



INVESTIGAÇÃO DO ERRO EM MATEMÁTICA: itinerários didáticos e históricos

INVESTIGATION OF ERROR IN MATHEMATICS: didactic and historical itineraries

Neuza Bertoni Pinto¹

 ORCID iD: <http://orcid.org/0000-0002-9224-3020>

RESUMO

Com o objetivo de compreender diferenças de itinerários investigativos de pesquisas vinculadas ao campo da Educação Matemática, este artigo analisa um estudo do campo da Didática, e outro, da História da educação matemática. Com o foco no processo de ensino e aprendizagem da matemática, Pinto (2000) analisa o erro a partir de conceitos e procedimentos da Didática. Defende a ideia de que, além de um observável para o aluno o erro seja, também, um observável para o professor. Investigando, em diferentes vagas pedagógicas, transformações do erro que repercutiram na matemática do ensino, Valente (2022) analisa representações do erro mostrando que, em tempos da consolidação da pedagogia científica de base estatística, a responsabilidade do erro, anteriormente atribuída ao aluno, é direcionada ao trabalho do professor. Apesar de itinerários diferentes, as duas abordagens apresentam convergências em relação aos responsáveis pelo erro. Entretanto, ao abordar transformações transcorridas em um tempo de longa duração, o itinerário histórico distancia-se do didático ao sinalizar para o novo sentido dado ao erro pela matemática do ensino. Destacando o impacto da tecnologia na cultura escolar, em tempos mais recentes, o estudo histórico aponta para o deslocamento da exatidão do cálculo para a calculadora e a busca do erro no processo de aproximação ao resultado apresentado pelo aluno.

Palavras-chave: Erro em matemática. Didática da Matemática. História da educação matemática. Itinerários investigativos.

ABSTRACT

With the aim of understanding differences in investigative itineraries of research linked to the field of Mathematics Education, this article analyzes a study in the field of Didactics, and another, in the History of mathematics education. Focusing on the process of teaching and learning mathematics, Pinto (2000) studies the error based on concepts and procedures from Didactics. She defends the idea that, in addition to being observable for the student, the error is also observable for the teacher. Investigating, in different pedagogical courses, transformations of error that had an impact on teaching mathematics, Valente (2022) analyzes representations of error showing that, in times of consolidation of statistical-based scientific pedagogy, the responsibility for error, previously attributed to the student, is directed to the teacher's work. Despite different itineraries, the two approaches show convergence in relation to those responsible for the error. However, when addressing transformations that took place over a long period of time, the historical itinerary distances itself from the didactic by signaling the new meaning given to error by the mathematics of teaching. Highlighting the impact of technology on school culture, in more recent times, the historical study points to the displacement of calculation accuracy to the calculator and the search for error in the process of approximating the result presented by the student.

Keywords: Error in mathematics. Mathematics Didactics. History of mathematics education. Investigative itineraries.

¹ Doutora em Educação (USP/SP). Docente Colaboradora do Programa de Pós-graduação em Educação e Ciências e Matemática – PPGECEM – REAMEC, Cuiabá/ MT, Brasil. Rua Prudente de Morais, 1095, Apto 111. Ribeirão Preto/SP. CEP: 14015/100. e-mail: neuzabertonip@gmail.com

INTRODUÇÃO

Ainda são recentes os estudos sobre erros em matemática, desenvolvidos com os aportes teórico-metodológicos da História da educação matemática. Em geral, os estudos dessa temática têm ocupado espaço mais expressivo quando realizados sob o ponto de vista interno da matemática.

Argumentando sobre a ideia de que a história da matemática escolar é uma especialidade da História da Educação, Valente (2021, p.1) defende a necessidade de “colocar a cultura escolar no centro das investigações da Educação Matemática, em termos de caracterização de uma matemática do ensino”. Para o autor, trata-se de uma problemática que a partir da década de 1980 tem desafiado o campo da Educação Matemática ao começar a compreender historicamente a “matemática do ensino” e a diferenciá-la do “ensino de matemática”, abordagem que analisa a matemática escolar, sob a lógica interna da própria matemática. Desafio que se coloca em sintonia com Chervel (1990), historiador que ao dar relevância aos saberes escolares enquanto produtos culturais, ressalta a autonomia das disciplinas escolares em relação aos campos disciplinares. Um desafio que remete a tensões presentes entre a matemática produzida no campo matemático e aquela gerada no interior da escola, a matemática do ensino.

De acordo com Chervel (1990), os saberes escolares não são apenas transmitidos pela escola, mas produzidos pela cultura escolar, conceito discutido por Julia (2001), ao dirigir o olhar para o complexo espaço escolar detentor de uma cultura própria, a cultura escolar definida como:

[...] um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos; normas e práticas coordenadas a finalidades que podem variar segundo as épocas (finalidades religiosas, sociopolíticas, ou simplesmente de socialização (Julia, 2001, p. 10).

Indagando como essa problemática está presente em pesquisa sobre o erro em matemática, este artigo analisa itinerários investigativos, inicialmente o percurso de um estudo didático, em seguida, o de um estudo histórico. Ao final, aponta diferenciais encontrados nos estudos analisados.

1. ITINERÁRIO DIDÁTICO DO ERRO EM MATEMÁTICA

Importante observar que, a partir de 1980 o termo educação matemática vai ganhando força no campo científico, com a abertura de cursos de pós-graduação em Ensino de Matemática e Ciências, e também em áreas de concentração em pesquisas desenvolvidas no ensino de diferentes campos disciplinares da educação brasileira.

Os anos de 1990 foram marcados nas universidades brasileiras pela intensa circulação de literatura crítica em educação vinda de países estrangeiros e que repercutiram, profundamente, no campo da educação matemática. Kilpatrick (1995) assinala que, especialmente na Europa e Austrália, houve uma significativa aproximação fenomenológica da investigação em educação, com grande repercussão em educação matemática.

Ao tratar da Didática da Matemática², o educador matemático espanhol da Universidade de Valência, Angel Gutiérrez Rodriguez, afirma que a missão dos investigadores consiste em “oferecer respostas aos problemas colocados pelos professores e programadores de currículo quando querem conseguir que as Matemáticas sejam melhor compreendidas e aprendidas mais profundamente pelos estudantes” (Gutiérrez Rodriguez, 1991, p. 149).

