



UMA ANÁLISE DOS ERROS DAS CRIANÇAS AO FORMULAREM PROBLEMAS DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

UN ANÁLISIS DE LOS ERRORES DE LOS NIÑOS AL FORMULAR PROBLEMAS DE MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

José Allyson da Silva¹

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9417-5087>

Nathália Patrícia Teófilo Bezerra de Melo²

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-4851-8821>

Alina Galvão Spinillo³

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-6113-4454>

Júlia Barros do Nascimento⁴

 ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0003-9929-815X>

RESUMO

Na educação matemática os erros são considerados como uma questão didática e psicológica, sendo necessário conhecer sua natureza para gerar alternativas educacionais que auxiliem a superação de dificuldades na aprendizagem de conceitos. O presente estudo, de natureza qualitativa e descritiva, procurou identificar os tipos de erros apresentados por estudantes do 3º ao 5º ano do Ensino Fundamental ao formularem problemas. Esse tema é relevante porque para elaborar problemas o estudante aciona conhecimentos relativos aos conceitos neles envolvidos, existindo uma associação entre formulá-los e resolvê-los. Cada participante foi solicitado a criar por escrito dois problemas de multiplicação e dois de divisão que foram analisados a partir de parâmetros linguísticos e matemáticos. Foram identificados oito tipos de erros que expressavam limitações quanto à clareza das proposições, à estrutura característica deste tipo de texto e em relação a conhecimentos sobre as ideias matemáticas envolvidas nos problemas. Uma dificuldade recorrente foi quanto à pergunta que era omitida, apresentada de forma confusa e pouco relacionada com as informações anteriores, e desnecessária, uma vez que a resposta à pergunta estava explicitada no enunciado. A conclusão foi que lidar com aquilo que é buscado é um grande desafio na formulação de problemas. Conhecer os tipos de erros dos estudantes traz contribuições para a pesquisa na área no sentido de identificar as dificuldades que experimentam, bem como para a educação matemática no sentido de tratar o erro como estratégia didática.

¹ Graduado em Psicologia (UFPE). Mestrando no Programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva (UFPE), Recife, Pernambuco, Brasil. Rua Mário Campelo, n:37, Várzea, Recife, Pernambuco, Brasil, CEP:50741-430. E-mail: joseallyson.silva@ufpe.br

² Graduanda em Psicologia (UFPE), Recife, Pernambuco, Brasil. Rua Salinópolis, n°201, Várzea, Recife, Pernambuco, Brasil, CEP: 50740-640. E-mail: nathalia.teofilo@ufpe.br

³ Professora Titular da Pós-graduação em Psicologia Cognitiva (UFPE), Recife, Pernambuco, Brasil. Universidade Federal de Pernambuco, CFCH, 8º andar, Cidade Universitária, Recife, Pernambuco, Brasil, CEP: 50.740-550. Email: alinaspinillo@hotmail.com

⁴ Graduanda em Psicologia (UFPE), Recife, Pernambuco, Brasil. Rua Padre Champagnat, n°56, Várzea, Recife, Pernambuco, Brasil, CEP:50740-320. E-mail: julia.bnascimento@ufpe.br

Palavras-chave: Análise de erros. Formulação de problemas. Crianças. Ensino Fundamental.

RESUMEN

En la educación matemática los errores son considerados una cuestión didáctica y psicológica, siendo necesario conocer su naturaleza para generar alternativas educacionales que ayuden a superar las dificultades en el aprendizaje de los conceptos. El presente estudio, de naturaleza cualitativa y descriptiva, buscó identificar los tipos de errores que presentan los estudiantes de 3° a 5° año de Educación Primaria al momento de formular problemas. Este tema es relevante porque para la elaboración de problemas el estudiante acciona conocimientos relacionados con los conceptos involucrados, existiendo una asociación entre formularlos y resolverlos. A cada participante se le pidió que creara por escrito dos problemas de multiplicación y dos de división que se analizaron con base en parámetros lingüísticos y matemáticos. Se identificaron ocho tipos de errores que expresaban limitaciones en cuanto a la claridad de las proposiciones, la estructura característica de este tipo de texto y en relación al conocimiento sobre las ideas matemáticas involucradas en los problemas. Una dificultad recurrente fue en cuanto a la pregunta que era omitida, presentada de manera confusa y poco relacionada con la información anterior, e innecesaria, ya que la respuesta a la pregunta estaba explícita en el enunciado. La conclusión fue que abordar lo que es buscado es un gran desafío en la formulación de problemas. Conocer los tipos de errores que cometen los estudiantes trae contribuciones para la investigación en el área en el sentido de identificar las dificultades que experimentan, así como para la educación matemática en el sentido de tratar los errores como estrategia didáctica.

Palabras clave: Análisis de errores. Formulación del problema. Niños. Enseñanza Fundamental.

INTRODUÇÃO

Dois aspectos surgem como relevantes a serem tratados neste artigo: uma reflexão sobre os erros em matemática e a formulação de problemas matemáticos por crianças. Se por um lado os erros há muito têm sido objeto de interesse na Educação Matemática, por outro lado, a formulação de problemas é tema mais recente cuja relevância tem sido enfatizada cada vez mais tanto do ponto de vista psicológico (formas de raciocinar sobre problemas) como educacional (ferramenta didática).

Os erros desempenham papel crucial no avanço em um determinado campo de conhecimento, uma vez que o fracasso em alcançar um objetivo pode gerar resultados inesperados que podem provocar uma evolução naquele campo do conhecimento (Borasi, 1987; Kuhn, 1970, Lakatos, 1976). Essa afirmação se aplica aos erros apresentados pelos indivíduos, sobretudo os aprendizes em seu processo de aquisição de conhecimentos em qualquer área, podendo ser fonte de avanços, a depender da forma como são considerados. Partindo desta perspectiva, analisar os erros no campo da Psicologia da Educação Matemática torna-se algo necessário (Cury, 2008; Radatz, 1979; 1980). De acordo com a literatura na área, a análise de erros se configura como método de investigação e como estratégia didática.

1. REFERENCIAL TEÓRICO

A análise de erros como método de investigação é a perspectiva adotada na presente pesquisa que versa especificamente sobre a formulação de problemas de multiplicação e de divisão por alunos do Ensino Fundamental. Antes, porém, de apresentar o estudo e seus resultados, é necessário discutir, ainda que de forma breve, acerca dos erros em matemática e acerca das pesquisas realizadas com crianças sobre formulação de problemas.

1. 1. Sobre os erros em matemática

Os erros frente aos conhecimentos matemáticos podem ser entendidos como uma questão didática e como uma questão psicológica. Apesar de distintas, essas perspectivas não são excludentes.

1.1.1. O erro como uma questão didática

Enquanto questão didática, o erro tem sido tratado de maneiras opostas. Uma delas é o que Alro e Skovsmose (2006) denominam absolutismo pedagógico que consiste em tratar o erro como algo a ser didaticamente eliminado e substituído pelo que seria considerado apropriado. Neste caso, o erro é entendido como fracasso do aluno que pode ser revertido a partir da ação de correção por parte do professor. Nota-se que as ações do professor privilegiam o produto final, em detrimento dos processos de resolução adotados pelos alunos, havendo uma forte ênfase nos acertos que devem ser o alvo da atenção dos alunos para que sejam repetidos, tendo sua frequência aumentada. A ideia subjacente é que focar os erros aumentaria sua frequência, algo indesejado do ponto de vista pedagógico que visa o sucesso.

