Revista de História da Educação Matemática
HISTEMAT

ISSN: 2447-6447 **Submetido:** 27/01/2024 **Aprovado**: 29/04/2024

https://doi.org/10.62246/HISTEMAT.2447-6447.2024.10.616

ASPECTOS HISTÓRICOS DO DESENVOLVIMENTO DA IDEIA E REPRESENTAÇÃO DE POTENCIAÇÃO

HISTORICAL ASPECTS OF THE DEVELOPMENT OF THE IDEA AND REPRESENTATION OF POWER

Alexandre Ferreira da Silva[1]
Universidade do Estado do Pará
alexandre.fdsilva@escola.seduc.pa.gov.br
Orcid: https://orcid.org/0009-0006-3911-0321

Pedro Franco de Sá[2]
Universidade do Estado do Pará
pedro.sa@uepa.br
Orcid: https://orcid.org/0000-0002-8986-2787

Maria de Lourdes Silva Santos[3]
Universidade do Estado do Pará
2011malu.melo@gmail.com
Orcid: https://orcid.org/0000-0001-7881-0423

Thiago Beirigo Lopes[4]
Instituto Federal de Mato Grosso
thiago.lopes@ifmt.edu.br
Orcid: https://orcid.org/0000-0002-9409-6140

[1] Mestrando em Ensino da Matemática pela UEPA. Professor concursado da Secretaria de Educação do Estado do Pará (SEDUC-PA) e da Secretaria Municipal de Educação de Ananindeua/PA (SEMED-PA), Ananindeua, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua 14, nº 25, Conj. Júlia Seffer, Águas Lindas, Ananindeua, Pará, Brasil, CEP: 67065-130. E-mail: alexandre.fdsilva@escola.seduc.pa.gov.br.

[2] Doutor em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Professor Titular de Educação Matemática do Departamento de Matemática, Estatística e Informática na Universidade do Estado do Pará (UEPA), Belém, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Universidade do Estado do Pará, UEPA/CCSE – Departamento de Matemática Estatística e Informática. Tv. Djalma Dutra, s/n, Telégrafo - Belém, Pará, Brasil, CEP: 66050-540. E-mail: pedro.sa@uepa.br.

[3] Doutora em Educação pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio). Professora adjunta II da Universidade do Estado do Pará, Belém, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Universidade do Estado do Pará, UEPA/CCSE - Curso de Ciências da Religião. Tv. Djalma Dutra, s/n, Telégrafo - Belém, Pará, Brasil, CEP: 66050-540. E-mail: 2011malu.melo@gmail.com.

[4] Doutor em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT/REAMEC) Professor EBTT de Matemática efetivo com dedicação exclusiva no Programa de Mestrado em Ensino (PPGEn) no Instituto Federal de Mato Grosso - IFMT, Confresa, Mato Grosso, Brasil. Endereço para correspondência: Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de Mato Grosso – Campus Confresa. Av. Vilmar Fernandes, 300, Santa Luzia, Confresa, Mato Grosso, Brasil, CEP: 78652-000. E-mail: thiago.lopes@ifmt.edu.br.

RESUMO

Este artigo apresenta momentos históricos que compõem o avanço da representação do que hoje concebemos como o objeto matemático da potenciação. Adotou-se a pesquisa bibliográfica neste estudo. Para tal, utilizamos a classificação proposta inicialmente por Florian Cajori, em 1928, acerca das etapas de desenvolvimento da potenciação, e a vinculamos às fases de transformação da álgebra, aceita por diversos autores. O resultado foi um percurso temporal iniciado nos antigos povos babilônicos e egípcios de milênios atrás, onde foram concebidas as primeiras ideias de potenciação, passando por estudiosos como Arquimedes e Hipócrates na Idade Antiga; Diofanto, al-Khwârizmi e Bhaskara, na Idade Média; Stifel, Viète e, finalmente, em Descartes, na Idade Moderna. Também mostramos algumas das representações da potenciação em linguagens de programação a partir do século XX. Por fim, concluímos que 1) é possível organizar a modificação da notação da potenciação em quatro fases: primeiras representações, planos Abreviado, Indexado e linguagem de programação, as quais têm relação com as fases de mudança da álgebra: retórica, sincopada e simbólica; 2) conhecer a história da formulação de uma ideia ou conceito matemático pode ser importante para desmistificar a concepção de muitos que tudo o que foi proposto ou desenvolvido ao longo da história foi aceito harmonicamente entre estudiosos da área; e que 3) para os profissionais que trabalham com o ensino da matemática é recomendável conhecer esse e outros temas relacionados ao desenvolvimento de conceitos, propriedades e teoremas, para possibilitarem uma prática de ensino mais atrativa e eficaz aos seus alunos.
Palavras-chave: Potenciação. História da Matemática. Notação. Álgebra. Desenvolvimento da Matemática.

