Revista de História da Educação Matemática
HISTEMAT
ISSN: 2447-6447 Submetido: 11/07/2023 **Aprovado**: 10/04/2024
https://doi.org/10.62246/HISTEMAT.2447-6447.2024.10.569

O EXPOENTE ZERO EM LIVROS DIDÁTICOS DA EDUCAÇÃO ESCOLAR BRASILEIRA

THE ZERO EXPONENT IN BRAZILIAN SCHOOL EDUCATION TEXTBOOKS

Fernanda Tomazi[1]
Unioeste
fernandatomazi06@gmail.com
Lattes: http://lattes.cnpq.br/2972162727195086
Orcid: https://orcid.org/0009-0001-1752-4017

Catia Piano[2]
IFPR/ Unioeste
catia.piano@ifpr.edu.br
Lattes: http://lattes.cnpq.br/1624718734099146
Orcid: https://orcid.org/0000-0001-5365-0750

Dulcyene Maria Ribeiro[3]
Unioeste
dulcyene.ribeiro@unioeste.br
Lattes: http://lattes.cnpq.br/2317743898339524
Orcid: https://orcid.org/0000-0002-5602-8032

[1] Licenciada em Matemática (UNIOESTE). Docente da Educação Básica, Anos Iniciais do Ensino Fundamental, Quedas do Iguaçu, Paraná, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Magnólia, 331, Luzitani, Quedas do Iguaçu, Paraná, Brasil, CEP: 85460-000. E-mail: fernandatomazi06@gmail.com

[2] Mestre em Matemática (UTFPR-PB). Docente da Educação Básica, Técnica e Tecnológica do Instituto Federal do Paraná (IFPR), Foz do Iguaçu, Paraná, Brasil. Endereço para correspondência: Avenida Araucária, 780, Vila A, Foz do Iguaçu, Paraná, Brasil, CEP: 85860-000. E-mail: catia.piano@ifpr.edu.br

[3] Doutorado em Educação (USP). Docente (UNIOESTE), Cascavel, Paraná, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Universitária, 2069, Jardim Universitário, Bloco B, 3º andar, sala 303, Cascavel, Paraná, Brasil, CEP: 85819-110. E-mail: dulcyene.ribeiro@unioeste.br

RESUMO

O ensino de Matemática é sempre permeado por algumas inseguranças dos professores e por algumas dificuldades dos alunos. No ensino de potenciação, uma das dificuldades surge quando o zero está envolvido. Neste artigo trataremos de como o conteúdo "potência de expoente zero" foi desenvolvido em quatro livros didáticos utilizados no Brasil. Os livros analisados foram escolhidos de forma a representarem quatro períodos que julgamos importantes na educação brasileira: Escola Nova, Movimento Matemática Moderna, publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais e publicação da Base Nacional Comum Curricular. Apresentamos primeiramente a história do número zero, que nos motivou a selecionar este conteúdo específico, pois a utilização do número zero sempre envolveu exceções. Posteriormente, apresentamos um resumo de características dos períodos a que os livros pertencem, para então apresentarmos as análises dos livros de acordo com as características dos períodos em que foram escritos. Concluímos que a diferença na abordagem do expoente zero nas obras analisadas consiste na apresentação justificada pelas propriedades nas obras mais antigas, enquanto é trazida como uma definição pelas obras mais recentes.
Palavras-chave: Potenciação. Escola Nova. Matemática Moderna. BNCC.

ABSTRACT

The teaching of Mathematics is always permeated by some insecurities of the teachers and some difficulties of the students. In teaching potentiation, one of the difficulties arises when zero is involved. In this article we will deal with how the content "zero exponent power" is developed in four textbooks used in Brazil in different periods. The analyzed books were chosen in order to represent four periods that we consider important in Brazilian education: New School, Modern Math Movement, publication of the National Curricular Parameters and publication of the National Common Curricular Base. We first present the story of the number zero, which motivated us to select this specific content, since the use of the number zero has always involved exceptions. Later we present a summary of characteristics of the periods to which the books belong, and then we present our analysis of the books according to the characteristics of the periods in which they were written. We conclude that the difference in the zero exponent approach in the analyzed works consists in the presentation justified by the properties in the older works, while it is brought as a definition by the more recent works.
Keywords/Palabras clave: Potentiation. New school. Modern Mathematics. BNCC.

INTRODUÇÃO

Se há um número que intriga estudantes, professores, historiadores e mesmo os matemáticos, esse número é o zero, afinal ele representa o vazio, o nada, mas depende do contexto em que aparece. Considerado enquanto algarismo, se posicionado à esquerda de outros algarismos não possui valor algum. Agora, se posicionado à direita de outros algarismos, pode fazer o valor do número aumentar em dez, cem, mil vezes, a depender de quantos zeros forem colocados.

No ensino de Matemática, algumas das perguntas mais comuns que aparecem em sala de aula envolvem o zero, como por exemplo: Qual o valor de zero dividido por zero? Por que zero dividido por zero não é um? Por que não podemos dividir por zero? Por que todo número, diferente de zero, elevado a zero é igual a um? Quanto é zero elevado a zero? Muitas vezes, enquanto professores de Matemática, não somos levados a refletir sobre questões como essas ao longo da formação inicial e continuada. E, considerando nossa formação escolar, por vezes, também não encontramos respostas para essas perguntas. Como responder satisfatoriamente a questionamentos deste tipo? Neste artigo vamos nos preocupar com uma das perguntas elencadas acima, a que trata do expoente zero.

Pretendemos analisar os livros didáticos utilizados no Brasil durante quatro períodos de destaque para a educação percorrendo o século XX e os primeiros vinte anos do século XXI: o movimento Escola Nova, o Movimento Matemática Moderna, a homologação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a homologação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e responder à pergunta: Como o expoente zero é apresentado nos livros didáticos de Matemática utilizados no Brasil durante o século XX e primeiras décadas do século XXI?

Selecionamos os livros que tratavam da introdução do ensino de potenciação, ou seja, direcionados para a mesma série escolar, apesar das mudanças de nomenclaturas utilizadas com o passar do tempo.

A seguir, trazemos uma breve história do zero (enquanto algarismo e número) e uma contextualização do expoente zero, para situar o leitor em nossas reflexões. Além disso, este artigo está estruturado de maneira a apresentar: fundamentação teórica tratando dos movimentos e documentos que nortearam o ensino de Matemática no Brasil durante o século XX e primeiras décadas do século XXI, metodologia de construção do artigo, análise dos livros didáticos escolhidos e considerações finais.

1. CONSIDERAÇÕES SOBRE O ZERO E O EXPOENTE ZERO

Desde o início de sua história, a humanidade tem a necessidade de contar. O zero, segundo Pinedo (2004), é uma das noções fundamentais da Matemática, seja por representar o nada ou por trazer ao sistema de numeração decimal a possibilidade de representação dos números com o uso de apenas dez algarismos, tanto que sua descoberta pode ser considerada uma revolução na Matemática. “A instituição do zero foi uma verdadeira revolução na Matemática. Embora seu uso nos pareça natural e inquestionável, o algarismo nem sempre existiu. Os números romanos, por exemplo, não tinham uma letra para representá-lo” (Pinedo, 2004, p. 21).

Para Pinedo (2004), os registros históricos mostram que o número zero faz aparições esporádicas na Matemática desde a Antiguidade. Para o autor, ao tratar sobre o zero devemos ter a noção de que o algarismo zero é uma noção diferente do número zero, podendo considerar três conceitos para o zero, ainda que nenhum deles possa ter sua história facilmente descrita.

> O elemento zero pode-se entender como uma das três noções:
> • **Zero como número**: É a ideia de quantidade que nos vem à mente quando contamos, ordenamos e medimos. Assim, estamos pensando em números quando contamos as portas de uma casa, enumeramos a posição de uma pessoa numa fila [...].
> • **Zero como numeral**: É toda representação de um número, seja ela escrita, falada ou datilografada.
> • **Zero como algarismo**: É todo símbolo numérico que usamos para formar os numerais escritos. (Pinedo, 2004, p. 22, grifo do autor)

Evidências indicam que o zero pode ter surgido entre os séculos VI e III a.C. com a civilização fenícia, pois esse povo utilizava um sistema com notação posicional. Existem evidências de 3.000 a.C., no Vale do Indo, que apontam o uso de um símbolo circular que indicaria o valor zero em réguas graduadas. Por volta do mesmo período, os egípcios utilizavam um sistema de representação e cálculo que trabalhava com frações binárias entre zero e um. Há ainda registros de noções, representações ou espaços vazios para o zero realizados pelos babilônios, olmecas, chineses, gregos, entre outros, ainda no tempo anterior a Cristo (Pinedo, 2004).

Ainda de acordo com Pinedo (2004), por volta de 150 d.C., Ptolomeu usa um algarismo zero em seu sistema sexagessional. Já os Maias, por volta de 350 d.C., produziram o *Uaxactun*, que é o documento mais antigo desta civilização contendo um zero, mas não em um sistema posicional. Anos mais tarde, em torno de 665 d.C., esse mesmo povo usou um sistema que considerava a posição para juntar 2 com um símbolo 0 para obter 20.

Segundo Padrão (2008), o *Uaxactun* é o mais antigo documento maia em que consta uma representação para o zero. Nesse documento o zero indica a ausência de uma ou mais ordens do sistema de base vinte e esse símbolo era usado principalmente em calendários. É com os hindus que vem uma grande contribuição para o estabelecimento do número zero: originou-se nosso sistema de numeração decimal com notação posicional.