A outra maneira é tratar o erro como uma estratégia didática. Pesquisadores que adotam essa perspectiva buscam identificar as limitações quanto às formas de raciocinar dos estudantes e a partir delas propor situações didáticas que auxiliem a superar as dificuldades por eles experimentadas (e.g., Borasi, 1996; Buriasco; Ferreira; Ciani, 2009; De La Torre, 2007; Minaard & Seminara, 2006; Pinto, 2000; Santos, Buriasco, 2008). Pinto (2000), a partir de observações em sala de aula e de entrevistas com alunos do Ensino Fundamental, tece uma ampla discussão acerca do papel do erro na construção do conhecimento matemático do estudante e sua função pedagógica ao considerá-lo “uma oportunidade didática para o professor organizar melhor seu ensino a fim de criar situações apropriadas para o aluno superar seus erros” (p. 11).

Santos e Buriasco (2008) enfatizam que é um equívoco, entretanto, pensar que de acordo com essa perspectiva, os erros não possam ser corrigidos. Pelo contrário, os erros devem ser levados seriamente em consideração, como ressalta Spinillo (1995) ao referir-se ao que denominou retorno cognitivo que é proporcionado pelo professor ao aluno frente a seus erros. Sobre isso, Pinto (2000) ressalta que a não correção dos erros em sala de aula é, em última instância, um mecanismo que afasta o professor do cenário pedagógico. Na realidade, a aceitação incondicional dos erros é tão indesejável quanto a aversão a ele. Escobar (2020) comenta que o modo como os erros são tratados no contexto escolar determina a maneira como os estudantes percebem o ensino e a aprendizagem da matemática: se de maneira positiva ou negativa.

1.1.2. Erro como questão psicológica

Enquanto questão psicológica, assim como o acerto, o erro revela uma lógica na organização intelectual dos indivíduos, ou seja, uma forma de raciocinar frente a um dado objeto de conhecimento em uma dada situação (Casávola, 1988). Um exemplo disso é observado na obra de Piaget ao tratar do desenvolvimento de conceitos lógico-matemáticos como, por exemplo, a conservação de quantidades (Piaget & Szeminska, 1975). Um dos erros identificados acerca dessa noção consiste em que a criança considera que em um conjunto de seis fichas umas sobre as outras há menos fichas do que em um conjunto de seis fichas afastadas uma ao lado da outra. Identificar esse tipo de erro foi crucial para compreender o desenvolvimento da noção de número em crianças. O erro, portanto, é uma forma de raciocinar que precisa ser interpretada, pois revela uma concepção sobre um dado conceito matemático (Botelho et al, 2006; Castro et al, 2006; Radatz, 1979; Santos & Buriasco, 2008).

Analisar os erros, nessa perspectiva, passa a ser algo relevante, de modo que alguns estudiosos propõem uma tipologia de erros sejam eles de caráter geral ou relativos a um conceito matemático em particular (e.g., Astolfi, 1999; Cury, 2008; Radatz, 1980). Botelho et al (2006) comentam sobre dois tipos de erro observados na resolução de problemas de estrutura aditiva por crianças: erro estrutural e funcional. O erro estrutural (ou conceitual) estaria associado a limitações referentes aos esquemas e estruturas cognitivas necessárias à compreensão do conceito envolvido na resolução correta dos problemas, como o uso da correspondência um para um (próprio dos conceitos aditivos) na resolução de problemas de combinatória, quando relações ou esquemas multiplicativos seriam necessários. O erro funcional (ou procedimental) estaria associado a equívocos de cálculo e ao uso de procedimento inadequado para solucionar o problema.

Orozco-Hormaza (2005), analisando a escrita de numerais por alunos do Ensino Fundamental, identificou erros léxicos e sintáticos. Os erros léxicos se referiam a equívocos na escrita dos dígitos que compunham um número como por exemplo, a troca do lugar dos dígitos, escrevendo 12 ao invés de 21. Os erros sintáticos consistiam em equívocos na escrita dos números em função de sua expressão verbal, como por exemplo escrever 201 da seguinte maneira: 2001. Esses erros decorriam do pouco domínio acerca da composição dos números e do lugar dos dígitos.

Spinillo, Pacheco, Gomes e Cavalcanti (2014), a partir de pesquisas com crianças, documentam uma série de erros na resolução de tarefas que envolviam a noção de fração e o raciocínio combinatório. Ao descrever e comentar acerca destes erros os autores enfatizam que

há erros mais elementares que outros. Para ilustrar essa afirmação, discutem as estratégias incorretas adotadas por crianças de oito anos na resolução do seguinte problema: “Pedro tem três calças (preta, marrom e azul) e cinco camisas (amarela, vermelha, verde, laranja e cinza). Ele pode combinar as calças com as camisas para formar conjuntos. Quantos conjuntos diferentes Pedro pode formar?”

Um dos tipos de erros consistia em raciocinar em termos de pares fixos (um camisa e uma calça) que não podiam ser desfeitos (correspondência um para um), ou seja, a criança não aceitava a possibilidade de uma calça vir a ser combinada com mais de uma camisa (correspondência um para muitos). O outro tipo de erro consistia em não estabelecer todas as combinações possíveis entre calças e camisas. Apesar de incorreta, essa segunda estratégia foi considerada mais sofisticada que a primeira, pois revela um avanço no sentido de que a criança aceita a ideia de que um elemento de um conjunto (calça) possa combinar com mais de um elemento do outro conjunto (camisas), o que indica o início do raciocínio combinatório, marcado pela correspondência um para muitos.

Madalena, Correa e Spinillo (2017) analisaram os tipos de erros apresentados por crianças surdas alunas do 1º, 2º e 3º ano do Ensino Fundamental relativos ao entendimento da sequência numérica em Libras (Língua Brasileira de Sinais). Os erros identificados se alteravam com o avanço da escolaridade, de modo que no 1º ano os erros eram relativos à forma de sinalizar os numerais de um a nove, sendo caracterizados como erros lexicais por estarem relacionados à estrutura da Libras na composição de seus sinais numéricos. No 2º e no 3º ano os erros eram de outra natureza, como por exemplo, a omissão de numerais que eram formados por dois algarismos iguais. A conclusão foi que os erros não eram decorrentes apenas da lógica dos usuários de um dado sistema de numeração, mas também da maneira como os números são representados neste sistema. No caso da Libras, alguns desses erros eram decorrentes da própria configuração do sistema de sinais.

Outras pesquisas examinam como professores lidam e interpretam os erros dos alunos (e.g., Magina, Spinillo & Merlini, prelo/2023; Moro, Soares & Spinillo, 2017; Spinillo, Soares, Moro & Lautert, 2016). A investigação conduzida por Spinillo, Soares, Moro & Lautert (2016) examinou como professores e futuros professores de matemática interpretavam os erros de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de problemas de estrutura multiplicativa (isomorfismo e produto de medidas). A cada participante era apresentado procedimentos equivocados de resolução que haviam sido adotados por crianças, sendo solicitado, por meio de uma entrevista clínica, a identificar, a partir do erro, a forma de raciocinar do solucionador dos problemas. Os entrevistados interpretaram os erros em: (i) conceituais, derivados de

limitações do solucionador acerca das relações multiplicativas necessárias para a resolução do problema; (ii) linguísticos, decorrentes de limitações em compreender a linguagem do enunciado; e (iii) procedimentais, decorrentes do uso de operação inadequada. Os dados revelaram que em ambos os grupos de participantes a forma de interpretar os erros variava em função do tipo de problema, de modo que os erros nos problemas de produto de medidas eram interpretados como sendo conceituais, e os erros nos problemas de isomorfismo de medidas como sendo linguísticos.