Acerca dos espaços ocupados pela Didática da Matemática, Gutiérrez Rodriguez (1991) pondera que os pedagogos concentram suas investigações em processos gerais de ensino e aprendizagem que podem ser aplicados em diferentes áreas de saber, enquanto os didatas (educadores matemáticos), mesmo quando envolvidos com investigações interdisciplinares, centram seu olhar nos processos da aprendizagem e do ensino. Afirmção que remete a uma problematização de temáticas e procedimentos operacionais de pesquisas em Didática da Matemática.

Em relação aos temas investigados sobre erros, em voga nos anos de 1980 e 1990, as pesquisas dos educadores matemáticos, inicialmente buscaram a compreensão dos erros nas operações aritméticas, segundo Gutiérrez Rodriguez (1991). Nessa categoria, são mencionados estudos que proporcionam informações sobre graus de dificuldades de diversos conceitos matemáticos e diferentes erros cometidos por alunos a cada etapa dos primeiros anos do ensino secundário (11-16 anos). Tratam-se de estudos iniciados na Espanha em 1975

² Importante observar que o campo científico da Educação Matemática acolhe vertentes investigativas com diferentes enraizamentos, como a Didática da Matemática, a História da Educação Matemática, dentre outras. Segundo Gutiérrez Rodriguez (1991), a Didática da Matemática é concebida na França e em outros países europeus, como sinônimo de Educação Matemática, área de conhecimento reconhecida como campo epistemológico e ao mesmo tempo como disciplina acadêmica do currículo de formação de professores.

e que, a partir dos anos de 1980 tiveram como objetivo, identificar erros produzidos por alunos e encontrar melhores métodos para corrigi-los. Por muitos anos, os erros e seus motivos continuaram sendo investigados. Outros estudos sobre o erro do aluno na matemática, considerados significativos segundo o educador espanhol, como os apontados por Kilpatrick, em 1981, ou seja, estudos que traziam um novo ponto de vista e uma compreensão mais profunda do tema. Nessa categoria, destacam-se investigações realizadas na perspectiva didática, centradas nos erros sistemáticos surgidos quando se realizam determinados problemas e que continuamente reapareciam em situações similares. Mais que ser visto como erros gerados por falta de atenção ou falha pontual da memória, um erro sistemático “é sinal inequívoco de alguma compreensão incorreta de um conceito ou da aquisição incorreta de um algoritmo, no que as análises de erros podem dar luz sobre o ponto que se deve incidir para melhorar a aprendizagem” (Gutiérrez Rodriguez, 1991, p. 180).

Para demarcar diferenças entre itinerários investigativos da perspectiva didática e da perspectiva histórica, optamos por um estudo vinculado a Didática da Matemática e outro, vinculado à História da educação matemática. O primeiro é um estudo que publiquei em 2000, na Série Prática Pedagógica, da Editora Papirus, resultado da minha tese de doutorado, concluída em 1998, orientada pela professora Marli André (*in memorium*). Sob um olhar multidimensional da Didática, o erro é analisado a partir de processos avaliativos em voga no contexto educacional da década de 1990, marcado por intensa circulação da literatura construtivista que fundamentava a proposta curricular de Matemática, em vigor no estado de São Paulo.

Realizada no campo da Didática, a pesquisa aproximou-se da Didática da Matemática, utilizando procedimentos da etnografia (descrição cultural), porém, de acordo com André (1995), não possui o mesmo sentido dado pelos etnógrafos cujo foco de interesse é estudar a cultura e a sociedade.

O foco e interesse dos etnógrafos é descrição da cultura (práticas, hábitos, crenças, valores, linguagens, significados) de um grupo social, a preocupação central dos estudiosos da educação é com o processo educativo. Existe, pois, uma diferença de enfoque nessas duas áreas, o que faz com que certos requisitos da etnografia não sejam — nem necessitem ser — cumpridos pelos investigadores das questões educacionais. [...] O que se tem feito pois é uma adaptação da etnografia à educação, o que me leva a concluir que fazemos estudos do tipo etnográfico e não etnografia no seu sentido estrito (André, 1995, p.28).

Além das técnicas associadas à etnografia, como a observação participante, análise de documentos, entrevista intensiva, a pesquisa etnográfica em educação requer o envolvimento direto do pesquisador com a coleta e análise de dados; a ênfase no processo daquilo que está ocorrendo; a apreensão do pesquisador com o significado dado pelos participantes ao objeto

de estudo; o planejamento aberto do trabalho de campo, em relação à coleta de dados e ao tempo disponibilizado pelo pesquisador; a qualidade e quantidade dos dados descritivos e a “descoberta de novos conceitos, novas relações, novas formas de entendimento da realidade” (André, 1995, p.30).

Seguindo, portanto, o itinerário considerado mais condizente a uma etnografia em educação, a pesquisa na perspectiva didática problematizou os erros produzidos, na disciplina Matemática, por alunos de uma turma de 4ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública do estado de Paulo. Priorizando observações, coletadas durante seis meses em aulas de Matemática, assim como registros obtidos em entrevistas realizadas em tempo real, com pequenos grupos de alunos que, durante as aulas participavam das correções, e em entrevistas realizadas individualmente, com a professora da turma.

No processo investigativo ocorreram consultas a documentos oficiais³, entre outros, as Atividades Matemáticas da 4ª Série⁴, impresso amplamente divulgado e distribuído aos professores pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. Ainda foram examinados documentos escolares como cadernos e provas escolares que possibilitaram compreender o erro no contexto da avaliação da aprendizagem.

[...] o professor tende a orientar sua ação sobre o erro por uma perspectiva essencialmente *empirista*, isto é, sobretudo *corretiva*. Essa “postura corretiva” por parte do professor, que considera o erro como uma incapacidade do aluno, pode ser substituída por uma ‘postura construtiva’, em que dá mais importância aos procedimentos do que aos resultados, em que o erro passa a ser problematizado, sob várias dimensões, e focalizado em sua gênese (Pinto, 2000, p. 23).

Nessa busca, o estudo analisa fragmentos de observações de correções orais de atividades matemáticas que detalham diálogos entre professora e alunos, assim como de entrevistas individuais com alunos e com a professora. Registros estes que indicam a transição, do paradigma que tradicionalmente concebia o erro como incapacidade e culpa do aluno⁵, para um outro que, a partir de uma concepção construtivista não atribui culpa ao aluno que erra, por considerá-lo sujeito que, no processo de sua aprendizagem, ao construir o conhecimento matemático, coloca o erro como parte do processo de sua aprendizagem.

³ No estudo em análise há registros dos documentos consultados, publicados pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo/Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas, SE/Cenp: Atividades Matemáticas da 4ª. série do 1º grau, 2ª ed. (1991); Proposta Curricular para o ensino de matemática do 1º grau, 4ª ed. (1992); Relatório de avaliação (1994); Relatório de avaliação (1995); Sistema de avaliação do rendimento escolar do estado de São Paulo (1996).