> No século V d.C., no norte da Índia, surgiu o antecedente do nosso sistema moderno de numeração, com as bases de cálculo que são usadas até hoje. Documentos comprovam que este fato foi proclamado pelos árabes, [...] O sistema de numeração dos indianos era constituído por nove algarismos distintos. Esses símbolos, mais tarde, originaram o que chamamos de 'algarismos indo-arábicos' (Padrão, 2008, p. 57-58, aspas como no original).

No início não era utilizada a regra de posição, mas já se considerava a base decimal e o princípio aditivo. Provavelmente em torno de 300 d.C. os indianos já estivessem utilizando o primeiro símbolo para o zero.

> O povo hindu utilizava o ábaco, que eram meros sulcos feitos na areia, onde colocavam pedras, para realizar seus cálculos. Cada sulco era a representação de uma ordem decimal, da direita para a esquerda, ou seja, primeiro a ordem das unidades, depois dezenas e assim por diante.
> Para representar o número 109, colocavam-se nove pedras no primeiro sulco das unidades, deixava-se o segundo sulco das dezenas vazio, e colocava-se uma pedra no terceiro sulco das centenas.
> Então surge a necessidade de representar esse sulco vazio, que foi representado pelo desenho de um ponto em negrito que chamavam de "sünya", que significa vazio ou lacuna e era utilizado para indicar "casa nula". Assim, o zero foi inventado (Padrão, 2008, p. 59, aspas como no original).

Padrão (2008) menciona que o desenvolvimento do número zero ainda não estava formalizado pelos indianos pois foi depois disso que perceberam que poderiam representar os números considerando a posição dos algarismos ao invés de pedras no ábaco.

Não é nosso objetivo neste artigo nos aprofundar no restante da história da evolução dos algarismos para chegar ao que conhecemos hoje. Nossa intenção com esta seção é trazer a informação de que o conceito do zero não surgiu juntamente com os demais números, mas veio da necessidade de operar com o vazio, com o nada. Assim, aos leitores mais interessados, indicamos os trabalhos de Pinedo (2004) e Padrão (2008) citados aqui.

Na potenciação, segundo Paias (2019), o primeiro registro encontrado de expoente zero foi realizado por Chuquet no século XV, representado pela multiplicação de monômios. Antes disso, as potências eram apenas de números naturais diferentes de zero.

O expoente zero costuma intrigar os alunos, pois é visto como uma exceção. Por definição temos que: $a^1 = a;\ a^2 = a.a;\ a^3 = a.a.a$ e assim por diante, mas $a^0 = 1$ e, ainda, 0^0 é uma indeterminação. Esses dois últimos resultados não seguem o padrão definido anteriormente. Para Paias (2019) nesse ponto há uma ruptura, já que a regra utilizada para calcular as potências naturais não pode ser utilizada para calcular diretamente a potência zero e as potências negativas. Isso gera um obstáculo para a aprendizagem do aluno. No caso em que a potência é zero, o erro acontece geralmente porque o aluno considera o zero como sinônimo de nada, e raramente o considera como a representação de um número.

A seguir apresentamos a fundamentação teórica com as características dos quatro movimentos que percorrem o século XX e os primeiros vinte anos do século XXI: o movimento Escola Nova, o Movimento Matemática Moderna, a homologação dos PCN e da BNCC, e uma breve reflexão sobre o uso de livros didáticos como fonte de pesquisa.

2. OS MOVIMENTOS EDUCACIONAIS E OS LIVROS DIDÁTICOS COMO FONTE DE PESQUISA

O ensino de Matemática no Brasil passou por diferentes momentos, acompanhando os movimentos que aconteceram no âmbito internacional e as interferências nacionais devido ao cenário político de cada época. Refletiremos sobre quatro períodos de destaque para a educação brasileira: movimento Escola Nova, Movimento Matemática Moderna, os PCN e a BNCC. Esses movimentos mudaram a maneira de pensar o ensino e a educação, o que resultou em mudanças na apresentação do conteúdo nos livros didáticos.

Segundo Nogueira (1986), a Escola Nova surge em contraposição ao Ensino Tradicional que estava preocupado em ensinar conteúdos e não em formar o estudante para a cidadania. Nogueira (1986, p. 29) apresenta algumas concepções presentes no Ensino Tradicional:

> A escola, como agência de ensino, passa a adotar uma pedagogia centrada no educador e voltada para a essência do conhecimento. Considera o homem um ser concluído e acabado, esquecendo a existência, a vida. O conhecimento seguia não uma linha psicológica mas uma linha lógico-formal. Defendendo um conceito teórico do homem, não se preocupa com o homem concreto em suas múltiplas determinações, isto é: o homem no contexto das relações sociais. Os mestres expunham as lições, cabendo aos discípulos recebê-las e aplicá-las, obedientes à linha do raciocínio que lhes fora recomendada.

Com o tempo percebeu-se que o Ensino Tradicional não tinha o resultado esperado em termos educacionais, então começou-se a buscar novas concepções de educação. Segundo Saviani (2005), o movimento de renovação da educação, que posteriormente ganhou o nome de movimento Escola Nova, começou a ganhar força em 1924, com a fundação da Associação Brasileira de Educação, mas foi com o “Manifesto dos pioneiros da Escola Nova” que o movimento obtém mais visibilidade.

Segundo Palma Filho (2005), os defensores do movimento Escola Nova, que já tinha espaço na Europa e na América, apresentaram em 1932 o “Manifesto dos Pioneiros da

Educação Nova", com o qual pretendiam mostrar ao povo e ao governo os princípios da Escola Nova. A implantação das ideias defendidas por esse movimento foi apoiada pelo então governo de Getúlio Vargas.

Neste movimento os professores tinham papel de mediador, e "realizavam a renovação educacional, utilizando novos métodos de ensino na busca da integração de vida dos alunos tanto no seu aspecto físico quanto no aspecto moral, intelectual e artístico, visando particularmente formar-lhes o caráter e a personalidade" (Nogueira, 1986, p. 27-28). Nesse sentido, a educação preocupa-se com a formação do sujeito/cidadão em aspectos filosóficos, políticos, econômicos e sociais. De acordo com Saviani (2005), até 1945 houve um equilíbrio entre o grupo que defendia a Educação Tradicional e o que defendia a Escola Nova, e que, posteriormente, pode-se notar na redação da Lei de Diretrizes e Bases, apresentada em 1948, uma predominância das ideias escolanovistas.

O Movimento Matemática Moderna surge após a 2ª Guerra Mundial. Nesse período o desenvolvimento tecnológico e industrial teve um salto, cenário que exigia que as pessoas estivessem qualificadas, tanto para oferecer a mão de obra quanto para continuar desenvolvendo a tecnologia, e nesse âmbito a Matemática foi considerada essencial. Contudo, segundo Soares (2001), a Matemática que os estudantes conheciam não era condizente com a Matemática que lhes era preciso para acompanhar o período de evolução em que se vivia. Isso levou a uma necessidade de reformulação do currículo secundário, acrescentando-lhe novos conteúdos: "teoria dos conjuntos; conceitos de grupo, anel e corpo; espaços vetoriais; matrizes; álgebra de Boole; noções de cálculo diferencial e integral e estatística" (Soares, 2001, p. 46).

> Os defensores da Matemática Moderna enfatizavam, entretanto que não se tratava de ignorar ou descartar a Matemática tradicionalmente ensinada e sim fazer com que a "matemática nova" continuasse "a antiga" e a tornasse "mais manuseável, fornecendo-lhe instrumentos novos" e conferindo "unidade a uma ciência que se dispersava" (Soares, 2001, p.46, aspas como no original).

Em relação ao Movimento Matemática Moderna, Valente (2006) afirma que há poucos estudos referentes às práticas pedagógicas e que a maioria dos trabalhos sobre o período concentra-se na análise do conteúdo ensinado. Apesar de o Movimento de Matemática Moderna ter teorias de fundo que iam contra o ensino tradicional, como as teorias de Piaget e metodologias de ensino que focavam na participação e desenvolvimento dos alunos, as interpretações dessa teoria não foram adequadas. O que se destacou no movimento foi a ênfase à linguagem simbólica, à teoria dos grupos e às estruturas algébricas, com aplicação de uma Matemática axiomática em todos os níveis de ensino, o que se refletiu nos livros didáticos.

Os PCN, publicados em 1998, apontam que o Movimento Matemática Moderna falhou por não estar ao alcance dos alunos: "[...] essas reformas deixaram de considerar um ponto básico que viria tornar-se seu maior problema: o que se propunha estava fora do alcance dos alunos, em especial daqueles das séries iniciais do Ensino Fundamental" (Brasil, 1998, p. 19). De modo geral o Movimento Matemática Moderna foi considerado falho, tornando necessário adotar outros ideais para o ensino de Matemática.

Para a Matemática, os PCN têm a finalidade de "ampliar o debate nacional sobre o ensino dessa área do conhecimento, socializar informações e resultados de pesquisas, levando-as ao conjunto dos professores brasileiros" (Brasil, 1998, p. 15). Contudo, segundo Oliveira (2010), a implantação dos PCN fez-se necessária devido ao cenário político e econômico do Brasil. Por não ter um projeto governamental para a educação do Brasil, os governantes seguiram as tendências internacionais. Para isso, primeiramente foi implementada a Lei de Diretrizes e Bases (LDB) em 1996, e posteriormente publicados os PCN.