Dando continuidade ao estudo deste tópico, Moro, Soares e Spinillo (2017) investigaram as ações didáticas propostas pelos mesmos professores da pesquisa anterior quando diante dos erros dos estudantes. O objetivo principal era examinar se as ações didáticas propostas para ajudar os alunos a superar suas dificuldades variavam em função dos tipos de erros apresentados. Os dados mostraram que os seis tipos de ações identificados não variavam em função do tipo de erro, mas em função da experiência profissional dos participantes.

Tomados de forma conjunta, seja como uma questão didática seja como uma questão psicológica, esses estudos revelam a importância de se conhecer a natureza dos erros para se pensar em alternativas educacionais que possam contribuir para a superação das dificuldades dos alunos. No que tange à pesquisa apresentada adiante, o erro é examinado como uma questão de natureza psicológica associado à aquisição de conhecimentos, no caso, conhecimentos matemáticos relativos à formulação de problemas por parte de estudantes do Ensino Fundamental.

1.2. Sobre formulação de problemas

1.2.1. O que é formulação de problemas e sua relevância

A atividade de formular problemas é importante da educação matemática, sendo considerada tanto um objetivo do ensino como um meio de ensinar (Brown & Walter, 2013; Chica, 2001; Ellerton, Singer & Cai, 2015; Kilpatrick, 1987; Silver, 1994). Isso porque ao formular problemas o estudante aciona conhecimentos relativos ao conceito envolvido no problema, existindo uma associação entre formular e resolver problemas (English, 1997; Elwan & Sultan, 2016; Singer & Ellerton, 2013; Singer & Cai, 2013; Arıkan & Ünal, 2015; Sengul & Katranci, 2014). Este tema tem recebido contínua atenção no campo da inovação pedagógica e curricular (Baumanns & Rott, 2021; 2022), sendo reconhecido em políticas públicas em diversos países, inclusive no Brasil, como recomenda a BNCC (Brasil, 2020a, 2020b).

Inúmeras pesquisas investigam esse tópico em professores e futuros professores com vistas a discutir sobre a aplicação da atividade de formular problemas em sala de aula (e.g.,

Lavy & Shriki, 2007; Cai et al., 2020; Spinillo, Agranionih, Lautert, Borba, Santos & Silva, prelo/2023) e a investigar a habilidade que apresentam em formular problemas e as características dos problemas que formulam (e.g., Agranionih, Spinillo & Lautert, 2021; Lee, Capraro & Capraro, 2018; Magina, Spinillo & Lautert, 2020; Xie & Masingila, 2017). Contudo, há pesquisas que investigam esse tópico em estudantes, como discutido adiante.

1.2.2. Pesquisas realizadas com crianças

Formular problemas demanda conhecimentos linguísticos relativos à clareza das proposições, à estrutura característica deste tipo de texto e requer, ainda, conhecimentos sobre as ideias matemáticas nele envolvidas. Um problema verbal possui uma introdução em que são dadas informações numéricas e, em seguida, uma pergunta coerente e articulada com essas informações. Por sua vez, essas informações devem ser relevantes para a resolução do problema, sendo apresentadas por meio de uma linguagem clara o suficiente para que possa comunicar algo. Nota-se, portanto, que esta é uma atividade complexa, sobretudo para crianças, sendo necessário saber quais as dificuldades que enfrentam ao realizá-la. Uma maneira de conhecer essas dificuldades é identificar os erros nos problemas que formulam, como pretende o estudo descrito neste artigo. Antes, porém, é importante, ainda que de forma breve, apresentar algumas investigações realizadas com esta população.

Dois grupos de pesquisas podem ser apontados na literatura na área: (i) pesquisas de natureza instrucional (e.g., Altoé & Freitas, 2019; Chica, 2001; English, 1997, 1998; Kwon & Capraro, 2021; Lowrie, 2002); e (ii) pesquisas que descrevem e avaliam a habilidade de formular problemas (e.g., Ellerton, 1986; Zunino, 1995). A presente pesquisa se insere neste segundo grupo, procurando identificar e interpretar os erros apresentados pelas crianças com o objetivo de contribuir com informações mais precisas acerca da natureza das dificuldades, uma vez que isso tem sido tratado de forma genérica e em situações de investigação pouco controladas. Na realidade, a maioria dessas pesquisas não especifica a natureza das dificuldades, comentando apenas que elas decorrem da pouca familiaridade dos estudantes com a atividade de formular problemas.

Todavia, alguns estudos fornecem informações mais claras, como é o caso da pesquisa de Zunino (1995). A autora realizou observações no contexto escolar em salas de aula de crianças do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental. Os estudantes eram solicitados a elaborar problemas de adição e subtração por meio de atividades distintas. A maioria dos alunos do 1º, 2º e 3º ano não conseguia sequer elaborar um enunciado. Os alunos do 4º e 5º ano apresentaram menos dificuldades, embora formulassem problemas omitindo a pergunta, que traziam a

resposta no próprio enunciado e que não correspondiam efetivamente à operação que deveria ser empregada. Esta pesquisa foi realizada de forma assistemática sem que os alunos realizassem um mesmo tipo de atividade de formulação de problemas e sem que fosse feita uma descrição mais detalhada dos tipos de erros apresentados.

Outro estudo que fornece informações sobre as dificuldades foi conduzido por Ellerton (1986) que consistia em um recorte de uma pesquisa mais ampla em que crianças de 11 a 13 anos eram solicitadas a formular um problema que fosse difícil de ser resolvido por um amigo. Os participantes foram divididos em dois grupos: um composto por estudantes mais habilidosos em matemática e outro por estudantes menos habilidosos. Comparações foram feitas entre os grupos quanto às características dos problemas que criavam. Um dos dados desta pesquisa foi que os estudantes menos habilidosos tinham dificuldades em: (i) planejar o problema de forma que ele pudesse ser resolvido e que a solução fosse consistente com o que estava apresentado no enunciado; (ii) aplicar regras algorítmicas; e (iii) usar a linguagem matemática.

Apesar de relevantes, essas investigações não especificam os erros dos estudantes como objetiva o presente estudo que propõe uma análise linguística e matemática do enunciado dos problemas formulados por estudantes do Ensino Fundamental, buscando, inclusive, indicar parâmetros para examinar a natureza dos erros identificados. Ainda que de forma exploratória, propor parâmetros para analisar erros na formulação de problemas torna-se essencial para avançar neste campo do conhecimento tanto no cenário investigativo como no educacional.

2. MÉTODO

2.1 Participantes

A partir de uma amostra por conveniência de 60 estudantes do 3º, 4º e 5º ano do Ensino Fundamental de escolas particulares localizadas na cidade de Recife foram selecionadas 22 crianças para esta investigação. Os participantes eram de ambos os sexos e não apresentavam limitações sensoriais, motoras ou intelectuais. O critério de seleção foi terem obtido um baixo percentual de acertos (0% ou 25%) em uma tarefa de formulação de problemas constituída por quatro itens, conforme descrito adiante.