⁴ As AMs, como eram chamadas as *Atividades Matemáticas*, consistiam em impresso que teve ampla distribuição pelo estado. Material que não foi adotado por todos os professores, por considerá-lo um material difícil de ser utilizado.

⁵ Concebido como elemento indesejável, espécie de vírus que precisa ser eliminado dos cadernos e imediatamente substituído por uma forma correta, esta foi uma prática corrente, na “pedagogia do exame”, segundo Luckesi (1995), que resultou em processos avaliativos excludentes nas disciplinas escolares.

Referindo-se à sua formação⁶, a professora admite estar passando por um processo de transição, ao se referir ao caráter “traumatizante” de sua própria aprendizagem matemática, lembrando a “decoreba” da tabuada e as exaustivas memorizações de fórmulas, sem compreensão e possibilidade de raciocinar. Relata que fez vários cursos de formação continuada, promovidos pela Delegacia Regional de Ensino. E que começou a superar aquela “matemática autoritária” que a escola lhe havia inculcido ao aprender a trabalhar com as *Atividades Matemáticas*, num espaço de formação que as professoras de 1ª a 4ª série dialogavam com as de 5ª a 8ª, criando um clima, onde aprendíamos a ensinar matemática de forma mais prazerosa.

Em momentos de diálogos entre professora e alunos, sobre a correção das atividades na sala de aula, notam-se posturas da professora sobre o erro, ora mais tradicional e ora expressando uma visão construtivista.

Aluno (A): Posso circular a resposta?

Professora (A): Sim!

Aluno (B): Posso fazer de cabeça?

Professora (A): Não. Quero a continha (Pinto, 2000, p. 120).

Nas correções orais em sala de aula, inúmeras vezes a professora atribuía o erro à ausência de “continhas”. Dizia: “[...] vocês são inteligentes, só que têm preguiça de fazer as continhas. Fazendo a continha, vocês acertam. Se não fizerem, vocês erram” (Pinto, 2000, p. 121).

Estes e outros fragmentos das correções das atividades mostram um itinerário didático centrado no ensino e aprendizagem, sinalizando para intervenções docente, muitas vezes, voltadas para aspectos secundários do conteúdo matemático. Retratam interpretações de erro resultantes de avaliação das resoluções dos exercícios propostos aos alunos. “Para a professora, os alunos erram por vários motivos: não prestam atenção; têm preguiça de pensar; não raciocinam; não sabem interpretar; não fazem os rascunhos; têm problemas, de ordem familiar (Pinto, 2000, p. 124).

Em relação aos diálogos estabelecidos pela pesquisadora com pequenos grupos de alunos, em breves entrevistas com grupo de alunos que apresentavam erros quando iam à lousa explicar exercícios, destacam-se:

[...] quando perguntamos a *Joyce* por que ela errava nas tarefas de matemática, respondeu: “*por falta de atenção*”. Ao perguntar-lhe se acertaria sempre que prestasse atenção, ela disse: “*é, se a gente ficar quietinha nas aulas, a gente vai acertar*”. A aluna *Érica* discordou da colega,

⁶ A professora entrevistada e responsável pela 4ª série exercia sua profissão há 12 anos numa escola pública da rede estadual de São Paulo. Formada em Magistério (2º grau) e em Pedagogia, há cinco anos leciona na 4ª série do Ensino Fundamental.

quando disse: “*Não é isso. A professora falou se a gente pensar, a gente acerta. Quem está errando, também tá pensando*” [...] Fábio acrescentou: “*se alguém errar não é culpa dele. Ele tá tentando fazer o melhor*”. Ao refletir sobre o erro, Renato foi mais além, ao colocar distintas possibilidades de erro.: “*se você não pensar, você não vai conseguir fazer nada. Além disso, você não faz nada se não fizer conta* (Pinto, 2000, p. 125).

Na concepção de Joyce, o aluno que erra comete algo proibido. Para Érica, o erro faz parte da aprendizagem, o que é justificado por Fábio isentando o aluno de culpa por ter errado. Para Renato, para acertar é preciso fazer conta.

Considerando a multidimensionalidade do erro, o estudo apoiou-se, principalmente, em Bachelard (1996) e Piaget (1985), desconstruindo a ideia de o aluno ser culpado pelo erro, o concebeu como um elemento importante do processo ensino e aprendizagem que requer reflexão, tanto por parte do aluno que o produz, quanto do professor, responsável pelo planejamento da atividade proposta ao aluno.

O instrumental utilizado nesse estudo de perspectiva didática garantiu um registro singular do erro ao documentar o não-documentado, ao descrever ações e representações dos atores envolvidos, aluno e professor, acerca de seus significados, suas linguagens, crenças e entendimentos sobre o lugar ocupado pelo erro no processo do ensino e aprendizagem da matemática. Nesse itinerário investigativo, orientado pelo construtivismo defendido pelas Diretrizes Curriculares de Matemática do Estado de São Paulo, em 1997, o erro é concebido como uma estratégia didática inovadora, uma oportunidade para o professor revitalizar os processos avaliativos em direção a uma pedagogia do sucesso. Primeiro, por ser um guia para um planejamento de ensino mais eficaz, ao oferecer pistas importantes para a identificação de processos subjacentes da construção conceitual, condição relevante para o redirecionamento do olhar sobre o erro. Segundo, por oferecer elementos para o professor refletir sobre suas ações didáticas e adotar novos encaminhamentos às suas práticas pedagógicas, neles incluindo um tratamento diferenciado para o erro, iniciativa que certamente incidiria em seu desenvolvimento profissional.

Nesse sentido, as contribuições de Piaget permitiram um questionamento mais amplo do processo de ensino da matemática, possibilitando ao professor refletir sobre saberes envolvidos em um tratamento do erro mais coerente a uma avaliação formativa. Ao colocar novas e mais profundas questões ao professor, em relação ao que faz e ao como faz para ensinar matemática, o estudo busca ampliar a visão da avaliação da aprendizagem, estimulando mudanças nas práticas pedagógicas, imprimindo um sentido menos controlador e mais orientador à avaliação.

Com a difusão das ideias de Piaget (1985, 1997), o erro ganha uma atenção especial ao ocupar um lugar mais nobre no processo de construção do conhecimento. Passa a ser concebido como um *observável*, algo que necessita de reflexão por parte de quem o produz, o aluno que, visto anteriormente como culpado pelo erro, agora é instado a refletir sobre as dificuldades que encontra no seu processo de aprendizagem.