> É neste contexto que se inicia o processo de elaboração da versão preliminar dos PCN, organizado pelo MEC, no período de 1995, no qual participaram - de acordo com o documento - universidades públicas e particulares, técnicos de secretarias municipais e estaduais de educação, especialistas e educadores. Porém, segundo Arelaro (2000) ao analisar a trajetória da legislação educacional brasileira, neste período, nota-se que o Poder Executivo deliberou e decidiu novas diretrizes para o sistema nacional de educação sem considerar as contrapropostas apresentadas pelo Poder Legislativo (Oliveira, 2010, p.6).

A comunidade escolar não teve todas as suas necessidades atendidas no texto dos PCN, pois seria necessário que o documento estabelecesse estruturas mínimas indicadas para a educação básica brasileira, já que a LDB havia dado à escola uma certa autonomia de decisões:

> Neste sentido da nova ordem educacional podemos verificar que a elaboração dos PCN se fez necessária para cumprir o novo modelo de gestão, pautado na descentralização das ações, porém na centralização das decisões, cabendo à escola a responsabilidade de fazer-se atingir os resultados cobrados pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação cobrada, por sua vez, pelos organismos internacionais sobre a educação brasileira. Por isso a urgente necessidade de se formular um currículo nacional capaz de corresponder a um sistema, também nacional, de avaliação. (Oliveira, 2010, p.6).

Conforme os PCN, a função do professor é de mediar os conteúdos e organizar a aprendizagem, devendo organizar diferentes situações, para que o aluno aplique o conteúdo em diferentes contextos, compreenda os conceitos e os generalize (Brasil, 1998). Com isso, o aluno torna-se agente na construção do próprio conhecimento, e o professor deve auxiliá-lo a construir novos conhecimentos baseados naqueles já consolidados. Os PCN indicam a resolução de problemas como um ponto de partida para os conteúdos matemáticos, apontando a história da matemática, tecnologias da comunicação e os jogos como recursos a oferecer os contextos para os problemas. Também elencam os conteúdos a serem trabalhados em cada série e os objetivos que os alunos devem atingir.

Os PCN sugeriam um projeto de unificação do currículo brasileiro, e a partir dele foram realizadas algumas discussões. Segundo o site da BNCC, em 2014, na Conferência Nacional de Educação (CONAE) foi formulado um documento com reflexões sobre a educação que resultou na mobilização para a sua elaboração. Em meados de 2015 foi formada uma comissão para a estruturação da proposta curricular. Entre os anos de 2015 e 2017 foram elaboradas três versões da base, sendo a terceira versão, que se tornou a definitiva, redigida entre agosto de 2016 e abril de 2017, e homologada em dezembro de 2017.

Segundo Silva (2019), de 2016 a meados de 2017 houve discussões políticas e sociais com a finalidade de reestruturar o currículo nacional e superar as fragilidades dos currículos propostos anteriormente, sendo formulado um currículo único para o país. Unificando os currículos em nível nacional, questões regionais e locais perderam espaço no âmbito escolar. Assim, a BNCC traz consigo muitas críticas, já que diferente dos PCN, que tinham por objetivo guiar o trabalho do professor e não eram obrigatórios, A BNCC é documento normativo, amparada por leis como o Plano Nacional de Educação e a LDB e deve ser seguida.

A BNCC é estruturada por habilidades (são os objetivos que o aluno deve atingir) e competências (são os conteúdos que devem ser aprendidos). A BNCC cita resolução de problemas, investigação e modelagem como estratégias para atingir as habilidades:

> O desenvolvimento dessas habilidades está intrinsecamente relacionado a algumas formas de organização da aprendizagem matemática, com base na análise de situações da vida cotidiana, de outras áreas do conhecimento e da própria Matemática. Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional (Brasil, 2018, p. 268).

Ainda, o uso de tecnologias digitais é incentivado como uma ferramenta. O documento indica o objetivo do Ensino Fundamental na formação matemática do aluno:

> Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (Brasil, 2018, p. 268).

Assim consideramos que, para a BNCC, o aluno de Ensino Fundamental deve ter letramento matemático, que o permitirá desenvolver habilidades de argumentação, raciocínio e comunicação a partir de ferramentas matemáticas.

2.1. Os livros didáticos como fontes

Considerando a importância dos livros didáticos para a educação brasileira e a posição de destaque que estes ocupam principalmente nas escolas públicas, apresentamos algumas reflexões sobre como eles podem refletir o contexto cultural de uma sociedade. Para muitos estudantes é na escola (com o livro didático) a primeira oportunidade de contato com um livro. No Brasil, o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) tem como finalidade a avaliação e distribuição de livros didáticos e outros materiais de apoio à prática educativa.

Para Chartier (1991), quando olhamos para um *corpus* de textos é preciso considerar a área social que circunda esses materiais. No que tange os livros didáticos que analisamos neste artigo, é preciso que consideremos também o contexto cultural em que foram produzidos e utilizados. É essencial, de acordo com Chartier (1991), compreender como os textos em análise podem ser "[...] diversamente aprendidos, manipulados, compreendidos" (Chartier, 1991, p. 181). Ao olharmos para livros didáticos de diferentes épocas, devemos também considerar a estrutura e a cultura escolar em que esses materiais estavam inseridos.

De acordo com Choppin (2012), os livros didáticos foram negligenciados pelos historiadores por muito tempo e vários fatores contribuíram para suscitar e manter o desinteresse pelos manuais escolares. Entre os motivos para o desinteresse é que para alunos, pais, professores os livros escolares não apresentam nada de raro, são objetos do cotidiano. Além disso, os livros são também mercadorias perecíveis, pois têm sua utilidade sujeitada às mudanças nos métodos e programas pedagógicos.

Choppin (2012) destaca que, desde a década de 1960, os livros didáticos tiveram sua longevidade reduzida devido à aceleração no ritmo do progresso econômico, social, técnico e cultural acrescidos do desenvolvimento de novas metodologias e da incorporação das novas tecnologias. Pelos mesmos motivos, a oferta e a variedade editorial das obras pedagógicas foram aumentadas.

Além disso, de acordo com Choppin (2012), uma grande dificuldade para as pesquisas históricas em livros didáticos é que, pelos mesmos motivos apontados, os manuais didáticos antigos são difíceis de serem encontrados e quando são, estão incompletos, "[...] as coleções de certa importância são raras, geralmente pouco conhecidas e, na maioria das vezes, muito lacunares e não tinham sido postas em valor até agora" (Choppin, 2012, p. 9).

Sobre a análise histórica de livros didáticos, Choppin (2012) diz que os manuais didáticos representam para os historiadores uma fonte de pesquisa privilegiada para questões relacionadas à educação, pois “[...] depositário de um conteúdo educativo, o manual tem, antes de mais nada, o papel de transmitir às jovens gerações os saberes, as habilidades [...] os quais, em uma dada área e em um dado momento, são julgados indispensáveis à sociedade para perpetuar-se” (Choppin, 2012, p. 14).

Apresentamos em seguida os materiais que analisamos para compreendermos como o expoente zero é apresentado nos livros didáticos de Matemática utilizados no Brasil durante o século XX e primeiras décadas do século XXI. Para a análise, situamos as obras em grandes momentos histórico-culturais da educação brasileira sendo o movimento Escola Nova, o Movimento Matemática Moderna, a homologação dos PCN e da BNCC.

3. METODOLOGIA

Neste artigo temos por objetivo responder à pergunta: *Como o expoente zero é apresentado nos livros didáticos de Matemática utilizados no Brasil durante o século XX e primeiras décadas do século XXI?* Para buscar responder a essa questão, escolhemos quatro livros didáticos utilizados no Brasil nos últimos cem anos. A escolha das três primeiras obras deu-se por conveniência considerando a disponibilidade de acesso em repositórios virtuais, e no caso do livro de Roxo, Thire e Souza (1934) em versão física. Já a quarta obra foi escolhida por se tratar da edição mais recente de um dos livros anteriores e ainda em utilização no Brasil.

Analisaremos como o expoente zero é apresentado em duas obras referentes ao século XX, uma situada no período da Escola Nova e outra obra situada no período do Movimento Matemática Moderna e em dois livros didáticos utilizados nas primeiras décadas do século XXI, neste caso foram considerados para a escolha, além da disponibilidade, também que fossem uma obra publicada após os PCN (1997) e outra obra após a publicação da BNCC (2017).

As obras escolhidas são as seguintes:

- 1º livro: *Curso de Matemática: 3º ano*, dos autores Euclides Roxo, Cecil Thire e Julio César de Mello e Souza, publicado na década de 1930, durante o período da Escola Nova.
- 2º livro: *Matemática: curso moderno para cursos ginasiais: volume 1*, do autor Osvaldo Sangiorgi, publicado em 1965 (5ª edição), durante o período do Movimento Matemática Moderna.

- 3º livro: *A conquista da matemática - 5ª série*, dos autores José Ruy Giovanni, Benedito Castrucci e José Ruy Giovanni Júnior, publicado em 1998, após a publicação dos PCN.
- 4º livro: *A conquista da matemática - 6º ano*, dos autores José Ruy Giovanni Júnior e Benedito Castrucci, publicado em 2018, após a publicação da BNCC.

Na análise dos livros observamos como o expoente zero é apresentado na primeira vez que aparece, ou seja, se é dado por definição ou por consequência das propriedades de potenciação, e se há alguma discussão ou orientação ao professor ou ao aluno quanto ao porquê dessa apresentação. Nas obras com mais de um volume, observamos a apresentação do expoente zero sempre no volume de menor número.

4. ANÁLISE DAS OBRAS

Como professores de Matemática, conhecemos a seguinte propriedade: *"Se $a \neq 0$ é um número real, então, $a^0 = 1$"*, ou seja, todo número real, não nulo, elevado a zero, é igual a um. A depender do material didático que estamos utilizando como referência, essa propriedade pode vir apresentada como uma definição.