Foi considerado acerto a elaboração de um problema verbal que atendesse aos seguintes aspectos: enunciado completo, com linguagem clara e sem ambiguidades e que correspondesse

ao que foi solicitado no que tange à operação e informações numéricas envolvidas na instrução dada no item e que pudesse ser resolvido. O exemplo a seguir ilustra um problema formulado por um estudante do 5º ano que atende essas especificações: “Era o aniversário de Maria e ela ganhou 20 bolas de gude e teve que dividir com seus 4 irmãos, cada pessoa ia ficar com quantos, contando com ela?”

2.2. Procedimento e material

Cada participante foi individualmente entrevistado em uma única sessão com tempo livre para sua realização. A tarefa, formada por quatro itens, consistia em formular por escrito dois problemas de multiplicação e dois de divisão em duas situações:

Situação 1 (operação): formular dois problemas, um por vez, a partir da seguinte instrução: “Gostaria que você criasse um problema de matemática que fosse resolvido por meio de uma operação de divisão (ou de multiplicação).”

Situação 2 (operação e resultado): formular dois problemas, um por vez, a partir da seguinte instrução: “Gostaria que você criasse um problema de matemática que fosse resolvido por meio de uma operação de divisão (ou de multiplicação) e cujo resultado fosse 8 (ou 12).”

A ordem das situações era fixa, apresentando-se primeiro a Situação 1 e em seguida a Situação 2. Em cada situação, os itens eram apresentados de forma aleatória, definida por sorteio com cada participante.

O material disponibilizado consistia em lápis, borracha e folhas de papel com a instrução relativa a cada item e com espaço para a escrita do problema, como ilustrado nas figuras adiante. A instrução em cada item era lida em voz alta pelo examinador e acompanhada pelo participante.

3. ANÁLISES E RESULTADOS

3.1. Os parâmetros

Os problemas formulados foram analisados em função de um conjunto de parâmetros conforme consta no Quadro 1, tendo por base aquilo que se espera de um problema bem elaborado que atenda ao que é solicitado em cada item da tarefa. Esses parâmetros dizem respeito tanto a aspectos linguísticos como a aspectos relativos a informações numéricas que permitam a resolução dos problemas formulados.

Quadro 1: Os parâmetros adotados e sua descrição.

Parâmetro	Descrição
Linguagem	Linguagem clara, sem ambiguidades quanto às relações numéricas que precisam ser estabelecidas e quanto ao que precisa ser encontrado
Estrutura	Presença de proposições iniciais que fornecem dados relativos a quantidades, seus referentes e relações entre eles, e em seguida constar a pergunta
Pergunta	A pergunta deve ser clara, coerente e articulada com as proposições anteriores
Possibilidade de resolução	Possibilidade de o problema ser solucionado, contendo todas as informações numéricas necessárias para que a pergunta seja respondida
Resposta	A resposta deve ser gerada a partir das relações estabelecidas entre as informações numéricas, não devendo estar explicitamente mencionada no enunciado
Operação	Adequada à resolução do problema e atender ao que foi solicitado na instrução de cada item

Fonte: Elaboradas pelos autores

Esses parâmetros nortearam a análise dos problemas e a identificação dos erros neles contidos. A análise de erros, enquanto método de investigação adotado nesta pesquisa, consistiu na análise de conteúdo, inspirada nas etapas definidas por Bardin (1979). Inicialmente foi realizada uma pré-análise por meio de uma leitura flutuante de todo o material produzido pelos 22 participantes, ou seja, dos 88 problemas formulados. Em seguida, em função dos parâmetros acima mencionados, os problemas formulados foram reanalisados, sendo especificadas as limitações que cada um apresentava, ou seja, os erros neles presentes. Os erros identificados foram, então, agrupados em tipos em função de uma análise cada vez mais refinada acerca das especificidades que apresentavam. Observou-se que um mesmo problema apresentava vários tipos de erros e que um mesmo tipo de erro podia estar presente em vários problemas.

3.2. Os tipos de erros identificados nos problemas formulados

A análise, de natureza qualitativa, permitiu identificar oito tipos de erros que são descritos no Quadro 2.

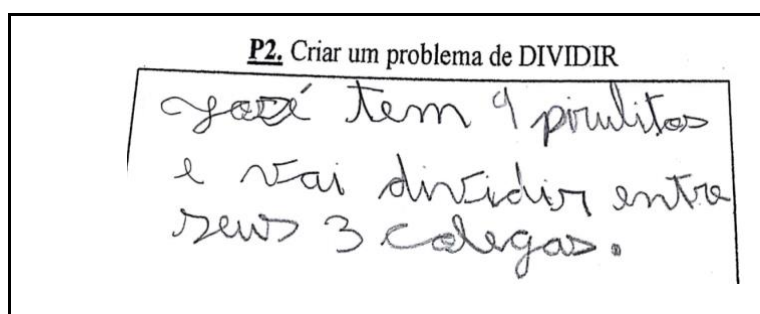
Quadro 2: Os tipos de erros e sua descrição.

Tipos de erros	Descrição
Tipo 1	Ausência/insuficiência de informações numéricas
Tipo 2	Ausência da pergunta, ou seja, aquilo que deve ser buscado
Tipo 3	As relações entre quantidades e seus referentes não estão explicitadas
Tipo 4	A pergunta está presente, mas é apresentada de forma confusa e com pouca ou nenhuma relação com as informações numéricas e proposições anteriores
Tipo 5	A resposta à pergunta, isto é, o resultado, está explicitamente mencionado no enunciado do problema, ou seja, o que é buscado já é informado
Tipo 6	A linguagem é confusa, com proposições desarticuladas, gerando ambiguidades diversas, inclusive quanto ao que deve ser buscado
Tipo 7	Problema se assemelha a um exercício ou comando para realizar uma operação
Tipo 8	As informações numéricas e/ou a operação que foram solicitadas na instrução não correspondem ao que foi solicitado no item

Fonte: Elaborado pelas autoras

Nas figuras a seguir constam exemplos que ilustram os tipos de erros presentes nos problemas formulados pelos estudantes seguidos de uma análise sobre eles. Como nem sempre a caligrafia dos participantes era legível, optou-se por colocar o texto do enunciado do problema abaixo de cada figura.

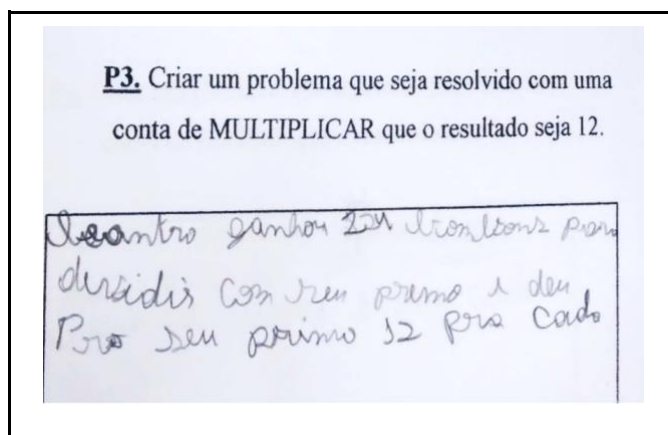
Figura 1: Erro Tipo 2, estudante do 3º ano.