ABSTRACT/RESUMEN/RÉSUMÉ

This article presents historical moments that make up the advancement of the representation of what we today conceive as the mathematical object of power. Bibliographical research was adopted in this study. To this, we used the classification initially proposed by Florian Cajori, in 1928, regarding the development stages of power, and link it to the stages of transformation of algebra, accepted by several authors. The result was a temporal journey that began with the ancient Babylonian and Egyptian peoples of millennia ago, where the first ideas of power were conceived, passing through scholars such as Archimedes and Hippocrates in the Ancient Age; Diophantus, al-Khwârizmi and Bhaskara, in the Middle Age; Stifel, Viète and, finally, Descartes, in the Modern Age. We also show some representations of empowerment in programming languages from the 20th century onwards. Finally, we conclude that 1) it's possible to organize the evolution of power notation into four phases: first representations, Abbreviated, Indexed plans and programming language, which are related to the phases of the evolution of algebra: rhetorical, syncopated and symbolic; 2) knowing the history of the mathematical idea or concept formulations can be important to demystify the conception of many that everything that was proposed or developed throughout history was harmoniously accepted among scholars in the field; and that 3) for professionals who work with teaching mathematics, it's recommended to know this and other topics related to the development of concepts, properties and theorems, to enable a more attractive and effective teaching practice for their students.
Keywords/Palabras clave: Power. History of Mathematics. Notation. Algebra. Development of Mathematics.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) traz como primeira competência específica de matemática para o Ensino Fundamental a seguinte proposição:

> Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, **fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos**, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho. (BRASIL, 2018, p. 267, grifo nosso)

Portanto, tem-se o entendimento de que conhecer a história do desenvolvimento de um conceito matemático, visando a melhoria do processo de ensino, aprendizagem e avaliação, é incentivado pela BNCC. Concordamos com a visão da BNCC de que a Matemática é uma ciência humana, também com Castro (2016, pp. 16-17), quando o autor afirma que:

> (...) compreendê-la em contexto histórico é concebê-la como algo presente nas relações sociais e humanas, verdade que só poderá ser aplicada com a introdução da história em sua apresentação, pois o desenvolvimento do pensamento crítico e independente é premissa básica para todo o processo de desenvolvimento humano independente da ciência que lhe é aplicada.

De fato, muitos avanços tecnológicos da humanidade e, consequentemente, conhecimentos matemáticos surgiram a partir da necessidade humana de tornar a vida mais fácil e prática. Com a potenciação não foi diferente: ela surgiu devido à demanda por expressões que representassem quantidades maiores e grandiosas (Paias, 2009). O desenvolvimento desta representação, porém, não ocorreu de maneira rápida e simplória, como apontam Ponte e Oliveira (1999, p. 29):

> A escrita simbólica da potência de um número ou de uma varável é, actualmente, um assunto elementar, cedo introduzido na matemática escolar. Contudo, a simplicidade do conceito e do respectivo simbolismo esconde um extenso período de construção e desenvolvimento, para o qual contribuíram numerosos matemáticos de diversas civilizações.

Foram muitas as notações utilizadas pelos matemáticos ao longo da história para chegarmos na que utilizamos atualmente. A elaboração destas ideias passou por discussões acerca de cálculos numéricos simples envolvendo áreas, expressões algébricas, além da notação de equações, progressões e funções exponenciais, cujo desenvolvimento do objeto matemático potenciação não era, necessariamente, o objetivo final destes pensadores.

Dessa forma, este artigo tem por objetivo apresentar momentos históricos importantes para a formação do que hoje concebemos como o objeto matemático da potenciação, sua notação e cálculo, além de mostrar que nem sempre algumas ideias relacionadas a estes temas foram unânimes entre matemáticos. Já a metodologia utilizada na construção deste trabalho foi a bibliográfica, pois este reúne informações de várias obras que se propõem a contar e analisar a história de diversos assuntos relacionados à matemática e seus pensadores, ao longo dos séculos.