O estudo na perspectiva didática defende a ideia de que a observabilidade do erro também seja feita pelo professor. Nessa tese, cabe ao professor refletir sobre a atividade na qual se localiza o erro, assumindo a responsabilidade de examinar a natureza do obstáculo enfrentado pelo aluno e em proporcionar-lhe atividades individualizadas que permitam um processo de construção do conhecimento matemático condizente ao estágio de desenvolvimento em que se encontra.

Para chegar a esse novo entendimento do erro no processo de ensino e aprendizagem da matemática, a autora busca fundamentos em dois pilares teóricos, a perspectiva psicogenética e a epistemológica. A psicogenética fundamentada em Piaget (1985) considera que, em sua aprendizagem o aluno constrói seus próprios conhecimentos e sentidos e nessa construção, tanto o erro quanto o acerto são elementos desse processo.

Na dimensão epistemológica, o estudo discute o conceito de *obstáculo epistemológico* a partir de Bachelard (1996) que negando a existência das primeiras verdades e afirmando a dos primeiros erros, o conhecimento se constitui na retificação dos erros. Nesse sentido, a matemática como toda ciência guarda uma sucessão de erros em sua gênese. O termo cunhado por Bachelard teve um desdobramento no campo da Didática, quando o educador matemático francês Guy Brousseau (1986) ao considerá-lo elemento inerente à aprendizagem, deu-lhe a denominação de *obstáculo didático*. Aplicado pela primeira vez na Didática da Matemática⁷, a ideia bachelardiana de *obstáculo epistemológico* utilizada por Brousseau mostra que o estatuto do erro pode ser modificado.

Distinguindo a didática francesa das didáticas de outros países, Artigue (1995) alega que, desde o começo a Didática se aproximou de forma sistêmica ao ensino, aberto às relações que envolvem conhecimento, professor e aluno, aproximando-se com grande alcance, das “situações didáticas”, criadas por Brousseau. Situações que, alinhadas ao construtivismo, consideram “a aprendizagem por adaptação de um ‘meio’ que aparece como problemático” (p.11).

⁷ Na França, assim como na Espanha, a Didática da Matemática é compreendida como Educação Matemática, campo epistemológico e ao mesmo tempo uma disciplina em cursos de formação de professores.

A respeito do erro, Brousseau (1986) argumenta sobre sua origem epistemológica afirmando sua correspondência à resistência de um conhecimento mal adaptado, obstáculo que deve ser considerado como um conhecimento incompleto ou falso a ser superado, mas não como falta de conhecimento. A esta afirmação cabe mencionar o desenvolvimento obtido pela Didática da Matemática no Instituto de Investigação no Ensino das Matemáticas da França (IREM), a partir dos anos de 1960.

Concebida como campo científico e como disciplina da agenda curricular da formação de professores, essa demarcação de território ocorre conjuntamente com a participação de uma plêiade de reconhecidos teóricos que, em diferentes momentos, debruçaram-se em estudos específicos da Didática da Matemática, cunhando novos conceitos como situação didática (Brousseau), transposição didática (Chevallard) campos conceituais (Vergnaud), dentre outros.

Com a finalidade de encontrar novos meios para melhorar o ensino e aprendizagem da Matemática, assim como acolher contribuições de outras disciplinas para o avanço de suas pesquisas, a Didática da Matemática, mais que uma disciplina, apresenta-se como um amplo espaço de saber que permite identificar, legitimar, gerar e difundir novas configurações do conhecimento matemático. Tornar o erro, também observável para o professor é uma ação que sinaliza para um novo estatuto do erro, o que, necessariamente, iria “considerar o aluno como sujeito histórico que aprende, com os conhecimentos socializados pela escola, a melhor relacionar-se com o mundo” (Pinto, 2000, p. 152). Tal redimensionamento remete às “situações didáticas”, como é lembrado no estudo em análise.

Em relação ao erro, ao tratar das etapas que estruturam as situações didáticas, Brousseau (1986) afirma que as “devoluções” e “institucionalizações” são os espaços mais apropriados para intervenções fundamentais do professor. Como observa o autor, delas depende o bom funcionamento do espaço ‘a-didático’, núcleo gerador de aprendizagens duradouras. Nas situações corretivas analisadas, o núcleo de observação de erro pelo aluno é determinado pela observação do professor sobre o erro, portanto, das possibilidades interventivas que adota, da forma como efetua a devolução e a institucionalização da tarefa, enfim, daquilo que Brousseau (1986) considera o erro determinante do processo de aprender (Pinto, 2000, p. 153).

Nessa aproximação aos teóricos Piaget, Bachelard e Brousseau, o estudo na perspectiva Didática que ora analisamos, contou com discussões ocorridas em sala de aula, entre professora e alunos, acerca de um conhecimento matemático mal adaptado. Buscou, sobretudo, captar ocorrências com o erro em tempo real, extraídas de diálogos realizados com pequenos grupos de alunos, ou individualmente, assim como de diálogos entre professor e aluno, durante correção oral de exercícios resolvidos em provas, em tarefas de casa ou, realizados durante as aulas.

Permeado de uma visão construtivista esse itinerário possibilitou afirmar que não basta constatar o erro e propor uma espécie de reforço, com repetições sucessivas de etapas que conduzem à resposta correta. Porém, oferecer um apoio pedagógico que abra espaço para o aluno interagir com o erro até perceber sua qualidade e poder superá-lo.

Importante lembrar que, para além de conceber o erro como uma estratégia didática, do ponto de vista da Didática, trata-se de relevante contribuição para o desenvolvimento profissional do professor que ensina matemática. Ao se aproximar da fenomenologia, pela via da etnografia, as análises do itinerário didático mostram que “o erro contém potencial educativo que precisa ser mais bem explorado, não só por professores, como também pelos próprios alunos” (Pinto, 2000, p. 151). Observação que destacamos para concluir o itinerário didático analisado.

Diagnosticar o erro do aluno sem a devida contextualização, não levando em conta *quem* erra e *por que* se erra, é desconhecer o fato de que os erros são produtos históricos. [...] o estudo apontou que as origens dos erros da Érica, diferem das origens dos erros do Renato, assim como os de Joyce diferem dos erros das de Fábio, o que confirma o caráter social da aprendizagem e a composição diferenciada do grupo-classe. [...] Lembremo-nos que esses alunos, ao possuírem diferentes histórias de vida e diferentes concepções sobre o erro, destacam a importância de o professor considerar esses fatores como modo de poder diversificar os tratamentos (Pinto, 2000, p. 168).