“José tem 9 pirulitos e vai dividir entre seus 3 colegas.”

O problema atende ao que é solicitado na instrução relativa ao item da tarefa, envolvendo a operação de divisão para sua resolução. Está formulado de maneira clara, há relação entre os números e seus referentes e apresenta informações numéricas apropriadas, uma vez que o número 9 é divisível pelo número 3. Contudo, o enunciado está incompleto, estando ausente a pergunta do problema, caracterizando-se por erro Tipo 2.

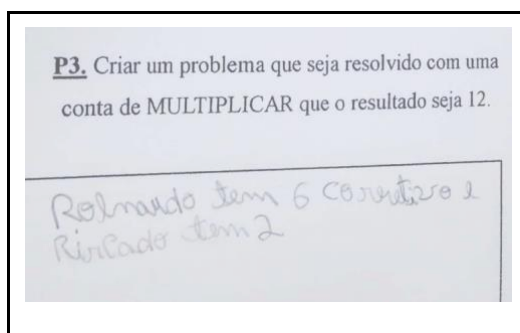
Figura 2: Erro Tipo 2 e erro Tipo 5, estudante do 3º ano.



“Leandro ganhou 24 bombons para dividir com seu primo e deu pro seu primo 12 pra cada”

Três tipos de erros são identificados no problema na Figura 2. O primeiro erro é que o problema não atende ao que é solicitado na instrução relativa ao item da tarefa, pois ao invés de envolver a operação de multiplicação para sua resolução, o problema formulado requer a operação de divisão (“... 24 bombons para dividir com seu primo...”), caracterizando-se por erro Tipo 8. O segundo erro refere-se ao fato de a pergunta estar ausente (erro Tipo 2). O terceiro erro decorre do fato de o resultado do problema estar explicitado em seu enunciado (“...12 para cada”) ao invés de ser aquilo que deveria ser buscado (erro Tipo 5).

Figura 3: Erro Tipo 2 e erro Tipo 3, estudante do 4º ano.

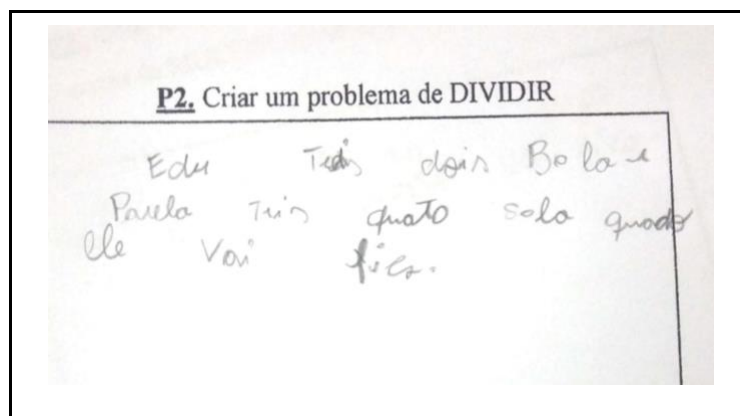


“Ronaldo tem 6 corretivos e Ricardo tem 2”

O problema ilustrado na Figura 3 está incompleto por faltar a pergunta que se refere àquilo que deve ser buscado (erro Tipo 2), assim como também não é indicada a relação entre as informações numéricas (erro Tipo 3), no caso, entre as quantidades de corretivo (6 e 2) que cada menino (Ronaldo e Ricardo) possuía. Observa-se que a escolha dessas quantidades não foi ao acaso, sendo feita em função do fato de o participante considerar que o problema deveria envolver uma conta de multiplicar cujo resultado fosse 12. Neste sentido, parece que o participante procurou atender ao que era solicitado no item da tarefa, uma vez que $6 \times 2 = 12$.

Isso, contudo, não foi suficiente para que formulasse um problema sem incorrer em erros que comprometeram a construção do enunciado que se limitou a informar apenas as quantidades e seus referentes sem estabelecer qualquer relação entre elas, relações essas que seriam definidoras da operação a ser empregada e sem mencionar a pergunta relativa àquilo que deve ser buscado no problema.

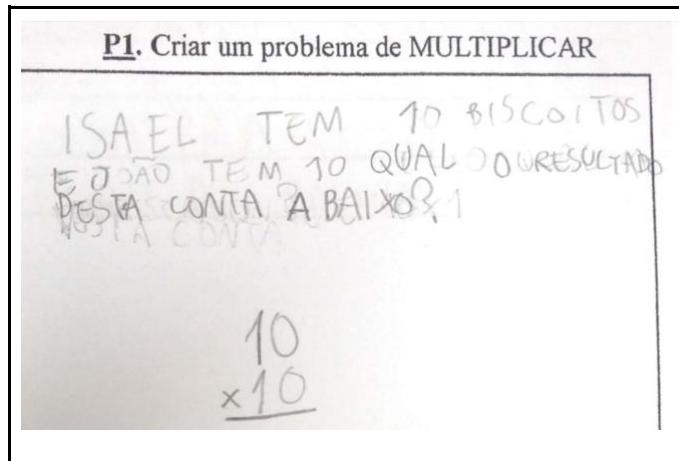
Figura 4: Erro Tipo 3, Tipo 4, Tipo 6 e Tipo 8, estudante do 4º ano.



“Edu tem dois bolo e Paulo tem quatro bolo quando ele vai fica.”

Na Figura 4, a pergunta está presente (“... quanto ele vai ficar”), porém é apresentada de forma confusa devido à ausência de marcas de pontuação (ponto de interrogação, ponto final, letra maiúscula), quanto ao uso de pronome (ele) que não especifica que personagem é referido e mantendo pouca relação com as informações numéricas mencionadas (erro Tipo 4). As quantidades e seus referentes são mencionadas (dois bolos e quatro bolos), mas a ausência de relações entre eles impede que seja definida a operação a ser empregada, incorrendo em erro (Tipo 3). A ausência de relações entre as informações numéricas e a pergunta confusa que é apresentada gera ambiguidades que não permitem definir o que deve ser buscado, incorrendo em erro Tipo 6. Devido a essas limitações, o problema formulado não atende ao que foi solicitado no item, pois não corresponde a uma operação de dividir (erro Tipo 8).

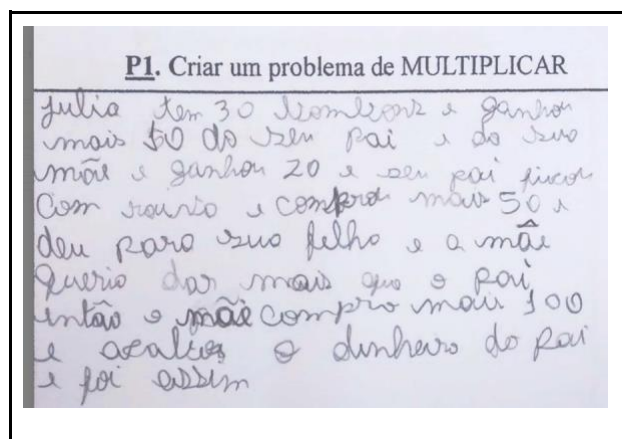
Figura 5: Erro Tipo 7, estudante do 3º ano.