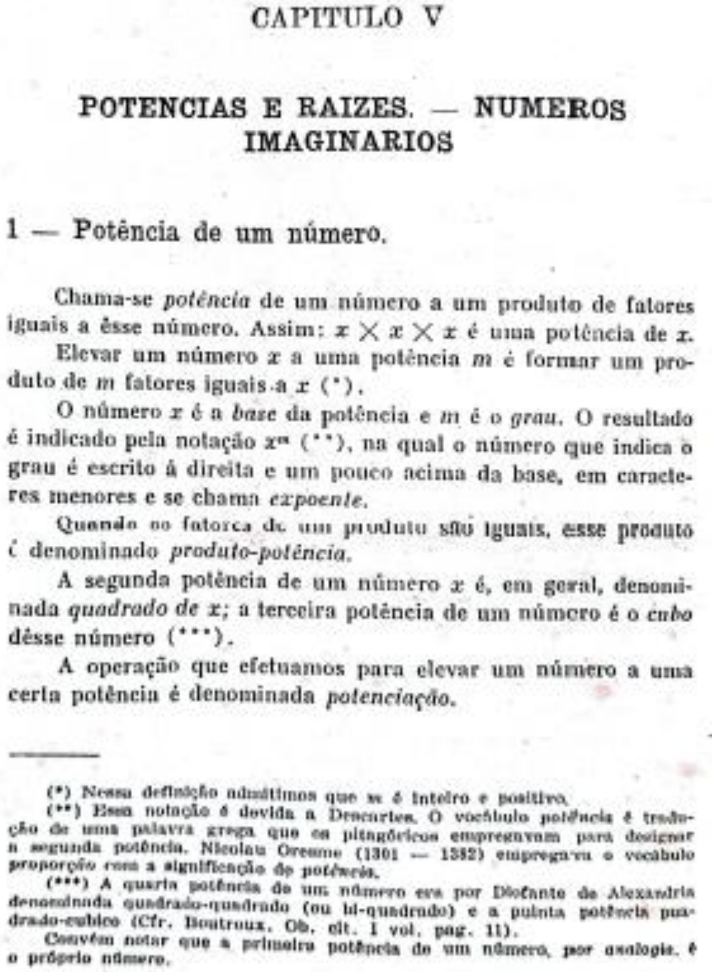
A forma de apresentar o expoente zero pode ser causador de dúvidas nos estudantes. Nesta seção apresentamos como cada uma das obras escolhidas apresenta o expoente zero na potenciação. Também vamos observar se o material didático traz alguma orientação para os professores sobre como trabalhar essa definição com os alunos.

4.1 Curso de Matemática: 3º ano (Roxo, Thire e Souza, 1934)

Esta é uma obra publicada durante a Escola Nova, e nesse período buscava-se um ensino que não fosse centrado no professor, ou seja, buscava-se integrar a vida do aluno aos conteúdos escolares (Nogueira, 1986). Nesse aspecto, a obra de Roxo *et al* (1934) traz em suas notas de rodapé os aspectos históricos do conteúdo, permitindo a compreensão de que aquele conceito matemático não surgiu por acaso e tem importância ao longo da história.

A Figura 1 mostra como é apresentada a definição de potenciação nesse material. Após a apresentação da definição, não há exemplos ou exercícios, nem problemas contextualizados. Seguem as propriedades operatórias da potenciação: multiplicação de potências de mesma base e divisão de potências de mesma base, cada uma dessas propriedades apresentada de maneira breve e apenas com um exercício genérico para cada caso.

Figura 1: Definição de Potenciação



CAPITULO V

POTENCIAS E RAIZES. — NUMEROS IMAGINARIOS

1 — Potência de um número.

Chama-se *potência* de um número a um produto de fatores iguais a êsse número. Assim: $x \times x \times x$ é uma potência de x.

Elevar um número x a uma potência m é formar um produto de m fatores iguais a x (*).

O número x é a *base* da potência e m é o *grau*. O resultado é indicado pela notação x^m (**), na qual o número que indica o grau é escrito à direita e um pouco acima da base, em caracteres menores e se chama *expoente*.

Quando os fatores de um produto são iguais, esse produto é denominado *produto-potência*.

A segunda potência de um número x é, em geral, denominada *quadrado de x*; a terceira potência de um número é o *cubo* dêsse número (***).

A operação que efetuamos para elevar um número a uma certa potência é denominada *potenciação*.

(*) Nessa definição admitimos que m é inteiro e positivo.

(**) Essa notação é devida a Descartes. O vocábulo *potência* é tradução de uma palavra grega que os pitagóricos empregavam para designar a segunda potência. Nicolau Oresme (1301 — 1382) empregava o vocábulo *proporção* com a significação de *potência*.

(***) A quarta potência de um número era por Diofanto de Alexandria denominada quadrado-quadrado (ou bi-quadrado) e a quinta potência quadrado-cubico (Cfr. Boutroux, Ob. cit. I vol. pag. 11).

Convém notar que a primeira potência de um número, por analogia, é o próprio número.

Fonte: Roxo *et al* (1934, p. 98).

Chamam a atenção as notas de rodapé presentes na obra. A primeira para que a base x seja inteira e positiva, ou seja, a definição de potenciação que estava sendo dada, naquele momento, era para potências cujas bases fossem números naturais. As demais notas de rodapé são históricas e mostram uma outra característica do movimento escolanovista, época de publicação do livro,trazem informações quanto à notação utilizada, que é atribuída a Descartes e à origem grega do vocábulo potência.

Nessa obra, como vemos na Figura 2, potências de expoente zero, ou seja, do tipo x^0, são apresentadas como consequência da divisão de potências de mesma base. Essa abordagem do expoente zero para os estudantes permite que quando esta apresentação for realizada ela seja justificada, o que pode facilitar o entendimento.

Figura 2: Apresentação do Expoente Zero

6 — O expoente zero.

Consideremos uma quantidade qualquer a, positiva ou negativa, afetada do expoente zero:

$$a^0$$

Acharemos a significação dêsse símbolo, mostrando que êle provém da divisão.

Com efeito. Sendo a diferença $m - m$ igual a zero, podemos substituir o expoente zero pela diferença $m - m$. Temos portanto:

$$a^0 = a^{m-m}$$

Escrevendo, porém, o segundo membro dessa igualdade, sob forma fracionária, vem:

$$a^0 = \frac{a^m}{a^m}$$

E' evidente, porém, que a expressão fracionária, que representa o 2.° membro da igualdade, é igual á unidade, pois o dividendo a^m é igual ao divisor a^m.

Substituindo, portanto, o 2° membro por seu valor 1, temos:

$$a^0 = 1.$$

Fica assim demonstrado que *toda quantidade elevada a zero* (*) *é igual a* 1.

Exemplo: $15^0 = 1$

$(4x)^0 = 1$

(*) O expoente zero é devido a Nicolau Chuquet e data do seculo XV. A notação geral das potências foi imaginada por Oresme. (V. o artigo "Os precursores de Descartes", do Leonel Franca, S. J., "Matemática, 1° ano". pag. 243).

Na expressão $a^0 = 1$, o número a deve ser suposto diferente de zero.

Fonte: Roxo *et al* (1934, p. 100).

Ao tratar do expoente zero, os autores já tratam a base da potência como sendo qualquer número negativo ou positivo, pois a definição de potenciação já havia sido ampliada através das propriedades operatórias, e em uma nota de rodapé chamam a atenção para que a base da potência seja diferente de zero. Não há discussão sobre a indeterminação de zero elevado a zero. E novamente vemos, no rodapé, as notas históricas.

Figura 3: Interpretação do Expoente Zero

7 — Interpretação do expoente zero.

O símbolo a^0 é empregado, por convenção, para conservar, no cálculo, a indicação de uma letra que entrou no enunciado de um problema e que devia desaparecer em consequência de uma divisão que foi efetuada (*).

A convenção $a^0 = 1$ permite que consideremos como afetada do expoente zero uma letra que não aparece num termo.

Assim:

$$x^2 + ax + b = x^2 + ax + bx^0$$

$$1 + y + y^2 = y^0 + y + y^2$$

Fonte: Roxo, *et al* (1934, p. 101).

Na Figura 3 vemos que o resultado $a^0 = 1$ é tratado como convenção. Roxo *et al* (1934) trazem um item que chamam de Interpretação do Expoente Zero. Nesse item, por se tratar de uma obra do período da Escola Nova, poderíamos esperar ver a contextualização do conceito com situações que busquem associar a aplicação de potenciação a situações cotidianas do estudante, porém vemos como encontrar as potências de expoente nulo em expressões polinomiais.

4.2 Matemática: curso moderno para cursos ginasiais: volume 1 (Sangiorgi, 1965)

Essa é uma obra publicada durante o período do Movimento Matemática Moderna, logo, nas publicações dessa época esperamos encontrar a apresentação do conteúdo matemático a partir da Teoria de Conjuntos, além de conteúdos considerados do Ensino Superior.

Figura 4: Prefácio da obra escrito pelo autor

UMA PALAVRA PARA VOCÊ
QUE INICIA O GINÁSIO . . .

Meu caro estudante:

Você vai iniciar agora o estudo da *Matemática* de um modo diferente daquele pelo qual seus irmãos e colegas mais velhos estudaram.

Sabe por quê?

