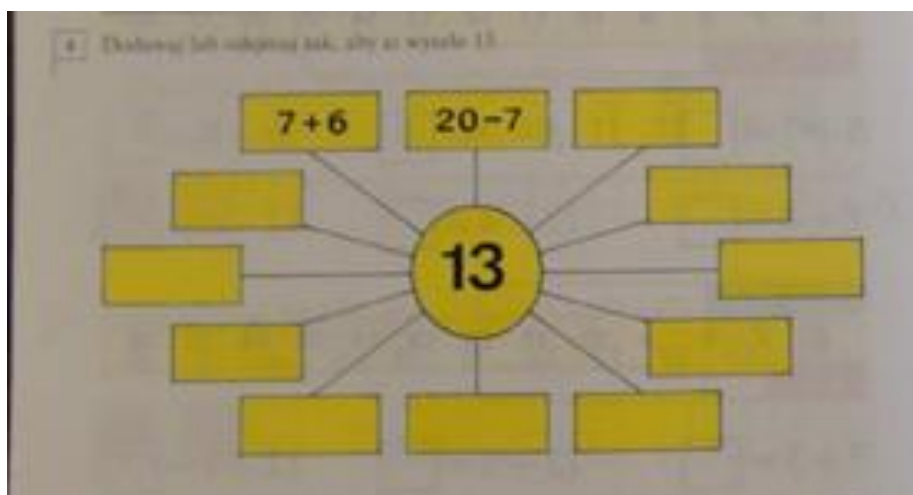
---

<sup>9</sup> Todos estes conhecimentos básicos citados são explicados e exemplificados no trabalho das autoras Berticelli e Zancan (2023, no prelo).

## 2. DESENVOLVIMENTO

Os livros didáticos de matemática que estamos utilizando para as análises de nossa pesquisa, estão em outros idiomas, o que faz a tarefa da investigação ser lenta e requerer mais atenção aos detalhes. Temos livros da Alemanha, França, Hungria, Polônia, Portugal e Rússia, onde todos apresentam imagens semelhantes as quais apresentadas a seguir. Como o presente texto é uma proposta de pesquisa, iremos apresentar duas figuras para comparação e início de nossas discussões. A Figura 2, está localizada em uma apostila polonesa destinada à primeira série do ensino fundamental (tradução nossa) e é datada de 1992. Nela vemos um número central, algumas expressões em sua volta que resultam neste número e no enunciado da atividade é indicado que sejam feitas somas e/ou subtrações que resultem 13 (tradução nossa).

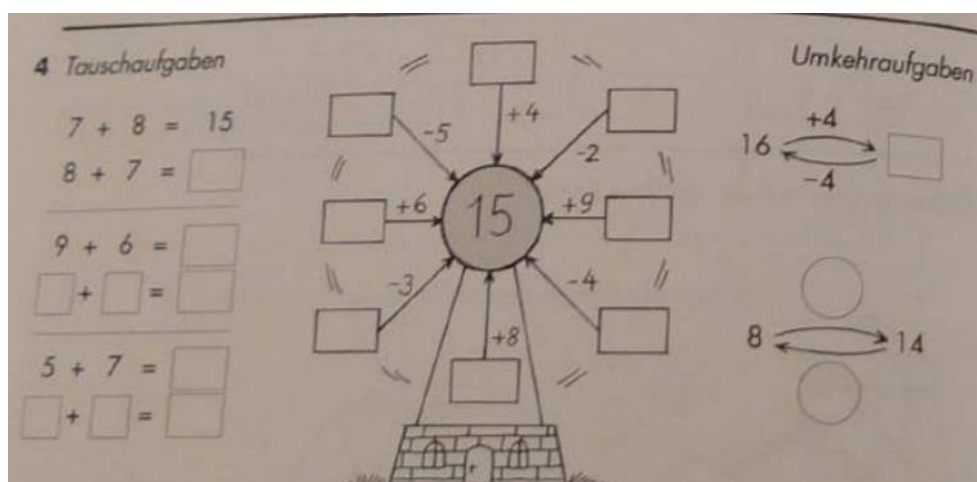
**Figura 2** – Figura de apostila polonesa destinada a primeira série do ensino fundamental



**Fonte:** Matematyka 1 (Semadeni, 1992, p. 8)

A Figura 3 está localizada em um livro didático da Alemanha, datado de 1992. Na atividade analisada também existe um número central, neste caso o 15, e segmentos ligando este número a retângulos, onde deve ser colocado o resultado dos cálculos indicados, pois ao lado de cada segmento existe uma operação a ser feita.

Figura 3 – Atividades em livro didático alemão



Fonte: Rechne Mit (Kading, Kapnick, Schmidt & Senftleben, 1992, p. 2)

Visualmente é muito claro perceber as semelhanças entre a atividade do Número do Dia, com as mostradas nas Figuras 2 e 3. Ambas apresentam um número ao centro, e cálculos a serem feitos ao redor do mesmo. Todavia, diferente do Número do Dia que possui o objetivo claro já discutido neste texto, as atividades destes livros didáticos não apresentam seus ideais para as mesmas. Seus enunciados, mencionam apenas “complete” ou “descubra”, sem idealizar seus objetivos.