O itinerário investigativo da abordagem didática do erro em matemática concentrou-se nos anos de 1990, período de grandes questionamentos do campo didático. Ao centrar seu olhar sobre tema de grande atualidade à época – a etnografia da prática escolar – buscou contribuir com a reconstrução do saber didático, avizinhandose de um espaço fértil em problematização do erro, a dimensão histórica do objeto em questão, analisada a seguir.

2. ITINERÁRIO HISTÓRICO DO ERRO EM MATEMÁTICA

Estudos na perspectiva da História da educação matemática (Hem) têm mostrado a presença de tensões na constituição da matemática ensinada nos primeiros anos escolares⁸ e questionado o papel designado à Didática, enquanto disciplina mediadora da passagem do saber científico (*savoir savant*)⁹ para o saber escolar (*savoir enseigné*). Discussão esta que, desde a década de 1980 encontra-se no cenário educativo de vários países, dentre eles o Brasil.

⁸ Sobre esta problemática, ver Valente (2005).

⁹ O saber científico corresponde ao que se denomina a *matemática dos matemáticos*, um corpo de conhecimentos compartilhado socialmente, delimitado epistemologicamente, e praticado por grupo de profissionais de centros de produção de conhecimento matemático acadêmico. Por *matemática escolar*, compreende-se as iniciativas voltadas para a matemática ensinada na escola, especificamente para o contexto específico da sala de aula (Da Rocha Falcão, 2003).

Para Valente (2021), quando se trata de busca de diálogo entre campos disciplinares distintos, há sempre embates pela frente.

Há, em síntese, uma luta constante entre uma didática gerada internamente e pela própria matemática e aquela fruto de diálogos com as ciências da educação. No entanto, do ponto de vista epistemológico, as duas perspectivas são convergentes: ambas reforçam a existência de uma matemática originária do campo disciplinar que deverá fazer-se escolar (Valente, 2021, p. 3).

Com o olhar voltado para as representações do erro que marcaram diferentes períodos da educação brasileira, o estudo histórico de Valente (2022), apoiado na história cultural, trata de transformações que ocorreram em relação ao erro dos primeiros anos escolares que impactaram a matemática do ensino, especialmente o processo de avaliar a aprendizagem da matemática. Assim, investigar o erro como um produto da cultura escolar remete ao que é denominado ofício do historiador, cuja atividade está voltada para a escrita da História da educação matemática.

Na obra *La Culture Scolaire: perspectives didactiques*, escrita sob o ângulo das didáticas, ciências que estudam o funcionamento das disciplinas e sub disciplinas escolares, Nathalie Denizot (2021) argumenta que “é a escolarização que permite descrever os processos de fabricação da cultura escolar “[...] os conteúdos e práticas disciplinares devem ser tratados em sua dimensão plenamente cultural, e no seu espaço histórico” (p.194).

Utilizando uma concepção antropológica da cultura que abrange maneiras de pensar, valores, conteúdos e práticas, fazeres de grupos diversos carregados de significados, diferentemente de uma cultura reduzida a obras (de arte), a autora indica interações da cultura escolar com outras culturas, ao referir-se à cultura escolar “não como um produto (os livros) mas de gestos e ações (ler e falar de suas leituras com outros) portanto, de “um fazer portador de sentido” (p. 30). Uma concepção muito articulada ao já afirmado por Julia (2001), ao ressaltar relações que a cultura escolar mantém com outras culturas. Denizot (2021) observa que Chervel¹⁰ foi bem enfático quando centrou seu olhar no berço da cultura escolar, a escola, ao tratar de “uma cultura produzida *pela* escola e não de uma cultura *na* ou *da* escola. Também comenta que a didática francesa, nos anos 1970/1980, período de constituição das didáticas das disciplinas, esteve notadamente voltada à renovação de programas e conteúdos.

E somente nas décadas seguintes, passou a examinar mais o funcionamento do sistema didático, assim como o trabalho dos professores e alunos, levando em conta a espessura histórica dos conteúdos e os fenômenos de sedimentação dos conteúdos e das práticas. Ali, onde a cultura escolar podia aparecer essencialmente como uma tradição a combater, para

¹⁰ Denizot (2021) se refere à obra: CHERVEL, André. *La Culture Scolaire. Une approche historique*. Paris, Édition Belin, 1998.

Didática ocorre a renovação da disciplina, ela voltou-se para sua especificidade, o processo de ensino e aprendizagem (Denizot, 2021, pp. 43-44).

Interessante a observação feita pela autora da citação, sobre o período em que a Didática passou a olhar para os processos do ensino e aprendizagem, em tempos posteriores à constituição das didáticas das disciplinas. Renovação que não se limitou a programas e conteúdos mas, também às transformações que ocorriam na cultura escolar. Ao considerar as relações da matemática com outras ciências e com a instituição, configurou-se em vertente histórica vinculada à educação, e não ao campo disciplinar da matemática, como aponta a análise histórica realizada por Valente (2022).

Tais pressupostos mostram que a investigação do erro na perspectiva da história cultural requer conhecimento de um método específico de trabalho cuja cientificidade é fornecida por um estatuto, com procedimentos e ferramentais conceituais próprios que permitam o que afirmou Chartier (1990), ao referir-se à função da história cultural, “identificar o modo como, em diferentes lugares e momentos, uma determinada realidade social é construída, pensada, dada a ler” (p.18-19). Além da *representação*, outros dois conceitos, *prática* e *apropriação*, integram o núcleo conceitual da história cultural e que, de acordo com Chartier (1990), são indispensáveis quando se trata de compreender as práticas escolares, como produtoras de sentido e afirma que “as estruturas do mundo social não são um dado objetivo”. Também, “o não são as categorias intelectuais e psicológicas: todas são historicamente produzidas pelas práticas articuladas (políticas, sociais, discursivas) que constroem as suas figuras (p. 27).

Esses marcos teóricos permitem pensar na expressiva contribuição que a história cultural oferece para “desnaturalizar” verdades incrustadas em objetos culturais, como o erro produzido pelo aluno na disciplina matemática.

Nessa direção e com os conceitos que estruturam a história cultural, o estudo do erro investigado historicamente, no âmbito da matemática do ensino, requereu leitura de um tempo de longa duração, como o fez Valente (2022) ao buscar em diferentes períodos históricos, o sentido dado ao erro em matemática.