“Isael tem 10 biscoitos e João tem 10, qual o resultado desta conta abaixo?”

O problema se assemelha a um exercício ou comando para realizar uma operação, se caracterizando como erro Tipo 7. No caso, o comando é linguisticamente apresentado sob forma de uma pergunta (“Qual o resultado desta conta abaixo?”). A conta informada é para multiplicar, o que revela a intenção do participante de atender ao que é solicitado no item da tarefa. A tentativa de formular um problema é observada nas relações estabelecidas entre quantidades e seus referentes (dez biscoitos) e no fato de personagens serem mencionados (Isael e João). Contudo, o enunciado produzido se caracteriza como um exercício para efetuar uma operação.

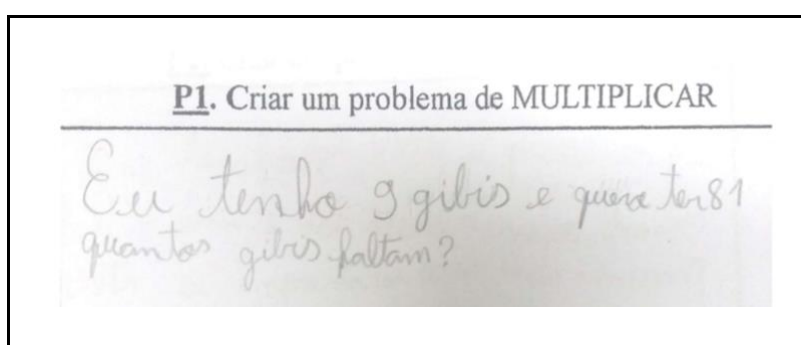
Figura 6: Erro Tipo 2, erro Tipo 6, estudante do 3º ano.



“Julia tem 30 bombons e ganhou mais 10 do seu pai e da sua mãe e ganhou 20 e seu pai ficou com raiva e comprou mais 50 e deu para sua filha e a mãe queria dar mais o pai então e mãe comprou mais 100 e acabou o dinheiro do pai e ficou assim”

O problema na Figura 6 consiste em um enunciado com uma linguagem confusa e com proposições desarticuladas sem que seja possível compreender quais as relações que podem ser estabelecidas entre as quantidades mencionadas. Da forma como apresentado, o problema não permite compreender o que deve ser buscado, caracterizando-se por erro Tipo 6. Além disso, o problema está incompleto, faltando a pergunta o que expressa erro Tipo 2. Ao invés de uma pergunta, o problema é finalizado de maneira que se assemelha a uma narrativa (história ou relato de experiência), se distanciando da estrutura típica de enunciados de problemas verbais.

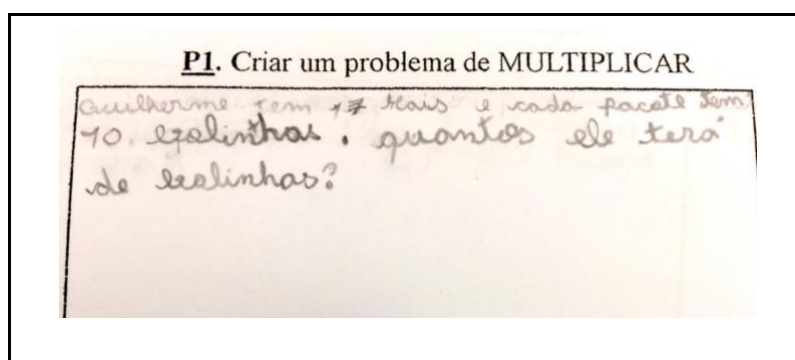
Figura 7: Erro Tipo 8, estudante do 5º ano.



“Eu tenho 9 gibis e quero ter 81 quantos gibis faltam?”

Ainda que atenda a diversos parâmetros linguísticos e numéricos, o problema não atende ao que é solicitado na instrução, pois ao invés de envolver a operação de multiplicação, o problema requer a operação de subtração para sua resolução, incorrendo em erro Tipo 8.

Figura 8: Erro Tipo 1 e Tipo 4, estudante do 3º ano.



“Guilherme tem 17 reais e cada pacote tem 10 bolinhas. Quantos ele terá de bolinhas?”

Dois tipos de erros foram identificados no problema ilustrado na Figura 8. O primeiro refere-se ao fato de que as informações numéricas são insuficientes para permitir sua resolução (erro Tipo 1), uma vez que está ausente a informação acerca da quantidade de pacotes que Guilherme comprou. Isso faz com que a pergunta do problema não possa ser respondida. Além

desse erro, observa-se que a pergunta é apresentada de forma confusa (erro Tipo 4) devido ao uso da palavra “quantos”, gerando ambiguidades acerca do que deve ser buscado: se quantidades de bolinhas ou se quantidade de pacotes de bolinhas.

4. DISCUSSÃO

Os oito tipos de erros identificados, apesar de terem características próprias, estão associados. Essa associação é observada quando se nota que havia problemas formulados que apresentavam erros de diferentes tipos como ilustrado, por exemplo, no problema apresentado na Figura 2 (erros Tipo 2 e Tipo 5), naquele na Figura 4 (Tipo 3, Tipo 4, Tipo 6 e Tipo 8) e naquele na Figura 6 (Tipo 2 e Tipo 6).

Importante comentar que dificuldades relativas à pergunta do problema foram observadas em três dos oito tipos de erro: no erro Tipo 2 a pergunta estava omitida, no Tipo 4 a pergunta era confusa, com pouca ou nenhuma relação com as informações anteriores, e no Tipo 5 a resposta à pergunta estava explicitada no enunciado, o que fazia da pergunta algo desnecessário. Ao que parece, lidar com aquilo que é buscado é um grande desafio na formulação do problema por crianças estudantes do Ensino Fundamental. Na realidade, a pergunta é uma característica marcante deste tipo de texto, estando associada à possibilidade de solucionar o problema, de modo que identificar os tipos de erros relativos à pergunta é uma contribuição relevante acerca das lacunas no modo de raciocinar dos estudantes.

Alguns erros parecem ser circunstanciais, derivados da situação de investigação, neste caso, da tarefa proposta aos participantes, como o erro Tipo 8. Esse erro é derivado do fato de a criança desconsiderar o que é solicitado na instrução dos itens, como por exemplo usar números diferentes daqueles indicados ou mesmo elaborar um enunciado que sugere o uso de uma operação diferente daquela solicitada no item como pode ser visto na Figura 4 e na Figura 7. Outros erros decorrem da familiaridade com atividades frequentemente propostas no contexto escolar, como erro Tipo 7 em que o problema formulado se assemelha a um exercício ou comando para realizar uma operação aritmética, como ilustrado na Figura 5.

Apesar dos parâmetros linguísticos e matemáticos que baseiam a análise dos problemas formulados estarem imbricados na identificação dos erros, observou-se que alguns deles estão mais associados a aspectos matemáticos enquanto outros mais associados a aspectos linguísticos. Erros Tipo 1 (ausência/insuficiência de informações numéricas) e Tipo 3 (relações

entre quantidades e seus referentes não estão explicitadas) parecem se caracterizar mais como de natureza matemática; enquanto erros Tipo 4 (pergunta confusa, com pouca ou nenhuma relação com informações anteriores) e Tipo 6 (linguagem confusa, desarticulada, gerando ambiguidades) parecem se caracterizar mais como sendo de natureza linguística. Seja qual for a natureza do erro, percebe-se que muitos deles impedem a resolução do problema dada as limitações nele presentes.