Normalmente as atividades envolvendo expressões numéricas são aplicadas em uma ordem em que, é dada uma operação e o aluno tem apenas uma possibilidade de resposta, como nos exemplos:  $5 + 6 = \underline{\quad}$ ;  $2 + 8 = \underline{\quad}$ . A resposta da expressão é o que procuramos nestes casos. Ao propormos o caminho contrário, apresentando um número, um resultado e solicitando que sejam oferecidas expressões que resultem neste número, observamos que existe uma infinidade de respostas que podem ser elaboradas, de acordo com os conhecimentos dos alunos, invocando a criatividade, trabalhando a flexibilidade e o senso numérico, características fundamentais do cálculo mental.

Quando percebemos que este tipo de atividade permeia a história, notamos que o entendimento da necessidade de ver os cálculos não apenas como fatos matemáticos ou algoritmos pré-estabelecidos sempre existiu, reforçando a necessidade de desenvolver habilidades matemáticas com os estudantes. Chervel (1990) diz que as atividades vão se transformando e se adaptando conforme as necessidades do momento presente, e isso é chamado de uma vulgata. Assim, nossos próximos passos nesta pesquisa caracterizam-se no aprofundamento dos detalhes de tais imagens, atividades aplicadas antes e depois da observada, ideias que circulam no livro, assim como a circulação do próprio livro no seu próprio país.



Procuramos entender quais os objetivos dos autores na inserção das atividades construídas na interface apresentada, para que então consigamos construir as relações com o cálculo mental e desenvolver a ideia do fenômeno de vulgata das imagens.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo, em andamento, indica que existe uma semelhança entre as atividades apresentadas, sendo que estas possibilitam o estímulo aos conhecimentos necessários ao cálculo mental. Ao propor o caminho contrário, partindo da resposta para criar situações que envolvem essa resposta, o aluno fica livre para pensar no resultado de forma autônoma, escolhendo o caminho que mais tem significado para ele. Com isso, ele pode usar memórias de dobros, a decomposição e composição de um número, a rede de relações do 10, além dos fatos básicos. A situação proposta permite o desenvolvimento do cálculo mental, pois pode ser resolvida com apoio de raciocínio, mas acima de tudo, leva o estudante a pensar sobre a resposta que ele pode dar, acionando os conhecimentos e até estratégias de cálculo mental.

Apesar de visualmente as atividades apresentadas serem muito semelhantes, nossos próximos passos são trabalhar mais a fundo nos detalhes. A atividade Número do dia, tem seus ideais e objetivos muito claros, todavia as atividades encontradas nos distintos livros didáticos não possuem tais definições. Vamos analisar a fundo os livros, como atividades antecessoras a tal figura, assim como atividades sucessoras. Investigaremos o livro como um todo, buscando padrões, a fim de ser possível denominar essa múltipla aparição desta atividade, como fenômeno de vulgata ou não.

## REFERÊNCIAS

- Aguayo, A. M. (1935) Didática da Escola Nova. Tradução: J. B. Penna e A. d'Avila. 8ª ed., Vol. 15. São Paulo: Companhia Editora Nacional. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/116427>>. Acessado em agosto de 2021.
- Albuquerque, I. (1951) de. Metodologia da Matemática. Rio de Janeiro: Conquista. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/134314>>. Acessado em agosto de 2021.