Porém, antes de explanarmos especificamente sobre a mudança da notação de potenciação, é necessário entendermos a relação desse fenômeno com o advento da álgebra, conforme está exposto no tópico a seguir.

1. CONTRIBUIÇÕES DA REPRESENTAÇÃO ALGÉBRICA NO DESENVOLVIMENTO DA NOTAÇÃO DE POTENCIAÇÃO

Para melhor entendermos como se deu o avanço da notação da potenciação, é preciso destacar que esse processo está atrelado ao desenvolvimento da álgebra, pois muito da forma de representação das potências está ligada às ideias de incógnita e, posteriormente, de varável (Cajori, 1993). Assim sendo, o avanço da álgebra passou por três fases: a *retórica*, a *sincopada* e a *simbólica*:

> Primeiro se tem a *álgebra retórica* em que os argumentos da resolução de um problema são escritos em prosa pura, sem abreviações ou símbolos específicos. A seguir vem a *álgebra sincopada* em que se adotam abreviações para algumas das quantidades e operações que se repetem mais frequentemente. Finalmente chega-se ao último estágio, o da *álgebra simbólica,* em que as resoluções se expressam numa espécie de taquigrafia matemática formada de símbolos que aparentemente nada têm a ver com os entes que representam (EVES, 2004, p. 206, grifo do autor).

Moura e Sousa (2005, p. 42) afirmam ainda que:

> As civilizações criaram definibilidades próprias para entender o número conhecido e o desconhecido do número. Criaram representações para desvendar o maravilhoso mundo dos movimentos. Criaram o conceito de variável, de campo de variação, de fluência. Fizeram uso da variável. Representaram-na a partir da palavra, da figura, da intermediação entre palavra e letra. Criaram letras.

Sendo assim, como veremos mais a frente, além da necessidade de representar números cada vez maiores, muito do que historicamente foi produzido com relação à potenciação se relaciona à ideia de simbolizar um valor desconhecido multiplicado por ele mesmo, certa quantidade de vezes. Isso significa que a transformação da representação do que hoje chamamos de *incógnita* e *variável* contribuiu diretamente nas propostas de notação exponencial feitas por diversos pensadores (Ball, 1960; Boyer, 1974; Cajori, 1993; Eves, 2004). Apesar de que há autores mais recentes que questionam essa concepção de desenvolvimento da álgebra (como é possível ver, por exemplo, em Heeffer (2009), Roque (2012) e Roque e Carvalho (2012)[5]), estamos citando aqueles que tratam diretamente sobre as contribuições da representação algébrica para a atual notação da potenciação.

Ponte e Oliveira (1999, p. 30) também corroboram com essa ideia de relação entre a álgebra e a potenciação, quando dizem que:

> O conceito de potência e a escrita algébrica estiveram fortemente ligados desde o princípio. Alguns matemáticos do século XV e XVI, tais como Luca Pacioli (1445-1517), Niccolò Tartaglia de Brescia (1499-1557), Gerolamo Cardano (1501-1576) e Pedro Nunes (1502-1578), usavam a mesma notação para representar potências das variáveis. A incógnita era representada por *co.*, a abreviatura da palavra *cosa*, por sua vez tradução de *res* em latim, *ce.*, abreviatura de *censo*, representava o seu quadrado e *cu.* (*cubo*) o seu cubo.

Sobre isso, Cajori (1993, pp. 338-339, tradução nossa) explica que:

> No desenvolvimento inicial do simbolismo algébrico, nenhum sinal era usado para potências de determinado número em uma equação. Como os números e coeficientes dados não eram representados por letras em equações antes da época de Viète, mas eram dados em numerais, suas potências podiam ser calculadas no lugar e nenhum simbolismo para potências de tais números era necessário. Era diferente com as incógnitas, cuja determinação constituía o propósito de estabelecer uma equação. Em consequência, encontra-se a ocorrência de representação simbólica da incógnita e suas potências durante um período que se estende por mais de mil anos antes da introdução do coeficiente literal e suas potências. Para a representação da incógnita existiam dois planos. O primeiro era usar alguma abreviação de um nome que representasse uma quantidade desconhecida e também outras significando os seus quadrado e cubo. Em muitas ocasiões símbolos especiais foram usados também para a quinta potência e potências superiores cujas ordens eram números primos. Outras potências da incógnita, como a quarta, quinta e sexta, eram representados por combinações desses símbolos. (...) Por conveniência chamaremos isso de "Plano Abreviado".
> (...) O segundo plano era não usar um símbolo para a quantidade desconhecida em si, mas limitar-se de alguma forma a simplesmente indicar por um numeral a potência da incógnita. (...) Uma boa ilustração deste procedimento é 10^2 de Chuquet para $10x^2$, 10^1 para $10x$ e 10^0 para 10. Chamaremos isso de "Plano Indexado".

Portanto, Cajori (1993) afirma que para a representação da incógnita e suas respectivas potências havia dois planos: o Abreviado e o Indexado.

O autor afirma que os primeiros filósofos e matemáticos que representaram as potências das incógnitas usavam palavras abreviadas para tal, ou seja, a álgebra sincopada. Como exemplos temos Diofanto[6], al-Khwârizmi e Bhaskara. Estes utilizavam o que ele chamou de

---

[5] Há debates mais atuais acerca da chamada "sincopatização da álgebra", mas que, por questões de respeito ao limite de laudas deste artigo, não será possível abordá-los.

[6] É possível conhecer a biografia completa deste matemático em https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Diophantus/. Este link faz parte de um portal online gratuito sobre história da matemática chamado de MacTutor, mantido pela Faculdade de Matemática e Estatística da Universidade de St. Andrews, na Escócia. Nele há atualmente biografias de mais de 3000 matemáticos e 2000 ensaios e materiais de apoio. Portanto, visando atender o limite de laudas proposto para este artigo, para mais informações sobre a biografia, o contexto histórico e as contribuições para a área da matemática, outras áreas do conhecimento e também sociopolíticas, indicamos a leitura as biografias de cada autor citado nesse artigo no Portal MacTutor, disponível em https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/.

“Plano Abreviado”. Essa classificação ainda podia ser dividida em dois tipos: os princípios aditivo e multiplicativo. Em termos gerais, no princípio aditivo, os matemáticos faziam combinações entre as potências inferiores a partir da adição de seus valores, para gerar potências superiores; já no multiplicativo, algo semelhante ocorria, porém as potências superiores eram geradas por um produto entre os valores das potências inferiores.

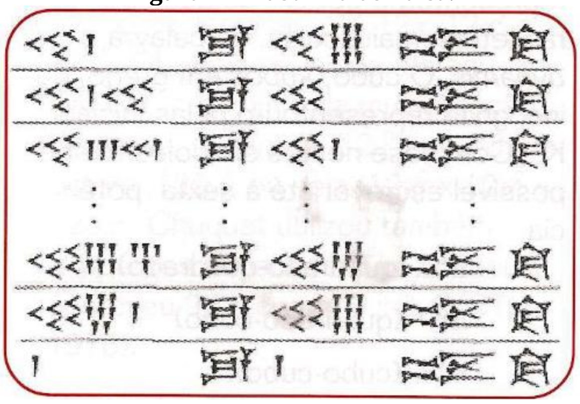
Com o passar do tempo, os matemáticos passaram a usar números para indicar o valor do expoente, ou seja, o valor da potenciação passou a ser expresso a partir de um índice. Portanto, essa forma de representação foi chamada de “Plano Indexado”. Exemplos dos estudiosos que utilizaram este artifício foram Chuquet, Hérigone e Hume. Esse plano também pode ser dividido em dois tipos: os que não apresentam a base, e os que apresentam. Por bastante tempo, os matemáticos não precisaram representar mais de um valor desconhecido para cada equação, portanto eles também não tiveram necessidade de exprimir uma base para suas potências indexada. Isso mudou a partir do avanço algébrico da matemática, quando passou a ser necessário representar quantidades desconhecidas diferentes por letras diferentes.

Dessa forma, o presente artigo foi elaborado considerando tanto os estágios de desenvolvimento da álgebra como um todo e também as maneiras que os estudiosos representavam as potências das incógnitas.