Porque *Matemática*, para êles, na maioria das vêzes, era um "exagêro de cálculos", "problemas complicados, trabalhosos e fora da realidade" que a tornavam, quase sempre, um *fantasma!*

Hoje, na Era Atômica em que vivemos, isto é trabalho para as máquinas (os fabulosos computadores electrônicos de que tanto falam os jornais . . .), razão pela qual você vai aproveitar o seu precioso tempo aprendendo o verdadeiro *significado* e as belas *estruturas* da *Matemática Moderna*. Então, você perceberá, por exemplo, uma certa *semelhança* entre o modo de raciocinar em *Matemática* e nas outras matérias de seus estudos, como Português, História, Geografia, Ciências, Música, Educação Física, etc.

Fazer conhecer *Matemática* dessa forma é o principal objetivo dêste livro em que você vai começar a estudar e que se completará com o auxílio indispensável de seu professor.

Vamos, pois, estudar *Matemática* com prazer!

Felicidades e até o próximo ano.

OSVALDO SANGIORGI

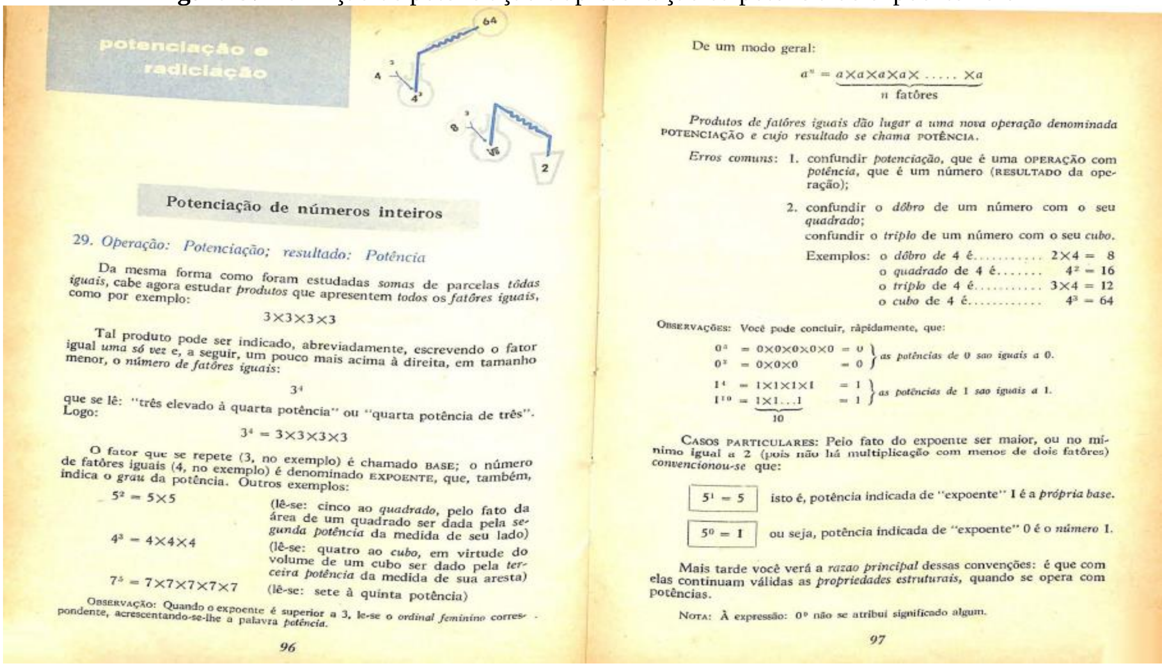
Fonte: Sangiorgi (1965, p. xiii).

A Figura 4 traz o prefácio no qual se destaca que a Matemática anterior era um fantasma devido ao "exagero de cálculos", aos "problemas complicados, trabalhosos e fora da realidade". Sangiorgi (1965) afirma ainda que, para aquele período, os cálculos exaustivos deveriam ser deixados para os computadores, apontando que o aluno aproveitaria seu tempo aprendendo a raciocinar como nas outras matérias.

Na obra há uma variedade de figuras ilustrativas de situações, como os conjuntos, e em certos momentos atividades que o autor chama de classes experimentais, laboratório de matemática, problemas de aplicação e experimentos, que parecem ser tentativas de contextualização dos conteúdos matemáticos.

No que se refere especificamente à potenciação, como vemos na Figura 5, Sangiorgi (1965) define de maneira semelhante ao que encontramos na obra de Roxo *et al* (1934), com um pouco mais de textos explicativos. Destaca-se a apresentação dos erros que o autor julga serem mais comuns.

Figura 5: Definição de potenciação e apresentação da potência de expoente zero


potenciação e radiciação

Potenciação de números inteiros

29. *Operação: Potenciação; resultado: Potência*

Da mesma forma como foram estudadas *somas* de parcelas *tôdas iguais*, cabe agora estudar *produtos* que apresentem *todos* os *fatôres iguais*, como por exemplo:

$$3 \times 3 \times 3 \times 3$$

Tal produto pode ser indicado, abreviadamente, escrevendo o fator igual *uma só vez* e, a seguir, um pouco mais acima à direita, em tamanho menor, o *número de fatôres iguais*:

$$3^4$$

que se lê: "três elevado à quarta potência" ou "quarta potência de três". Logo:

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

O fator que se repete (3, no exemplo) é chamado BASE; o número de fatôres iguais (4, no exemplo) é denominado EXPOENTE, que, também, indica o *grau* da potência. Outros exemplos:

$5^2 = 5 \times 5$ (lê-se: cinco ao *quadrado*, pelo fato da área de um quadrado ser dada pela *segunda potência* da medida de seu lado)

$4^3 = 4 \times 4 \times 4$ (lê-se: quatro ao *cubo*, em virtude do volume de um cubo ser dado pela *terceira potência* da medida de sua aresta)

$7^5 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$ (lê-se: sete à quinta potência)

OBSERVAÇÃO: Quando o expoente é superior a 3, lê-se o *ordinal feminino* correspondente, acrescentando-se-lhe a palavra *potência*.

96

De um modo geral:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \ldots\ldots \times a}_{n \text{ fatôres}}$$

Produtos de fatôres iguais dão lugar a uma nova operação denominada POTENCIAÇÃO *e cujo resultado se chama* POTÊNCIA.

Erros comuns: 1. confundir *potenciação*, que é uma OPERAÇÃO com *potência*, que é um número (RESULTADO da operação);

2. confundir o *dôbro* de um número com o seu *quadrado*;
confundir o *triplo* de um número com o seu *cubo*.

Exemplos: o *dôbro de 4 é*........... $2 \times 4 = 8$
o *quadrado* de 4 é....... $4^2 = 16$
o *triplo* de 4 é........... $3 \times 4 = 12$
o *cubo* de 4 é............ $4^3 = 64$

OBSERVAÇÕES: Você pode concluir, ràpidamente, que:

$$\left.\begin{array}{l} 0^5 = 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 = 0 \\ 0^3 = 0 \times 0 \times 0 = 0 \end{array}\right\} \textit{as potências de 0 sao iguais a 0.}$$

$$\left.\begin{array}{l} 1^4 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1 \\ 1^{10} = \underbrace{1 \times 1 \ldots 1}_{10} = 1 \end{array}\right\} \textit{as potências de 1 sao iguais a 1.}$$

CASOS PARTICULARES: Pelo fato do expoente ser maior, ou no mínimo igual a 2 (pois não há multiplicação com menos de dois fatôres) *convencionou-se* que:

$\boxed{5^1 = 5}$ isto é, potência indicada de "expoente" 1 é a *própria base*.

$\boxed{5^0 = 1}$ ou seja, potência indicada de "expoente" 0 é o *número* 1.

Mais tarde você verá a *razao principal* dessas convenções: é que com elas continuam válidas as *propriedades estruturais*, quando se opera com potências.

NOTA: À expressão: 0^0 não se atribui significado algum.

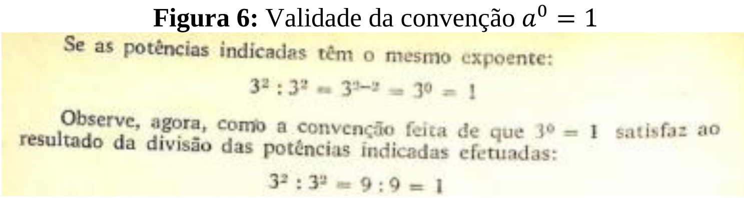
97

Fonte: Sangiorgi (1965, p. 96-97).

A potência de expoente zero é apresentada como um caso particular, sem justificativa, e não há restrição direta à base que, sabemos, não pode ser nula. Na obra de Roxo *et al* (1934) as restrições à base são apresentadas. Vemos, no livro de Sangiorgi (1965), uma nota ao final da página, indicando que 0^0 não possui significado algum, essa observação não aparece na obra de Roxo *et al* (1934).

As justificativas dos casos particulares são postergadas, quando Sangiorgi (1965) coloca que "mais tarde você verá a *razão principal* dessas convenções: é que com elas continuam válidas as *propriedades estruturais* quando se opera com potências" (Sangiorgi, 1965, p. 97, grifos do autor). Na obra de Roxo *et al* (1934) essas explicações são realizadas imediatamente após a apresentação da potência com expoente zero.

Figura 6: Validade da convenção $a^0 = 1$


Se as potências indicadas têm o mesmo expoente:

$$3^2 : 3^2 = 3^{2-2} = 3^0 = 1$$

Observe, agora, como a convenção feita de que $3^0 = 1$ satisfaz ao resultado da divisão das potências indicadas efetuadas:

$$3^2 : 3^2 = 9 : 9 = 1$$

Fonte: Sangiorgi (1965, p. 100).