Indagando e cotejando documentos, tanto oficiais como escolares¹¹, relativos à disciplina em questão, problematizou representações de erros em matemática, prevalentes

¹¹ Fontes relevantes para investigação dos erros em matemática, como cadernos e provas escolares, programas de ensino, livros de matemática, revistas pedagógicas, relatórios de autoridades escolares, como secretários da educação, inspetores, etc, encontram-se disponibilizadas no Repositório de Conteúdo Digital (RCD) do GHEMAT Brasil. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1769>, acessado em 16 de novembro de 2023. O RCD está hospedado da UFSC sob a responsabilidade de David Antonio da Costa.

em vagas pedagógicas¹² que, em diferentes períodos do século XX marcaram presença no cenário científico da educação brasileira. É o que mostra o capítulo “*O erro em matemática: subsídios para a História da Educação*”¹³, segundo o autor, escrito com o propósito de contribuir com os estudos de História da Educação. Nessa produção, o autor investiga o erro como categoria da história cultural, procurando identificar mudanças ocorridas em relação ao que se considerava erro a ser computado no processo de avaliação dos conhecimentos matemáticos.

As fontes documentais mobilizadas a partir de ferramentais conceituais da história cultural constituem o arcabouço para fazer a leitura das representações do objeto em questão. No entanto, a consecução do estudo não se dará sem a chave mestra da investigação, elemento que irá colocar em ação os demais componentes da caixa de ferramentas. Um procedimento fundamental da pesquisa histórica é a definição de uma questão historiadora que sintetiza o real a ser investigado.

Nessa vertente histórica, são interrogados documentos oficiais e escolares, portadores de fortes laços com a História da Educação, em busca de novos entendimentos que possam contribuir com o desenvolvimento profissional do professor dos anos iniciais de escolarização. Dirigindo o olhar para a cultura escolar, conceito que dá relevância a estudos desenvolvidos em História da educação matemática, ao reconhecer o espaço onde o erro é produzido demarca território e dá visibilidade ao que diferencia o “ensino de matemática” e a “matemática do ensino”.

Elaborada e transformada ao longo do tempo, a *matemática do ensino* é fruto da cultura escolar e dos embates que essa cultura trava para garantir a sua própria existência. O caráter criativo da escola na produção de saberes, ao ser assumido pela Educação Matemática, poderá orientar as pesquisas atuais para uma inversão: ao invés de embater-se em termos didáticos com o campo disciplinar matemático, caberiam análises epistemológicas (Valente, 2021, p. 11).

A matemática do ensino, filiada que está à cultura escolar, vem despertando o interesse de educadores matemáticos que buscam compreender transformações ocorridas em seus próprios saberes do ofício, em especial, as relações existentes entre a matemática e a pedagogia. Nesse sentido, são inúmeras as possibilidades que os documentos preservados de professores de matemática oferecem. Considerando o fato de conterem registros de dinâmicas de articulação entre o ensino de matemática e a matemática do ensino, constituem-se em ricas

¹² O autor destaca sinais de transformações do erro na cultura escolar, especialmente no período da pedagogia científica de base estatística e de um período mais recente que marca a presença da tecnologia nas escolas.

¹³ Capítulo publicado em 2022, na obra *História da Educação: sujeitos, objetos e práticas*, organizada por Mirian Jorge Warde e Fernando Rodrigues de Oliveira.

fontes para demarcar diferenças entre saberes do matemático e saberes do professor que ensina matemática.

Acerca dessa discussão, vale lembrar alguns dos principais aportes teóricos utilizados por historiadores da educação matemática, dentre eles o emblemático estudo de Chervel (1990) sobre o conceito de “disciplina escolar” que mostra a autonomia de um saber escolar, quando comparado a um saber do campo disciplinar científico; o artigo de Julia (2001) ao afirmar que a “cultura escolar” é produtora de seus próprios saberes.

Aprofundando os conceitos saberes *a ensinar* e saberes *para ensinar*¹⁴, discutidos por Hofstetter & Schneuwly (2017), no campo da História da Educação, Bertini; Morais; Valente (2017) discutem sua apropriação na Educação Matemática. Denominando-os *matemática a ensinar* e *matemática para ensinar*, esse avanço conceitual posteriormente mobilizado por Morais, Bertini e Valente (2021), deram mais transparência às especificidades de duas, das vertentes que compõem o campo da Educação Matemática, a Didática da Matemática e a História da educação matemática, subcampos que, no Brasil, vêm se destacando pela profusão de publicações de revistas, livros, realização de eventos. A primeira, centrada no “ensino da matemática”, busca no campo da Didática, elementos considerados indispensáveis para tornar escolarizável o saber matemático. A segunda, relacionada à “matemática do ensino”, além do ensino inclui a formação do professor como elemento do processo de escolarização, articulando o campo disciplinar (matemática) ao campo educacional (ciências da educação), disseminando e objetivando um saber, depois de ter passado por um processo de sistematização.

O diferencial entre “ensino da matemática” e “matemática do ensino” é explicado por Valente (2021), na citação a seguir.

O “ensino da matemática” [...] mobiliza-se pela necessidade de responder à questão: como a matemática do campo disciplinar deverá ser escolarizada? Tal questão é de cunho estritamente mais didático. Refere-se ao desafio que tem a matemática, como campo científico, de fazer-se presente no ensino elementar. De outra parte, a “matemática do ensino” [...] tem por diretiva a interrogação: como é elaborada uma matemática para o ensino e para a formação de professores? (Valente, 2021, p.43).

A primeira questão diz respeito à disciplina Didática da Matemática. A segunda, dirigida à produção de saberes, uma questão epistemológica que permeia estudos sobre a matemática do ensino, referindo-se à matemática que, ao longo dos tempos foi elaborada pela cultura escolar, um objeto da História da Educação Matemática, um objeto cultural, produção original e específica da escola, como bem explicou Chervel (1990).

¹⁴ Saberes *a ensinar* se referem aos objetos de ensino e saberes *para ensinar*, às ferramentas utilizadas pelos professores.

Para escrever essa história, o historiador da educação matemática poderá recorrer a registros sobre dinâmicas e processos envolvidos na produção dos saberes da *matemática a ensinar* e da *matemática para ensinar*¹⁵. Dentre os acervos que disponibilizam essas fontes, destacam-se o Centro de Documentação do GHEMAT Brasil, assim como no Repositório de Conteúdo Digital (RCD) da UFSC, espaços que abrigam, respectivamente, acervo físico e digital desse grupo.