2. CONCEPÇÃO DA IDEIA E DAS PRIMEIRAS REPRESENTAÇÕES DA POTENCIAÇÃO

Antes de se pensar em uma notação em si, é necessário discutirmos acerca do surgimento da concepção da ideia de potenciação. De acordo com Cajori (1993), em antigos documentos Babilônios e Egípcios, há registros do cálculo do quadrado de alguns números. Esses são os primeiros deles que se tem notícia acerca de algo relacionado à operação potenciação, como a concebemos hoje. Ponte e Oliveira (1999, p. 29) afirmam que um desses documentos é um “(...) papiro egípcio que remonta ao final do Império Médio (cerca de 2100-1580 a.C)”. Além disso, os autores afirmam que em um registro babilônico, conhecido como “tabuinha de Larsa” (que pode ser visto na Figura 1), há o quadrado de vários números que vão até o 60. É possível que isso tenha ocorrido pelo fato do sistema de contagem desse povo ser o sexagesimal.

Figura 1 – Tabuinha de Larsa.



Fonte: Ponte e Oliveira (1999, p. 29).

De acordo com Eves (2004), em uma obra chinesa chamada *Nove capítulos sobre a Arte da Matemática*, datada do período da dinastia Han (206 a.C – 220 d.C) (mas que provavelmente é mais antigo do que isso, segundo o próprio autor), há registros de equações que possuíam incógnitas cúbicas.

Apesar de todos esses registros, de acordo com Ball (1960), a palavra "potência" só foi utilizada pela primeira vez por Hipócrates (470−410 a.C.), o matemático, em um livro que agrupou os conhecimentos de geometria da sua época. Nele, o filósofo utilizou o termo grego *dynamis*, que em português significa "potência":

> Hipócrates também se referiu ao quadrado de um segmento pela palavra *δύναμις* ["dynamis", pelo alfabeto grego], e assim deu o significado técnico à palavra *potência* que ainda prevalece na álgebra: há razão para pensar que este uso da palavra foi derivado dos pitagóricos, que são conhecidos por terem enunciado o resultado da proposição I.47 de Euclides [do livro "Elementos"], na forma que "a potência total dos lados de um triângulo retângulo é a mesma que à da hipotenusa". (BALL, 1960, p. 31-32, tradução nossa, grifo do autor)

Nessa época, o significado de "potência" inicialmente se referia apenas àquele que hoje chamamos de expoente igual a dois ou "quadrado". E só tempos depois é que se tornou um termo mais geral (Ponte & Oliveira, 1999).

Por volta de 250 a. C., dois séculos depois de Hipócrates, Arquimedes escreveu uma carta ao rei Gelão de Siracusa, intitulada "*Psammites*" ("Computador de areia", em português do Brasil, "Contador de areia", em português de Portugal) no qual mensura a quantidade de grãos de areia que são necessários para preencher o universo conhecido da época, baseado em especulações feitas por Aristarco, décadas antes. Este acreditava que a Terra girava em torno do Sol e que o tamanho da Terra era desprezível quando comparada à distância entre o nosso planeta e as estrelas que possam ser vistas daqui (Pombo, s.d.).

O resultado disso foi uma quantidade de difícil mensuração matemática para a época. Devido a isso, Arquimedes desenvolveu uma nova terminologia para assim poder escrever números maiores: até aquele momento a numeração, que era alfabética, só ia até 10.000, o que se chamava de “miríade” (e que hoje expressamos por 10^4), então ele criou a “miríade de miríade”, ou seja, agora considerava números de 1 a 10^8 (Boyer, 1974).

Dessa forma, o matemático chegou a um número que não é maior que um que hoje escrevemos como 10^{51} para descrever o universo solar, e 10^{63} para o universo de Aristaco, e os fez utilizando ordens: a primeira ia de 1 a 10^8; a segunda de 10^8 a 10^{16}, e assim por diante, sempre com a unidade sendo 10^8 (Ponte & Oliveira, 1999). Ou seja, Arquimedes acabou encontrando uma relação muito semelhante ao que hoje chamamos da propriedade do produto de potenciações com bases iguais:

$$10^3 \cdot 10^8 \cdot 10^8 \cdot 10^8 \cdot 10^8 \cdot 10^8 \cdot 10^8 = 10^{51}$$

Arquimedes também formulou o princípio do que hoje chamamos de “propriedade da potência de potência” e propôs um valor que hoje seria representado pela expressão $\left(10^8\right)^{10^8}$, isto é, um número que começa com o algarismo 1 e segue com 800 milhões de algarismos zeros. Com isso, o matemático acabou contribuindo para muitos séculos depois, a elaboração do conceito de logaritmos, na qual “a adição das ‘ordens’ dos números (o equivalente de seus expoentes quando a base é 100 000 000) corresponde a achar o produto dos números” (Boyer, 1974, p. 93).