Em ambas as obras o resultado para a^0 é tratado como uma convenção, ou seja, é indicado ao estudante que a definição foi estabelecida de maneira conveniente, para que a validade de outras propriedades matemáticas não fosse comprometida. Após apresentar a propriedade de divisão de potências de mesma base, podemos dizer que Sangiorgi (1965) retoma o expoente zero e mostra a validade da convenção, como vemos na Figura 6.

Observemos que não há a transformação da divisão em fração e a simplificação dela mostrando que a convenção adotada tem sentido, o que pode dificultar a compreensão. Consideramos que Sangiorgi (1965) poderia ter mostrado que a convenção é uma consequência da propriedade de divisão de potências de mesma base e da própria divisão de números reais não nulos.

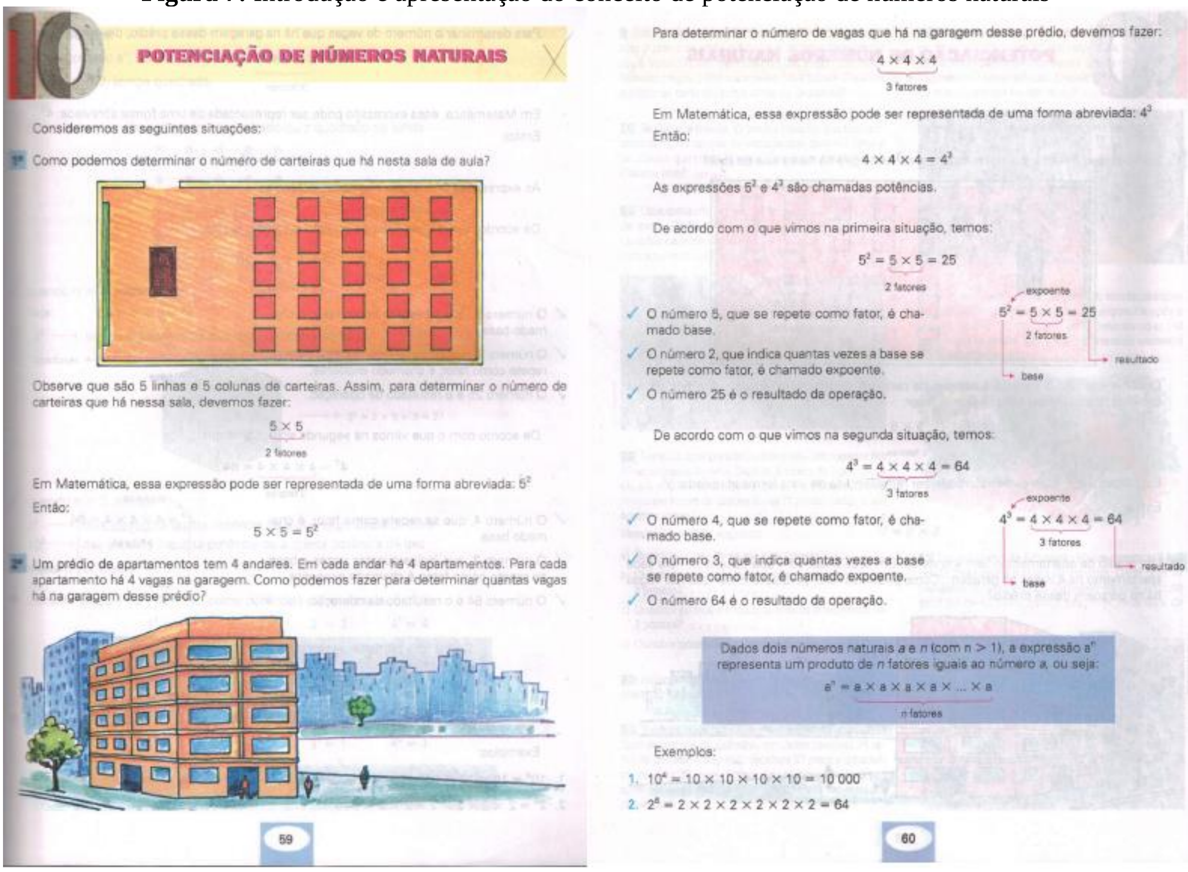
4.3 A conquista da matemática - 5ª série (Giovanni, Castrucci e Giovanni Junior, 1998a)

Esta obra fez parte do PNLD do ano de 2002. Sendo publicada em 1998, após a publicação dos PCN do Ensino Fundamental, a capa do livro didático traz a informação de que o livro foi revisado de acordo com as observações da avaliação de livros didáticos do Ministério da Educação vigentes na época de publicação.

A obra é uma coleção de quatro volumes, sendo um volume para cada série do Ensino Fundamental Anos Finais, ou seja, um livro para a 5ª série, um livro para a 6ª série, um livro para a 7ª série e um livro para a 8ª série. Analisamos o livro referente à 5ª série, pois é neste que o conceito de potenciação é apresentado aos estudantes pela primeira vez na coleção.

Para a introdução da potenciação de números naturais é realizada uma contextualização do conteúdo com situações que os estudantes possam reconhecer, e a partir dessas situações o conceito é apresentado, como vemos na Figura 7. Em relação às obras de Roxo *et al* (1934) e Sangiorgi (1965), percebemos o cuidado dos autores com a realização do passo a passo, a presença de desenhos e o uso de elementos do cotidiano, além de exemplos numéricos antes da generalização do conceito. No que se refere às potências com expoente zero, os autores trazem como uma observação e especificam a necessidade de a base da potência ser não nula.

Figura 7: Introdução e apresentação do conceito de potenciação de números naturais



10

POTENCIAÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS

Consideremos as seguintes situações:

1ª Como podemos determinar o número de carteiras que há nesta sala de aula?

Observe que são 5 linhas e 5 colunas de carteiras. Assim, para determinar o número de carteiras que há nessa sala, devemos fazer:

$$\underbrace{5 \times 5}_{\text{2 fatores}}$$

Em Matemática, essa expressão pode ser representada de uma forma abreviada: 5^2

Então:

$$5 \times 5 = 5^2$$

2ª Um prédio de apartamentos tem 4 andares. Em cada andar há 4 apartamentos. Para cada apartamento há 4 vagas na garagem. Como podemos fazer para determinar quantas vagas há na garagem desse prédio?

59

Para determinar o número de vagas que há na garagem desse prédio, devemos fazer:

$$\underbrace{4 \times 4 \times 4}_{\text{3 fatores}}$$

Em Matemática, essa expressão pode ser representada de uma forma abreviada: 4^3

Então:

$$4 \times 4 \times 4 = 4^3$$

As expressões 5^2 e 4^3 são chamadas potências.

De acordo com o que vimos na primeira situação, temos:

$$5^2 = \underbrace{5 \times 5}_{\text{2 fatores}} = 25$$

✓ O número 5, que se repete como fator, é chamado base.

✓ O número 2, que indica quantas vezes a base se repete como fator, é chamado expoente.

✓ O número 25 é o resultado da operação.

De acordo com o que vimos na segunda situação, temos:

$$4^3 = \underbrace{4 \times 4 \times 4}_{\text{3 fatores}} = 64$$

✓ O número 4, que se repete como fator, é chamado base.

✓ O número 3, que indica quantas vezes a base se repete como fator, é chamado expoente.

✓ O número 64 é o resultado da operação.

Dados dois números naturais *a* e *n* (com n > 1), a expressão a^n representa um produto de *n* fatores iguais ao número *a*, ou seja:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ fatores}}$$

Exemplos:

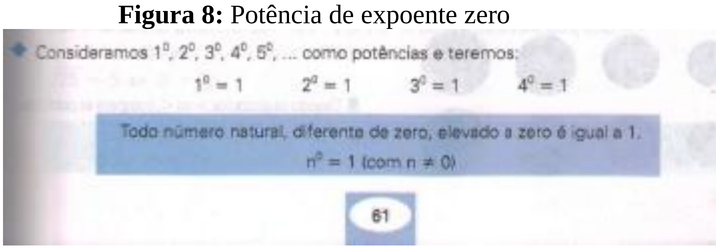
1. $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$
2. $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$

60

Fonte: Giovanni, *et al* (1998a, p. 59-60).

Destacamos que esse volume da obra, 5ª série, trabalha apenas com os conjuntos dos números naturais, números racionais positivos e números decimais positivos, mas não encontramos na análise deste livro didático a apresentação das propriedades de potenciação, que permitiriam justificar a observação da Figura 8. O fato de não trabalhar com o conjunto dos números reais não justifica não apresentar as propriedades operatórias de potenciação.

Figura 8: Potência de expoente zero



Consideramos $1^0, 2^0, 3^0, 4^0, 5^0, \ldots$ como potências e teremos:

$1^0 = 1$ $2^0 = 1$ $3^0 = 1$ $4^0 = 1$

Todo número natural, diferente de zero, elevado a zero é igual a 1.

$n^0 = 1$ (com $n \neq 0$)

61

Fonte: Giovanni *et al* (1998a, p. 61).

Essas propriedades são apresentadas no volume da série seguinte, 6ª série, o que pode levar à espera de pelo menos um ano para que o aluno compreenda que $n^0 = 1$, sempre que $n \neq 0$. Verificamos que Giovanni *et al* (1998b) apresentam as propriedades de potenciação no início da obra, não havendo expansão dos conjuntos numéricos, o que nos leva a questionar o porquê de não terem sido apresentadas logo no livro da 5ª série. Quando do trabalho com as propriedades de potenciação, no livro da 6ª série, Giovanni *et al* (1998b) não retomam as observações, como a do expoente zero.