A ausência de pontuação foi algo recorrente, estando omitidos ponto final, ponto de interrogação e o uso de letra maiúscula para iniciar frases. Isso foi particularmente observado em relação ao ponto de interrogação ao final da pergunta, como pode ser visto no exemplo na Figura 4.

Os tipos de erros identificados na presente investigação remetem ao que foi documentado por Zunino (1995) em observações no contexto escolar: problemas incompletos, problemas em que a resposta constava no enunciado e problemas que envolviam operações que não correspondiam ao que era solicitado. O fato de aquele estudo versar sobre a formulação de problemas de adição e subtração e o presente estudo versar sobre operações de multiplicação e divisão confere um certo grau de generalidade quanto aos tipos de erros. Contudo, os tipos de erros identificados nesta investigação são mais específicos e variados que aqueles mencionados por Zunino, gerando uma maior precisão acerca da natureza das dificuldades.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente investigação, de natureza descritiva e exploratória, envolveu uma análise qualitativa acerca dos diferentes tipos de erros identificados em problemas matemáticos formulados por estudantes do Ensino Fundamental. Do ponto de vista teórico, a pesquisa associou dois temas da educação matemática: formulação de problemas por crianças e tipos de erros. O segundo tema há muito tem despertado o interesse de psicólogos e educadores, enquanto o primeiro é assunto ainda pouco investigado na literatura. Essa associação confere um caráter inovador à pesquisa na área ao buscar na análise de erros subsídios para compreender a natureza das dificuldades que as crianças experimentam ao formularem problemas matemáticos.

Os problemas formulados foram analisados a partir de parâmetros linguísticos e matemáticos, sendo possível identificar oito tipos de erros. Importante ressaltar que as relações

entre matemática e linguagem têm sido abordadas de diferentes perspectivas (ver Spinillo e Marín, 2022) e que associar essas instâncias em um sistema de análise pode ser um avanço na pesquisa acerca da formulação de problemas, uma vez que formular um problema é, em última instância, produzir um texto.

Ainda que os resultados obtidos não possam ser generalizados devido à sua natureza exploratória, a pesquisa traz contribuições relativas aos tipos de erros que os estudantes apresentam ao formularem problemas matemáticos. Essas contribuições se expressam de duas maneiras. Uma relativa a uma tipologia de erros específicos à formulação de problemas, podendo, a partir de uma análise linguística e matemática do enunciado dos problemas, trazer subsídios que possam ser usados em pesquisas futuras para analisar a formulação de problemas em crianças. Outra contribuição é de natureza educacional, fornecendo ao professor indicadores de como avaliar o conhecimento de seus alunos quanto à habilidade de formular problemas e, assim, identificar as dificuldades que enfrentam para propor situações didáticas que auxiliem a superá-las. Aqui cabe retornar à perspectiva do erro como ferramenta didática adotada por pesquisadores da educação matemática (e.g., Pinto, 2000; Santos & Buriasco, 2008). Sobre isso Carmo e Crescenti (2023) ressaltam que identificar os erros é relevante tanto para gerar aprendizagem a partir deles como também para o ensino, pois a compreensão dos erros dos estudantes é (ou deveria ser) determinante dos próximos passos a serem dados por quem ensina.

Por ser de natureza exploratória a presente investigação aponta a necessidade de que sejam realizadas novas pesquisas sobre este tema. Uma delas poderia ser um estudo de intervenção conduzido em sala de aula com vistas a auxiliar os estudantes a superar as dificuldades na formulação de problemas, centrando-se nos tipos de erros aqui identificados. Outro estudo poderia ser de correlação, examinando as relações entre os tipos de erros na formulação e o desempenho na resolução de problemas. Uma questão em aberto não tratada na presente investigação que merece ser examinada é identificar quais os erros que permanecem e quais aqueles que são superados com o avanço da escolaridade, adotando, assim, uma perspectiva de desenvolvimento.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE), sob forma de bolsa de mestrado conferida ao

primeiro autor na Pós-graduação em Psicologia Cognitiva da UFPE, sob orientação da terceira autora.

REFERÊNCIAS

- Agranionih, N. T., Spinillo, A. G., & Lautert, S. L. (2021). Characteristics of Mathematical Problems Posed by Teachers. *Acta Scientiae*, 23(1), 233–264. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.6183>
- Alro, H., & Skovsmose, O. (2006). *Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática*. Autêntica.
- Altoé, R. O., & Freitas, R. C. de O. (2019). Formulação de problemas de comparação multiplicativa: uma proposta para o ensino de multiplicação e divisão no campo conceitual multiplicativo. *Educação Matemática Pesquisa*, 21 (2), 105-129.
- Arikan, E. E., & Ünal, H. (2015). Investigation of problem-solving and problem-posing abilities of seventh-grade students. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 15(5), 1403-1416.
- Astolfi, J. P. (1999). *El “error”, un medio para enseñar*. Díada.
- Bardin, L. (1979). *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70.
- Baumanns, L., & Rott, B. (2021). Rethinking Problem-Posing Situations: A Review. *Investigations in Mathematics Learning*, 13 (2), 59-76 <https://doi.org/10.1080/19477503.2020.1841501>
- Baumanns, L., & Rott, B. (2022). The process of problem posing: development of a descriptive phase model of problem posing. *Educational Studies in Mathematics*. 110(2), 251–269. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10136-y>
- Borasi, R. (1987). Exploring mathematics through the analysis of errors. *For the Learning of Mathematics*, 7(3), 2-8.
- Borasi, R. (1996). *Reconceiving mathematics instruction: a focus on errors*. Norwood: Ablex Publishing Corporation.
- Botelho, D., Castro, J., Morgado, L., Parrat-Dayana, S., & Spinillo, A.G. (2006). Análise do erro na resolução de problemas verbais de estrutura aditiva. Uma perspectiva construtivista. In M. C. T. Simões et al. (Orgs.), *Psicologia do desenvolvimento: temas de investigação* (pp. 53-76). Almedina.
- Brasil. (2020a). Base Nacional Comum Curricular. <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>
- Brasil. (2020b). Base Nacional Comum Curricular. Educação é a Base. MEC. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf
- Brown, S. I., & Walter, M. I (2013). *Problem posing: reflections and applications*. London: Psychology Press. <https://doi.org/10.4324/9781315785394>