Outra contribuição foi de Apolônio, que era contemporâneo (e, de acordo com Boyer (1974), possivelmente um rival) de Arquimedes. Ele fez parte da considerada “Idade Áurea” da matemática Grega e tratou de muitos assuntos da área. Especificamente sobre a potenciação, o matemático:

> Desenvolveu um esquema de “tetradas” para exprimir grandes números, usando equivalentes de expoentes da miríade, ao passo que Arquimedes usava a dupla miríade como base. (...) Aqui o número $5\,462\,360\,064 \times 10^6$ é escrito como $\mu^{\gamma}, \varepsilon\nu\xi\beta\mu^{\beta}, \gamma\lambda\mu^{\alpha}, \varsigma^{\nu}$ onde μ^{γ}, μ^{β} e μ^{α} são a terceira, a segunda e a primeira potências, respectivamente, de uma miríade. (BOYER, 1974, p. 104)

Ou seja, com o intuito de expressar números muito grandes, podemos observar que esses pensadores começaram a refletir sobre como seria possível alcançar esse objetivo. Esse momento histórico é bastante relacionado ao estágio da álgebra retórica, conforme explicam Moura e Sousa (2005, p. 14):

> A álgebra retórica, quando estudada do ponto de vista dos estágios, pertence ao período que antecede Diofanto. Nesse estágio, há o uso de descrições em linguagem comum para resolver tipos particulares de problemas e para suprimir a falta de símbolos ou sinais especiais para representar incógnitas.

Apesar disso, a história nos mostra que o processo pelo qual passou a evolução humana não é linear, muito menos no desenvolvimento da matemática, conforme aponta Eves (2004, p. 206):

> É razoavelmente preciso dizer que a álgebra anterior à época de Diofanto (...) era retórica. Uma das principais contribuições de Diofanto à matemática foi a sincopação da álgebra grega. A álgebra retórica, porém, continuou de maneira bastante generalizada no resto do mundo, exceto na Índia, por muitas centenas de anos. Na Europa Ocidental, especificamente, a maior parte da álgebra permaneceu retórica até o século XV. E embora a aparição da álgebra simbólica se desse na Europa Ocidental no século XVI, somente pela metade do século XVII esse estilo acabou se impondo. Não raro passa despercebido que o simbolismo usado nos nossos textos de álgebra elementar ainda não tem 400 anos.

Um bom exemplo disso é o que aconteceu com os árabes. Veremos no próximo tópico os avanços promovidos por Diofanto para o desenvolvimento da álgebra, no século III d.C., porém, cerca de 600 anos após isso, nos séculos VIII e IX d.C., os árabes ainda usavam palavras, e não abreviaturas, para se referir a potências.