- Backheuser, E. (1933) *A Aritmética na “Escola Nova” (A nova didática da Aritmética)*. Rio de Janeiro: Livraria Católica. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/134889>>. Acessado em agosto de 2021.
- Backheuser, E. (1946) *Como se ensina a Aritmética (fundamento psicopedagógicos)*. Vol.9. Rio de Janeiro – Porto Alegre – São Paulo: Edição da Livraria do Globo. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/134512>>. Acessado em agosto de 2021.
- Berticelli, D. D. (2017) *Cálculo mental no ensino primário (1950-1970) – um olhar particular para o Paraná*. (Doutorado em Educação) – Programa de pós-graduação em Educação, Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Curitiba. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/180391>. Acessado em março de 2018.
- Berticelli, D. G. D. & Salla, J. M. (2021) *Cálculo mental na formação continuada: relato de experiência do curso CalMe Pro*. In: LISBÔA, E. S.; MARCOLINO, A. da S. (Org.). *E-Book: Desafios formativos no contexto atual*. IV Simpósio de Licenciatura em Ciências Exatas e Computação, Palotina-PR: UFPR-Setor Palotina. Disponível em: <<http://slec.ufpr.br/downloads/IV-SLEC-Ebook.pdf>> Acessado em janeiro de 2022.
- Berticelli, D. G. D. & Zancan, S. (2021) *CalMe Pro – Cálculo Mental para Professores*. REnCiMa. São Paulo, v.12, n.4, p.1-21, jul./set. Disponível em: <<https://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/download/2982/1620/>> Acessado em janeiro de 2022.
- Berticelli, D. G. D. & Zancan, S. (2023, no prelo) *Conhecimentos e atividades para potencializar o cálculo mental*. Acta Scientiarum.
- Boaler, J. (2018) *Mentalidade matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador*. Tradução: Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso.
- Boaler, J. (2020) *Mente sem barreiras: as chaves para destravar seu potencial ilimitado de aprendizagem*. Porto Alegre: Penso.
- Chartier, R. (1990) *A História Cultural: entre prática e representações*. Rio de Janeiro: Editora Bertrand Brasil S.A.
- Chervel, A. (1990) *A história das disciplinas escolares: reflexão sobre um campo de pesquisa*. N.2. Porto Alegre: Teoria e Educação.
- D’Augustine, C. H. (1976) *Método modernos para o ensino da matemática*. Tradução: Maria Lucia F. E. Peres. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico.
- Humphreys, C. & Parker, R. (2019) *Conversas Numéricas: estratégias de cálculo mental para uma compreensão profunda da matemática*. Tradução: Sandra Maria Mallmann da Rosa. Porto Alegre: Penso.
- Kading, K. P.; Kapnick, F.; Schmidt, D. & Senftleben, H. G. (1992) *Rechne mit – Arbeitshelt – Klasse 2*. Volk und Wissen Verlag GmbH, Berlin.
- Leite, F. E. (1927) *Arithmetica Preparatoria: methodo brasileiro*. São Paulo: Irmãos Ferraz. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/160600>>. Acessado em agosto de 2021.
- Morais, R. dos S.; Bertini, L. de F. & Valente, W. R. (2021) *A matemática no ensino de frações: do século XIX à BNCC*. Edição 1ª. Editora Livraria Física.

- Pais, L. C. & Freitas, J. L. (2015) Aspectos Históricos do Ensino do Cálculo Mental na Instrução Primária brasileira (1848-1910). V.17. Ed. Especial. Canoas: Acta Scientiae. Disponível em: <<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/1458>>. Acessado em março de 2018.
- Parra, C. (1996) Cálculo mental na escola primária. In PARRA, C.; SAIZ, I.; (Org.). Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas. Tradução: Juan Acuña Llorens. Porto Alegre-RS: Arte Médicas.
- Piaget, J. (2007) Epistemologia genética. 3ª ed. São Paulo: Martins Fontes.
- Pinto, N. B. (2007) O fazer histórico-cultural em educação matemática: as lições dos historiadores. ANAIS do VII Seminário de História da Matemática, Guarapuava-PR: Editora da Universidade do Centro-Oeste-UNICENTRO.
- Porto, R. de A. (1965) Ver, Sentir e Descobrir a Aritmética. Rio de Janeiro: Editora Nacional de Direito Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/134151>>. Acessado em agosto de 2021.
- Salla, J. M. (2022) Cálculo mental e computação mental: uma análise epistemológica das concepções. Trabalho de Conclusão de Curso – Licenciatura em Ciências Exatas, Matemática – Universidade Federal do Paraná. Palotina. Disponível em: <<https://hdl.handle.net/1884/76319>>. Acessado em março de 2023.
- Semadeni, Z. (1992) Matematyka 1 – Zeszyt 3. WSIP Wydawnictawa Szkolne i Pedagogiczne.
- Valente, W. R. (2008a) Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. Zetetiké – Cempem – FE – Unicamp – v. 16 – n. 30 – jul./dez.
- Valente, W. R. (2008b) Quem somos nós, professores de Matemática? Vol.28, n.74. Campinas: Cad. Cedes. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/160379>>. Acessado em janeiro de 2022.
- Zancan, S. (2017) Método líquen: uma proposta para auxiliar o ensino de aritmética nos anos iniciais. Tese (Doutorado em Educação em Ciências) - Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências: química da vida e saúde, Universidade Federal Santa Maria. Santa Maria. Disponível em: <<http://repositorio.ufsm.br/handle/1/14111>>. Acessado em março de 2020.
- Zancan, S. & Berticelli, D. G. D. (2023) Número do Dia: uma atividade para potencializar o cálculo mental. Revista Internacional das Últimas Pesquisas em Engenharia e Gestão, pp 01 – 13, Vol. 07 – Nº 01. Disponível em: < <http://www.ijrem.org/CurrentIssue.php>>. Acessado em março de 2023.
- Zancan, S. & Sauerwein, R. A. (2017). Método Líquen-Aritmética para os anos iniciais. Vivências, Erechim, v. 13, n. 24, p. 310-321. <[http://www2.reitoria.uri.br/~vivencias/Numero\\_024/artigos/pdf/Artigo\\_29.pdf](http://www2.reitoria.uri.br/~vivencias/Numero_024/artigos/pdf/Artigo_29.pdf)>. Acessado em março de 2023.