Especialmente, no Centro de Documentação do GHEMAT Brasil, espaço recentemente inaugurado na cidade de Santos/SP, encontram-se armazenados e disponibilizados para consultas, documentos de antigos educadores matemáticos que ensejam análises de dinâmicas e processos mobilizados em tempos de outrora para o ensino e para a formação dos professores. Tais documentos guardam vestígios de como foram concebidos, tratados, avaliados, enfim caracterizados, inúmeros objetos da cultura escolar.

Como diz Valente,

[...] no caso da documentação pessoal de professores, livros didáticos, cadernos de classe, registros de aulas, rascunhos de preparação para a docência e toda uma sorte de materiais poderão ser tomados como “cru”. Esses materiais guardam informações dispersas. O trabalho do historiador da educação matemática, na análise desses elementos empíricos contidos nos acervos, transformará a informação dispersa, contida em séries documentais de acervos de professores, em “cozido”. Assim, será possível caracterizar, de modo sistematizado, a “matemática do ensino (Valente, 2022, p. 49).

Na trama construída, Valente (2022) discute representações do erro em matemática de diferentes períodos da história da educação brasileira, comparando os erros produzidos pelos alunos, na resolução dos “carroções”, modelo de exercício comumente proposto em provas de matemática, dos Exames de Admissão ao Ginásio, aplicadas para aferir o grau de conhecimento matemático do candidato ao ingresso no ensino secundário.

Tempos em que predominava a exatidão dos cálculos aritméticos, em atendimento à finalidade da escola primária de fornecer o preparo necessário à vida cotidiana.

A sólida representação da aritmética como saber para fazer contas como se mencionou anteriormente, começou a ser fustigada por novas ideias pedagógicas já nas primeiras décadas do século XX. Tais ideias buscaram a construção de uma nova representação do erro em matemática. Tratava-se da penetração da psicologia na escola, psicologia experimental de base estatística, por meio de uma nova vaga pedagógica intitulada ‘pedagogia científica’. E, nesse caso, seria o professor aquele que não poderia errar (Valente, 2022, p. 230).

É nessa vaga de pedagogia experimental que ocorre a popularidade dos testes e que acabou estimulando uma renovação da matemática ministrada nas escolas, inclusive sugerindo novos saberes docentes para o tratamento do erro, aspecto considerado convergente

¹⁵ Denominações elaboradas por Bertini, Morais, Valente (2017).

nos dois estudos analisados, no que se refere à culpabilidade do erro que se desloca do aluno para o professor.

Ao final dos anos 1950, quando a vertente escolanovista dava sinais de consolidação nas escolas, outro movimento, o Movimento da Matemática Moderna, é discutido no Seminário de *Royaumont*, na França¹⁶, evento que contou com a presença de representantes de 18 países. Encontro no qual foram discutidos novos princípios e modernos conceitos para a estruturação e modernização da Matemática a ser ensinada nas escolas (Guimarães, 2007).

Não se trata de um novo estilo para ensinar, mas de ferramenta útil para a resolução de problemas da vida cotidiana, transformar a matemática em linguagem apropriada para atender aos desafios trazidos pelos avanços científicos e tecnológicos. É o que é dado a ler no itinerário investigativo da perspectiva histórica ao reportar-se às transformações no modo de conceber o erro na matemática do ensino e suas repercussões na cultura escolar.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o propósito de compreender diferenças entre itinerários investigativos de duas pesquisas sobre erros produzidos pelo aluno na disciplina Matemática, este estudo não só dá transparência aos novos princípios incorporados às práticas pedagógicas, como chama a atenção das transformações ocorridas na matemática do ensino e os impactos deixados na cultura escolar.

Se a aproximação da abordagem didática ao campo da etnografia possibilitou a apreensão de relatos importantes de alunos e professora em aula de matemática de uma quarta série do ensino fundamental na década de 1990, acerca do erro, a mobilização de fontes oficiais e escolares, apresentou-se como potencial fundamental da perspectiva histórica, para problematizar o erro do aluno, em momento em que a escola renova suas bases curriculares. Apesar de ambos os estudos sinalizarem para um momento de transição das formas de tratamento do erro, o estudo realizado na perspectiva da Didática apresenta um itinerário centrado nos processos didáticos do erro em matemática, sem uma problematização do objeto em questão em relação com processos históricos nele envolvidos.

¹⁶ A respeito desse emblemático evento, Henrique Manoel Guimarães (*in memoriam*) registrou, em 2007, as intervenções feitas, durante as discussões das propostas apresentadas por renomados convidados, dentre outros, Jean Dieudonné, Gustave Choquet, Willy Servais.

Ao que indica a análise do itinerário da perspectiva didática, o objetivo prioritário da Didática da Matemática parece ter sido o de melhorar o ensino e a aprendizagem da matemática, oferecendo respostas aos problemas trazidos por professores e elaboradores de currículos. Nessa abordagem didática, o destaque maior são os tratamentos dados aos erros, no processo do ensino e aprendizagem.

Criticando o percurso didático centrado no método de “como fazer”, seguindo a regra convencional ensinada pelo professor ao aluno, o itinerário que orienta o estudo em questão, coloca o erro como o desvio do caminho padronizado na escola como o convencionado para o alcance da resposta certa. Abordagem que, centrada em reflexões didáticas, mesmo trazendo traços das práticas do erro de um passado, ao buscar relacioná-los em tempo real, torna o estudo mais afeto ao campo científico da Didática da Matemática francesa, preocupada na década de 1990, em trazer soluções construtivistas para o processo do erro a partir do sujeito didático, o aluno que aprende em sala de aula.

Distanciando-se do tradicional hábito pedagógico de “correção” no quadro, em que o professor sugere o caminho para chegar ao acerto, o itinerário do estudo didático, ao valorizar procedimentos etnográficos encontrou na estratégia didática uma solução para tornar o erro um observável, tanto para o aluno quanto para o professor. Chamados a refletir sobre os obstáculos didáticos que teriam levado o aluno ao erro, ao não considerarem como culpa do aluno as dificuldades surgidas, deu oportunidade para tirar o erro da penumbra que impedia chegar ao acerto.