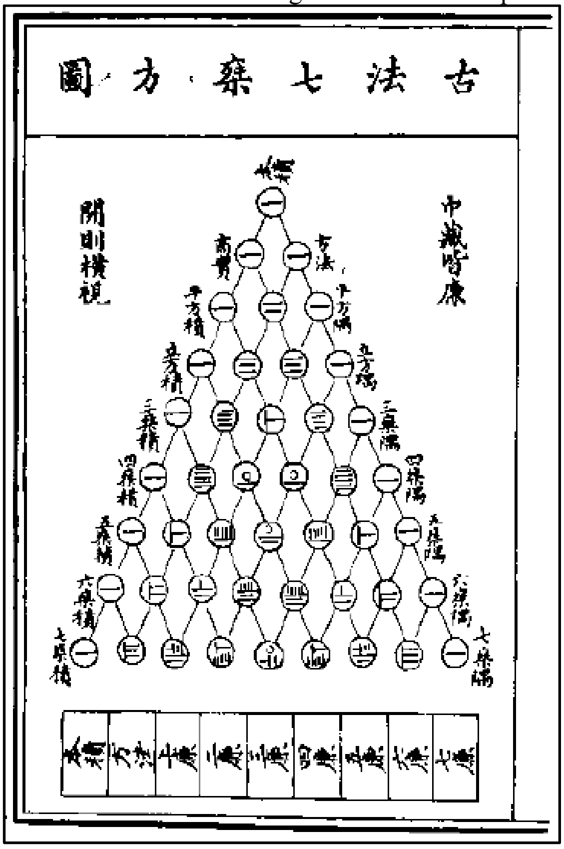
De acordo com Cajori (1993), o matemático persa al-Khwârizmi e outros matemáticos árabes anteriores a ele usaram o termo *māl*, cujos significados podem ser "bem", "posse", "propriedade" ou "soma de dinheiro", para designar a sua principal incógnita: o x^2, ou seja, a segunda potência. O x era chamado de *jidr*, que podia significar "raiz", "base" ou "parte mais baixa", indicando uma possível origem do termo que utilizamos até hoje. A matemática árabe só passou a ser sincopada a partir do século XIII, consolidando-se na obra do matemático hispano-islâmico al-Qalasādī.

O nível de importância que se dá para a contribuição árabe relacionada ao desenvolvimento da matemática é alvo de debates por estudiosos (Eves, 2004). Porém, não há dúvidas que al-Khwârizmi tem seu nome marcado na história dessa ciência. Eves (2004, p. 266) mostra alguns dos motivos disso:

> A origem de nossa palavra álgebra, a partir do título do tratado de Al-Khowarizmi sobre o assunto, *Hisâb al-jabr w'al-muqâ-balah*, é muito interessante. Esse título foi traduzido literalmente como "ciência da reunião e da oposição" ou, mais livremente, como "ciência da transposição e do cancelamento". O texto, que se preservou, tornou-se conhecido na Europa através de uma tradução latina e fez da palavra *al-jabr* ou *álgebra* sinônimo de ciência das equações. Obviamente desde a metade do século XIX o termo *álgebra* adquiriu um significado muito mais amplo. (...) O livro de Al-Khowârizmi sobre o uso dos numerais hindus também introduziu uma palavra no vocabulário da matemática. Não há cópias do original desse livro, mas em 1857 descobriu-se uma tradução latina que começa por "Algoritmi disse...". Nessa abertura o nome *Al-Khowârizmí* transformou-se em *Algoritmi* que, por sua vez, deu origem a palavra atual *algoritmo* que significa "arte de calcular de uma maneira particular".

Voltando à China, de acordo com Boyer (1974), dois matemáticos do século XIII chamados Yang Hui e Chu Shih-chieh utilizaram em suas obras o que o último chamou de “diagrama do velho método para achar potências oitavas e menores”, que ficou conhecido erroneamente como “triângulo de Pascal”. Ou seja, entende-se daí que não foram eles (e muito menos Pascal) os criadores do tal triângulo aritmético (que podemos observar na Figura 2) e que ele era ainda mais antigo que esse período.

Figura 2 – Tábua de coeficientes binomiais até a oitava potência, presente na obra “Espelho Precioso”, de Chu Shih-chieh, mas conhecida erroneamente como “triângulo de Pascal” e reproduzida por Joseph Needham.



Fonte: Boyer (1974, p. 151).

Sobre isso, Boyer (1974, p. 150, grifo do autor) ainda diz que:

> O *Espelho precioso* começa com um diagrama do triángulo-aritmético inapropriadamente conhecido no Ocidente como triângulo de Pascal". No arranjo de Chu temos os coeficientes das expansões binomiais até a oitava potência, claramente dadas em numerais em barra e um símbolo redondo para o zero. Chu não reivindicava crédito pelo triângulo, referindo-se a ele como um “diagrama do velho método para achar potências oitavas e menores". Um arranjo semelhante de coeficientes até a sexta potência tinha aparecido na obra de Yang Hui, mas sem o símbolo redondo para o zero. (...) É interessante observar que a descoberta chinesa do teorema binomial para potências inteiras estava associada, em sua origem, à extração de raízes e não a potenciações.