Em comparação com os livros de Roxo *et al* (1934) e Sangiorgi (1965), destacamos na obra de Giovanni *et al* (1998a) uma maior apresentação de exercícios contextualizados e aplicações e, também, exercícios de fixação das regras, algo pouco visto nas duas obras analisadas anteriormente. Percebemos a presença de problemas nas atividades propostas, o que indica que o proposto nos PCN estava sendo posto em prática.

4.4 A conquista da matemática - 6º ano (Giovanni Júnior & Castrucci, 2018)

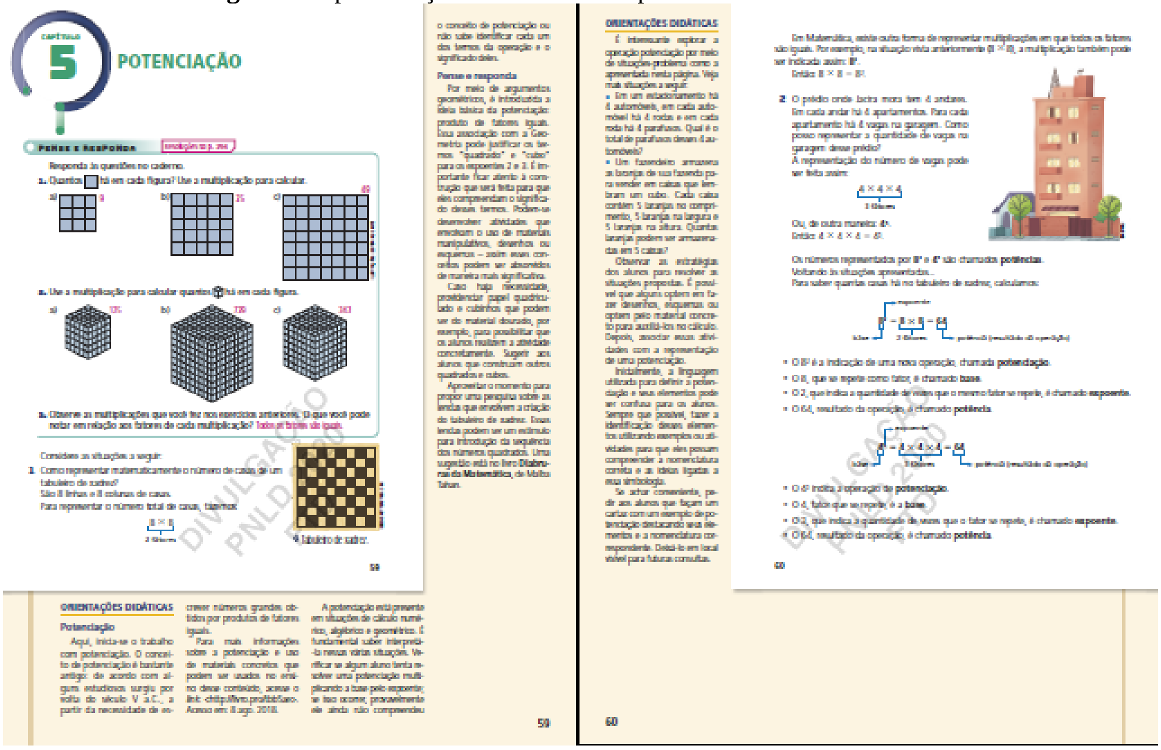
A última obra que analisamos é uma versão de divulgação do PNLD do ano de 2020, sendo uma obra publicada mais recentemente e após a promulgação da BNCC. Nesse volume, por tratar-se de manual do professor, as orientações aparecem ao lado do conteúdo a ser trabalhado com os alunos, incluindo atividades complementares que podem ser realizadas em sala de aula.

A parte inicial do livro chama a atenção dos professores para as competências gerais, previstas pela BNCC, a serem desenvolvidas pelos alunos do Ensino Fundamental e as competências específicas do componente curricular Matemática. Além disso, também são apresentadas, em tabela, as habilidades a serem desenvolvidas no decorrer do 6º ano e no estudo dos objetos do conhecimento presentes na obra.

Nesta obra, Giovanni Júnior e Castrucci (2018) trazem a mesma situação apresentada em Giovanni *et al* (1998a) para tratar de potenciação, contudo a apresentação do conteúdo é feita com mais ilustrações e há uma introdução ao conteúdo.

Na Figura 9 podemos observar que os autores não definem a potenciação de maneira direta, mas com pequenos exemplos. Nesta obra, por ser um manual do professor, há orientações didáticas presentes nas abas laterais, que auxiliam o professor na abordagem do conteúdo.

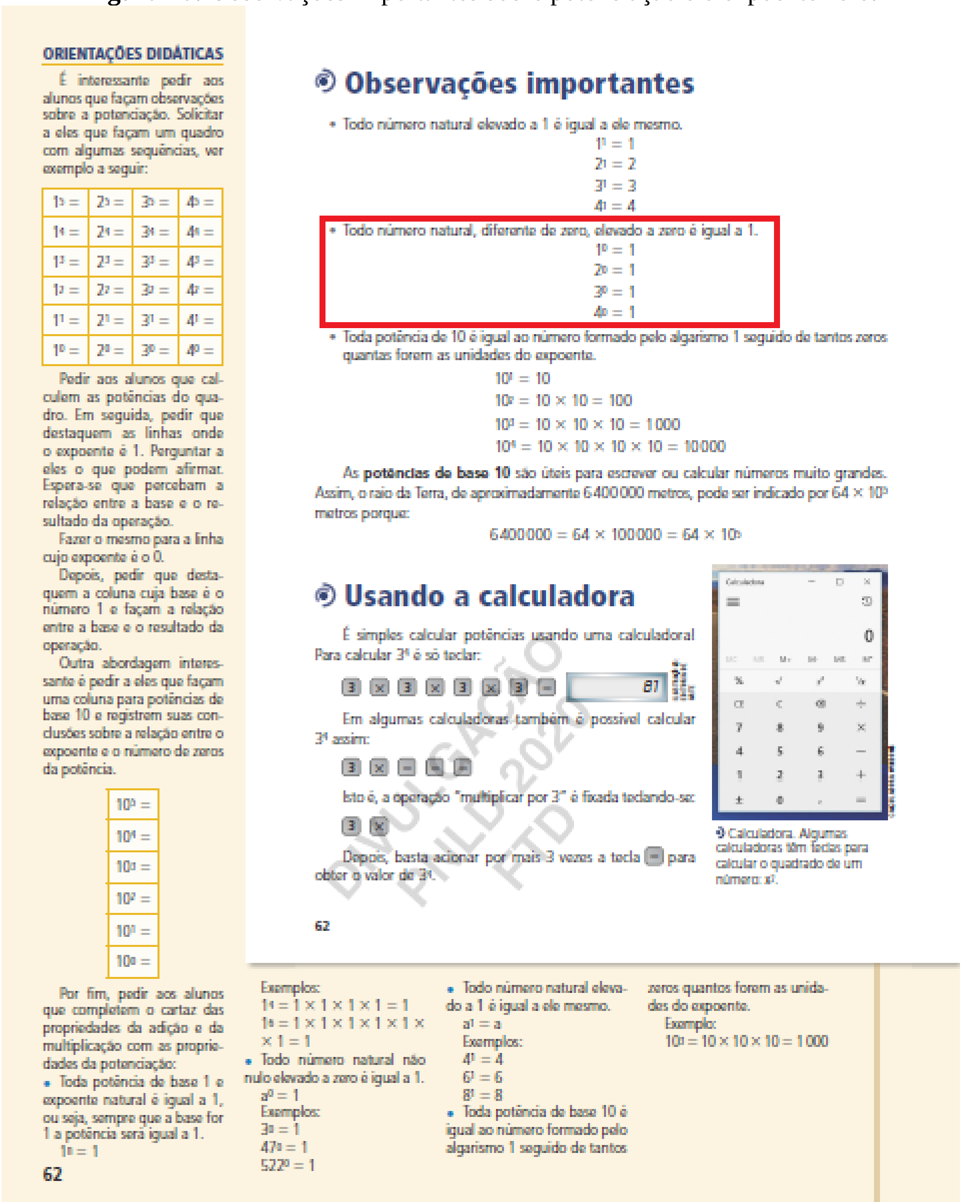
Figura 9: Apresentação do conteúdo de potências de números naturais



Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018, p. 59-60)

Assim como na obra de Giovanni *et al* (1998a), os autores Giovanni Júnior e Castrucci (2018) trazem o expoente zero como uma observação (Figura 10). Contudo, nessa obra, os autores trazem orientações didáticas para os professores, como o uso de tabelas e da calculadora. Além disso, os autores também não trazem as propriedades de potenciação nesse volume (6º ano), deixando para os volumes dos anos seguintes, da mesma forma que acontecia em Giovanni *et al* (1998a).

Figura 10: Observações importantes sobre potenciação e o expoente zero.



ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

É interessante pedir aos alunos que façam observações sobre a potenciação. Solicitar a eles que façam um quadro com algumas sequências, ver exemplo a seguir:

$1^5 =$	$2^5 =$	$3^5 =$	$4^5 =$
$1^4 =$	$2^4 =$	$3^4 =$	$4^4 =$
$1^3 =$	$2^3 =$	$3^3 =$	$4^3 =$
$1^2 =$	$2^2 =$	$3^2 =$	$4^2 =$
$1^1 =$	$2^1 =$	$3^1 =$	$4^1 =$
$1^0 =$	$2^0 =$	$3^0 =$	$4^0 =$

Pedir aos alunos que calculem as potências do quadro. Em seguida, pedir que destaquem as linhas onde o expoente é 1. Perguntar a eles o que podem afirmar. Espera-se que percebam a relação entre a base e o resultado da operação.