Na abordagem histórica as transformações do erro produzido pelo aluno em matemática, são lidas na cultura escolar, espaço considerado berço dos saberes escolares. Diferentemente da abordagem didática, o erro nessa perspectiva é um produto histórico. O olhar do historiador vai analisar, sobretudo, relações que a cultura escolar mantém com outras culturas. É o que mostra o segundo estudo que investiga o erro historicamente, ao localizar, no avanço das ciências, apropriações escolares das novas tecnologias. Mudança que implica em rupturas de representações, anteriormente enraizadas nas tradicionais práticas de ensino que puniam o aluno pela falta de exatidão nos cálculos. Momento em que a exatidão passa a ser buscada nas calculadoras e o erro passa a ser olhado no processo da resolução da atividade. Os erros deixam de ser erros de exatidão e passam a ser buscados em estimativas que levem ao resultado correto. Errar tem um novo sentido, o de não saber estimar. Desafio que, para além de uma verdade única, vem na esteira da era das incertezas e dos avanços científicos e tecnológicos, transformações que considera diferentes possibilidades de raciocinar.

Configurando uma nova concepção de erro que, impactando a cultura escolar, substitui a exatidão do cálculo pelas aproximações, tentativas do aluno na sua busca do acerto.

O erro produzido pelo aluno em matemática, quando investigado no âmbito da Educação, seja pela ótica da Didática, ou pela ótica da História da educação matemática, apresenta similaridades no que se refere ao sujeito que cometeu o erro, geralmente apontado como culpado, seja pela distração, seja pela falta de domínio de um conceito, ou pela ausência de um pré-requisito, dentre tantas vulnerabilidades inerentes ao processo de avaliação da aprendizagem do aluno.

Nesse sentido, cabe ao professor, não apenas apontar os erros, mas responsabilizar-se pela avaliação do processo realizado pelo aluno, certificando-se dos obstáculos que impediram o aluno chegar à resposta correta. Ao adotar uma concepção construtiva, professor e aluno reconhecem o erro como parte integrante da construção do conhecimento matemático.

Por fim, o estudo aponta que o diferencial entre a investigação no campo da didática da matemática, e outra centrada na história da educação matemática, encontra-se na mudança de concepção do erro, quando se lê, para além do processo de ensino e aprendizagem, o contexto histórico de um longo período, apontando o papel fundamental da cultura escolar na compreensão do erro matemática do ensino.

AGRADECIMENTOS

Sinceros agradecimentos à Profa. Dra. Danilene G. D. Berticelli pela elaboração do *Abstract* e à Profa. Dra. Bárbara Winiarski Diesel Novaes, pela leitura e formatação do texto, segundo os critérios da revista.

REFERÊNCIAS

- André, M.E. D. (1995). *Etnografia da prática escolar*. Campinas/SP, Papirus.
- Artigue, M. (1990). Epistémologie et didactique. *Recherches et didactique des mathématiques*. Paris, Université de Paris VII. Equipe Didirem, vol. 10, n° 23, p. 243-286.
- Bachelard, G. (1996). *A formação do espírito científico*. São Paulo, Contraponto. Bertini, L.F.; Morais, R.S.; Valente, W.R. A. (2017). *Matemática a ensinar e a Matemática para ensinar: novos estudos sobre a formação de professores*. São Paulo: Editora Livraria da Física.

Belo Horizonte: Autêntica.

- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*. Paris, Université de Paris VII, Equipe Didirem, vol.7, n.2, p.33-115.
- Chartier, R. (1990). *A História Cultural entre práticas e representações*. Lisboa: Difel.
- Chervel, A. (1990). História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, Porto Alegre, n. 2, p. 177- 229.
- Da Rocha Falcão, J. T (2003). *Psicologia da Educação Matemática. Uma introdução*.
- Denizot, Nathalie (2021). *La culture scolaire: perspectives didactiques*. Presses Universitaires de Bordeaux, Université Bourdeaux Montaigne.
- Guimarães, H. M. (2007). Por uma matemática nova nas escolas secundárias: perspectivas e orientações curriculares da Matemática Moderna. In: Valente, Wagner Rodrigues; Matos, José Manuel (Orgs.). (2007). *A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos*. São Paulo: Da Vinci, p.1-33.
- Gutierrez Rodriguez, A. (1991). La investigación en Didáctica de las Matemáticas. In: Gutierrez Rodriguez, A. (1991). *AREA DE conocimiento. DIDÁCTICA De La Matemática*. Madrid, Editorial SINTESIS, Coleção MATEMÁTICAS: cultura y aprendizaje, Vol.1, p. 149-194.
- Hoffstetter, R.; Schneuwly, B. (2017). Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: Hoffstetter, R.; Valente, W.R. (Orgs.). (2017). *Saberes em (trans) formação: tema central da formação de professores*. São Paulo: Editora Livraria da Física – Coleção contextos da Ciência).
- Julia, D. A cultura escolar como objeto histórico. *Revista Brasileira de História da Educação*. Campinas, n. 1, p. 9-4. 3, 2001.
- Kilpatrick, J. (1995). Investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad. Kilpatrick, J.; Gómez P.; Rico, L (Editores). *Educación Matemática*. México, Grupo Editorial Iberoamérica S.A, p.2-13.
- Luckesi, C. C. (1995). *Avaliação da aprendizagem escolar*. São Paulo, Cortez.
- Piaget, J (1997). *Seis estudos de psicologia*. 22ª ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária.
- Piaget, J. (1985). *Psicologia e Pedagogia*. Rio de Janeiro: Forense Universitária.
- Pinto, N.B. (2000). *O erro como estratégia didática: estudo do erro no ensino da matemática elementar*. Campinas, SP, Papirus Editora.
- Valente, W. R. (2005). A matemática escolar: epistemologia e história. *Revista Educação em Questão*. v.23, n.9, p. 16-30, maio/ago.
- Valente, W. R. (2007). História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. *REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática*. V2.2, UFSC, p.28-49.
- Valente, W. R. (2016). Introdução: da naturalização do “dois e dois são sempre quatro” para o teórico da matemática no curso primário. In: Pinto, N.B. ; Valente, W.R. (Orgs.). *Saberes Elementares Matemáticos em circulação no Brasil: dos documentos oficiais às revistas pedagógicas 1890-1970*. São Paulo: Editora Livraria da Física, p. 07-13.
- Valente, W.R (2022). O erro em matemática: subsídios para a História da Educação. In: Warde, M. J; Oliveira, F.R (Orgs). *História da Educação: sujeitos, objetos e práticas*. São Paulo, SP/Universidade Federal de São Paulo, 2022. — (Coleção PPGE; 6); p.223-241.

Valente, W.R. (2020). O *GHEMAT Brasil* e a pesquisa coletiva em história da educação matemática. *Historia y Memoria de la Educación* 11, 595-613.

Valente, W.R. (2021). Contribuições da história da Educação Matemática à Educação Matemática. *REnCiMa*, São Paulo, v. 12, n. 5, p. 1-13, ago.