- Buriasco, R. L. C. de; Ferreira, P. E. A.; Ciani, A. B. (2009). Avaliação como prática de investigação (alguns apontamentos). *Bolema*, 33, 69-96. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a18>
- Cai, J., Chen, T., Li, X., Xu, R., Zhang, S., Hu, Y., Zhang, L., & Song, N. (2020). Exploring the impact of a problem-posing workshop on elementary school mathematics teachers' conceptions on problem posing and lesson design. *International Journal of Educational Research*, 102, 1-13. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.02.004>
- Carmo, J. dos S., & Crescenti, E. P. (2023). Análise de erros em matemática: concepções, padrões e fontes geradoras. In J. dos S. Carmo & E. P. Crescenti (Orgs.). *Padrões de erro em matemática: enfoques psicoeducacionais*. Paco Editorial.
- Casávola, H. M. (1988). O papel construtivo dos erros na aquisição dos conhecimentos. In J. A. Castorina (Org.). *Psicologia Genética: aspectos metodológicos e implicações pedagógicas* (pp.32-44). Artmed.
- Castro, J., Botelho, D., Morgado, L., Parrat-Dayana, S., & Spinillo, A.G. (2006). Abordagem construtivista do erro na resolução de problemas de aritmética de estrutura aditiva. *Da investigação às práticas: estudos de natureza educacional*, 7(1), 129-149.
- Chica, C. (2001). Por que formular problemas? In K. Smole & M. Diniz (Orgs.). *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática* (pp.151-173). Artmed.
- Cury, H. N. (2008). *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Autêntica.
- De La Torre, S. (2007). *Aprender com os erros: o erro como estratégia de mudança*. Artmed.
- Ellerton, N.F. (1986). Children's made-up mathematics problems: a new perspective on talented mathematicians. *Educational Studies in Mathematics*, 17(3), 261-271.
- Ellerton, N.F., Singer, F.M., & Cai, J. (2015). Problem Posing in Mathematics: Reflecting on the Past, Energizing the Present, and Foreshadowing the Future. In F.M. Singer, N.F. Ellerton, & J. Cai (Eds.) *Mathematical Problem Posing. Research in Mathematics Education* (pp.547-556). New York: Springer https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3_26
- English, L. (1997). The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. *Educational Studies in Mathematics*, 34 (3), 183-217. <https://doi.org/10.1023/A:1002963618035>
- English, L. D. (1998). Children's Problem Posing Within Formal and Informal Contexts. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29 (1), 83-10.
- Escobar, F. C. da C. (2020). *Erros em matemática: refletindo sobre sua origem*. Apris.
- Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? In: A. H. Schoenfeld (Ed.). *Cognitive science and mathematics education* (pp.123-147). Lawrence Erlbaum.
- Kuhn, T. (1990). *The structure of scientific revolutions*. University of Chicago Press.
- Kwon, H., & Capraro, M. (2021). Nurturing Problem Posing in Young Children: Using Multiple Representation within Students' RealWorld Interest. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(3), em0648.
- Lakatos, I. (1976). *Proofs and refutations*. Cambridge University Press.

- Lavy, I., & Shriki, A. (2007). Problem posing as a means for developing mathematical knowledge of prospective teachers. In W. Jeon-Ho, L. Hee-Chan, P. Kyo-Sik, & S. Dong-Yeop (Eds.) *Proceedings of the 31th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (3), 129-136. Seoul, South Korea.
- Lee, Y., Capraro, R. M., & Capraro, M. M. (2018). Mathematics Teachers' Subject Matter Knowledge and Pedagogical Content Knowledge in Problem Posing. *International Electronic Journal of Mathematics*, 13(2), 75-90. <https://doi.org/10.12973/iejme/2698>
- Lowrie, T. (2002). Young children posing problems: the influence of teacher intervention on the type of problems children pose. *Mathematics Education Research Journal*, 14, (2), 87-98. <https://doi.org/10.1007/BF03217355>
- Madalena, S. P., Correa, J., & Spinillo, A. G. (2017). Análise dos erros apresentados por crianças surdas na recitação da sequência numérica: relações entre formas de pensar e formas de representar por meio da LIBRAS. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 10(2), 80-85. <http://dx.doi.org/10.17921/2176-5634.2017v10n2p85-90>
- Magina, S. M. P., Spinillo, A. G., & Lautert, S. L. (2020). Raciocínio multiplicativo discutido a partir da resolução e formulação de problemas. *REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura*, 15 (36), 78-94. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2020.n16.p78-94.id301>.
- Minnaard, C. L., & Seminara, S. A. (2006). Análisis de los errores: una valiosa frente de información acerca de la aprendizaje de las matemáticas. *Revista Ibero-Americana de Educación*, 38 (4), 1-13.
- Moro, M. L. F., Soares, M. T. C., & Spinillo, A. G. (2017). Que ações didáticas escolher diante de erros de alunos em problemas matemáticos? *Zetetiké*, 25(3), 418-437.
- Orozco-Hormaza, M. (2005). Os erros sintáticos das crianças ao aprender a escrita dos numerais. In M. L. F. Moro & M. T. C. Soares (Orgs.) *Desenhos, palavras e números: as marcas da matemática na escola* (pp.77-106). Editora da UFPR.
- Piaget, J., & Szeminska, A. (1975). *A gênese do número na criança*. Rio de Janeiro: Zahar.
- Pinto, N. B. (2000). *O erro como estratégia didática: estudo do erro no ensino da matemática elementar*. Papirus.
- Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 10 (3), 163-172.
- Radatz, H. (1980). Students' errors in the mathematical learning process: a survey. *For the Learning of Mathematics*, 1 (1), 16- 20.
- Santos, J. R. V. dos, & Buriasco, R. L. C. (2008). Da ideia de erro para as maneiras de lidar: caracterizando nossos alunos pelo que eles têm e não pelo que lhes falta. In R. L. C. de Buriasco (Org.). *Avaliação e educação matemática* (pp. 87-108). Sbem.
- Sengul, S., & Katranci, Y. (2014). Structured problem posing cases of prospective mathematics teachers: experiences and suggestions. *International Journal on New Trends in Education and Their Implications*, 5(4), 190- 240. <http://www.ijonte.org/FileUpload/ks63207/File/17..sengul.pdf>
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the learning of Mathematics*, 14(1), 19–28. <http://www.jstor.org/stable/40248099>

- Singer, F. M., Ellerton, N., & Cai, J. (2013). Problem-posing research in mathematics education: new questions and directions. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 1-7. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9478-2>.
- Spinillo, A. G. (1995). Avaliação da aprendizagem numa perspectiva cognitiva. *Psychologica*, 14, 83-99.
- Spinillo, A.G., Lautert, S.L., Agranionih, N., Borba, R. E. de S. R.; Santos, E.M., & Silva, J.F.G. (prelo, 2023). Problem posing by teachers of mathematics: the problems they pose and the challenges they face in the classroom. Springer
- Spinillo, A.G., Lautert, S.L., Borba, R. E. de S. R., Santos, E.M., & Silva, J.F.G. (2017). Formulação de problemas matemáticos de estrutura multiplicativa por professores do ensino fundamental. *Bolema*, 31(59), 928-946.
- Spinillo, A.G., Pacheco, A.B. de, Gomes, J.F., & Cavalcanti, L. (2014). O erro no processo de ensino-aprendizagem da matemática: errar é preciso? *Boletim GEPEN*, 64, 1-12.
- Spinillo, A.G., Soares, M. T. C., Moro, M. L. F., & Lautert, S. L. (2016). Como Professores e Futuros Professores Interpretam Erros de Alunos ao Resolverem Problemas de Estrutura Multiplicativa? *Bolema*, 30 (56), 1188-1206.
- Xie, J., & Masingila, J. O. (2017). Examining Interactions between Problem Posing and Problem Solving with Prospective Primary Teachers: A Case of Using Fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 96, 101–118. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9760-9>
- Zunino, D. L. (1995). *A matemática na escola: aqui e agora*. Artes Médicas.