Fazer o mesmo para a linha cujo expoente é o 0.

Depois, pedir que destaquem a coluna cuja base é o número 1 e façam a relação entre a base e o resultado da operação.

Outra abordagem interessante é pedir a eles que façam uma coluna para potências de base 10 e registrem suas conclusões sobre a relação entre o expoente e o número de zeros da potência.

$10^5 =$
$10^4 =$
$10^3 =$
$10^2 =$
$10^1 =$
$10^0 =$

Por fim, pedir aos alunos que completem o cartaz das propriedades da adição e da multiplicação com as propriedades da potenciação:

- Toda potência de base 1 e expoente natural é igual a 1, ou seja, sempre que a base for 1 a potência será igual a 1.
  $1^n = 1$
  Exemplos:
  $1^4 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$
  $1^6 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$
- Todo número natural não nulo elevado a zero é igual a 1.
  $a^0 = 1$
  Exemplos:
  $3^0 = 1$
  $47^0 = 1$
  $522^0 = 1$
- Todo número natural elevado a 1 é igual a ele mesmo.
  $a^1 = a$
  Exemplos:
  $4^1 = 4$
  $6^1 = 6$
  $8^1 = 8$
- Toda potência de base 10 é igual ao número formado pelo algarismo 1 seguido de tantos zeros quantos forem as unidades do expoente.
  Exemplo:
  $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$

62

Observações importantes

- Todo número natural elevado a 1 é igual a ele mesmo.

$1^1 = 1$
$2^1 = 2$
$3^1 = 3$
$4^1 = 4$

- Todo número natural, diferente de zero, elevado a zero é igual a 1.

$1^0 = 1$
$2^0 = 1$
$3^0 = 1$
$4^0 = 1$

- Toda potência de 10 é igual ao número formado pelo algarismo 1 seguido de tantos zeros quantas forem as unidades do expoente.

$10^1 = 10$
$10^2 = 10 \times 10 = 100$
$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$
$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$

As **potências de base 10** são úteis para escrever ou calcular números muito grandes. Assim, o raio da Terra, de aproximadamente 6 400 000 metros, pode ser indicado por 64×10^5 metros porque:

$6\,400\,000 = 64 \times 100\,000 = 64 \times 10^5$

Usando a calculadora

É simples calcular potências usando uma calculadora! Para calcular 3^4 é só teclar:

3 × 3 × 3 × 3 = 81

Em algumas calculadoras também é possível calcular 3^4 assim:

3 × = = =

Isto é, a operação "multiplicar por 3" é fixada teclando-se:

3 ×

Depois, basta acionar por mais 3 vezes a tecla = para obter o valor de 3^4.

Calculadora. Algumas calculadoras têm teclas para calcular o quadrado de um número: x^2.

62

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018, p. 62 - destaque nosso).

Da mesma maneira que em Giovanni *et al* (1998a), Giovanni Junior e Castrucci (2018) poderiam ter realizado a discussão das propriedades operatórias de potenciação com as devidas restrições aos conjuntos numéricos já no volume do 6º ano, e poderiam aproveitar o incentivo ao uso da calculadora para convencer o estudante de que o expoente zero, em base não nula, realmente tem como resultado um.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os três primeiros livros apresentam uma forma similar de tratar o conteúdo analisado. O livro de Roxo *et al* (1934) menciona que $a^0 = 1$ como uma convenção (Figura 3), porém também justifica o resultado para o expoente zero como uma consequência das propriedades operatórias de potência. O livro de Sangiorgi (1965) traz como uma convenção e diz que ela se dá devido ao resultado da divisão de duas potências de mesma base e mesmo expoente, esse fato mostra uma formalização maior em relação à Matemática, condizente com o Movimento da Matemática Moderna. No terceiro livro, como não trabalham com as propriedades de potenciação no volume da 5ª série, Giovanni *et al* (1998a) apresentam a potência de expoente zero apenas como uma convenção.

O livro de Giovanni Júnior e Castrucci (2018) é o único livro que não apresenta a generalização algébrica para a potenciação, apresenta apenas exemplos numéricos contextualizados. Isso deve-se à estrutura da BNCC, na qual a representação algébrica é apresentada a partir do 7º ano, ou seja, o próximo volume da coleção, que retoma o conteúdo.

Quanto às ilustrações, percebemos um aumento crescente delas ao longo dos anos, o que provavelmente acontece devido ao desenvolvimento de tecnologias para a elaboração e impressão de imagens. Há também um maior número de cores e informações nos livros.

De maneira geral, podemos afirmar que os quatro livros analisados abordam a potenciação de maneira condizente com o que se espera do ensino de Matemática em cada um dos períodos. Existem diferenças entre as obras no que se refere à quantidade e tipo de atividades propostas pelos autores, sendo que os livros mais novos tendem a apresentar mais ilustrações e uma variedade maior de exercícios associados às situações-problema.

Das duas primeiras obras analisadas entendemos como ponto positivo a apresentação e discussão das propriedades de potenciação juntamente com a definição, o que permite que o professor explore e justifique a apresentação do expoente zero. Das duas obras mais recentes destacamos a contextualização e apresentação dos conceitos de forma mais ampla e até repetitiva, porém julgamos que separar a definição de potenciação das suas propriedades pode criar um obstáculo de aprendizagem ao aluno, principalmente porque o expoente zero permanece sendo apresentado como uma observação/definição quando se poderia aproveitar as propriedades de potenciação para justificar aos estudantes a validade da regra matemática.

REFERÊNCIAS

Brasil (2018). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/

Brasil (1998). Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental*. MEC/SEF.

Brasil (1996). *Lei nº 9394, de 20 de dezembro de 1996*. . Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional brasileira. https://planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm

Chartier, R. (1991). O mundo como representação. *Estudos Avançados*, v. 5 (11), 173-191. https://doi.org/10.1590/S0103-40141991000100010

Choppin, A. (2012). O historiador e o livro escolar. *Revista História Da Educação*, v. 6 (11), 5–24. https://seer.ufrgs.br/index.php/asphe/article/view/30596

Giovanni, J. R., Castrucci, B. & Giovanni Junior, J. R. (1998a). *A Conquista da Matemática: 5ª série, Manual do Professor*. FTD.

Giovanni, J. R., Castrucci, B. & Giovanni Junior, J. R. (1998b). *A Conquista da Matemática:6ª série, Manual do Professor*. FTD.

Giovanni Junior, J. R. & Castrucci, B. (2018). *A Conquista da Matemática: 6º ano, Manual do Professor*. 4ª ed. FTD.

Nogueira, R. F. S. (1986). A Escola Nova. *Educação em Debate*, v. 12 (9), 27-58. https://repositorio.ufc.br/handle/riufc/13168

Oliveira, A. F. I. (2010, dezembro). Os parâmetros curriculares nacionais brasileiros no contexto das políticas neoliberais dos anos de 1990. In *Anais da VI Jornadas de Sociología de La Universidad Nacional de la Plata*. La Plata, Argentina: Universidad Nacional de La Plata. https://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/trab_eventos/ev.5577/ev.5577.pdf

Padrão, D. L. (2008). *A origem do Zero*. (Dissertação em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. https://tede.pucsp.br/bitstream/handle/11332/1/Darice%20Lascala%20Padrao.pdf

Paias, A. M. (2019). *Obstáculos no ensino e na aprendizagem do objeto matemático potência*. (Tese em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/22519/2/Ana%20Maria%20Paias.pdf

Palma Filho, J. C. (2005). A Educação Brasileira no Período de 1930 a 1960: a Era Vargas. In Palma Filho, J. C. (org), *Pedagogia Cidadã, cadernos de formação, História da Educação.* (pp. 61-74). 3 ed. Santa Clara Editora. https://acervodigital.unesp.br/handle/123456789/107

Pinedo, C. J. Q. (2004). História do número zero. *Revista Tecnologia & Humanismo*, v. 18 (26), 20-33. https://periodicos.utfpr.edu.br/rth/article/view/6206/3857

Roxo, E., Thire, C. & Souza, J. C. de M. e (1934). *Curso de Matemática: 3º ano*. Livraria Francisco Alves.

Sangiorgi, O. (1965). *Matemática Curso Moderno para cursos ginasiais - volume 1*. 5ª ed. Companhia Editora Nacional.

Saviani, D. (2005). As concepções pedagógicas na história da educação brasileira. *Texto elaborado no âmbito do projeto de pesquisa "O espaço acadêmico da pedagogia no Brasil", financiado pelo CNPq, para o projeto "20 anos do HISTEDBR"*, *20*, 21-27. https://www5.unioeste.br/portalunioeste/images/files/PHC/3._Artigo_-_Saviani_-_Asc_concep%C3%A7%C3%B5es_pedag%C3%B3gicas_na_hist%C3%B3ria_da_educa._brasileira.pdf

Silva, L. E. da. (2019). Educação Matemática e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC): um desafio para a educação básica. *Humanidade e Inovação*. v. 6 (6), 52-61. https://revista.unitins.br/index.php/humanidadeseinovacao/article/view/1325

Soares, F. (2001). *Movimento de Matemática Moderna no Brasil: avanço ou retrocesso?* (Dissertação em Matemática Aplicada, Matemática) Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. https://app.uff.br/riuff/handle/1/2191

Valente, W. R. (2006). A matemática moderna nas escolas do Brasil: um tema para estudos históricos comparativos. *Diálogo Educacional*, v. 18 (6), 19-34. https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/160368