Portanto, vimos alguns exemplos dos primeiros usos da potenciação em diferentes civilizações e tempos históricos, ligadas ou não ao surgimento da álgebra ainda em sua fase retórica. Vejamos a seguir as contribuições de Diofanto para o avanço da matemática (especialmente para a álgebra e a potenciação) e suas repercussões para matemáticos posteriores a ele.

3. ÁLGEBRA SINCOPADA E O PLANO ABREVIADO

Cerca de cinco séculos depois de Arquimedes e Apolônio, já por volta de 250 d. C., Diofanto (ou também *Diofante*) de Alexandria escreveu uma obra intitulada *Arithmetica*. Cajori (1993, p. 72, grifo nosso) conta como Diofanto representou nela algumas potências:

> O quadrado de um número, x^2, é representado na obra de Diofanto como Δ^{Υ}; O cubo de um número, x^3, é representado em *Arithmetica* como K^{Υ}; Um número elevado à quarta potência (quadrado-quadrado), x^4, é representado na obra de Diofanto como $\Delta^{\Upsilon}\Delta$; Um número elevado à quinta potência (quadrado-cubo), x^5, é representado em *Arithmetica* como ΔK^{Υ}; Um número elevado à sexta potência (cubo-cubo), x^6, é representado na obra de Diofanto como $K^{\Upsilon}K$.

A explicação da escolha de Diofanto por essas expressões nos é dada por Eves (2004, p. 209):

> (...) o significado das notações para as potências da incógnita parece bastante claro: assim, "incógnita ao quadrado" se indica por Δ^{Υ}, as duas primeiras letras da palavra grega *dunamis* ($\Delta\Upsilon NAMI\Sigma$) que significa "potência" e "incógnita ao cubo" se denota por K^{Υ}, as duas primeiras letras da palavra grega *kubos* ($K\Upsilon BO\Sigma$) que significa "cubo". Facilmente se explicam os símbolos das potências seguintes da incógnita (...).

Ainda sobre a notação elaborada por Diofanto, Boyer (1974, p. 133) explica que:

> A diferença principal entre a sincopação de Diofante e a notação algébrica moderna está na falta de símbolos especiais para operações e relações, bem como de notação exponencial. Esses elementos de notação que faltavam foram em grande parte contribuição do período do fim do século quinze ao começo do século dezessete, na Europa.

Após Diofanto, Eves (2004, p. 255) afirma que "os hindus (...) deram contribuições significativas à álgebra", desenvolvendo-a em sua forma sincopada. Nesse ponto, o matemático hindu Brahmagupta, que viveu no século VI d.C., se destaca. Boyer (1974, p. 160-161) afirma que:

> As contribuições de Brahmagupta à álgebra são de ordem mais alta que suas regras de mensuração, pois aqui achamos soluções gerais de equações quadráticas. (...) É interessante notar também que a álgebra de Brahmagupta , como a de Diofante, era abreviada. (...) As operações de multiplicação e evolução (extração de raízes) bem como quantidades desconhecidas, eram representadas por abreviações de palavras adequadas.

De acordo com Cajori (1993), entre as abreviações utilizadas por Brahmagupta, havia a *ya*, derivada de *yávat-távat* que significa “tanto quanto” e representava a primeira incógnita; também havia *v*, advinda de *varga* ou “número quadrado”. Portanto, o significado da expressão *ya v* na matemática hindu para a álgebra atual é x^2.

Em 1150 d. C., quase seis séculos após Brahmagupta, o matemático hindu Bhaskara lançou uma obra intitulada *Lilavati*, a qual trazia menções às potências que envolviam o que chamamos hoje de expoentes quadrado, cúbico e subsequentes. Isso por si só não era uma concepção nova para a matemática, porém, ao analisá-las a partir do expoente igual a quatro e compararmos à forma como Diofanto as representou, houve sim uma diferença: as demais potências foram expressas a partir do chamado “princípio multiplicativo”, enquanto o grego utilizava o que chamamos de “princípio aditivo”. Cajori (1993, p. 342, tradução nossa) explica esses princípios:

> Ao elaborar as notações de potências de acordo com o "Plano Abreviado" (...), um ou outro de dois princípios distintos foi colocado em jogo na combinação dos símbolos das potências inferiores para marcar as potências superiores. Um deles foi o princípio aditivo dos gregos na combinação de potências; o outro era o princípio multiplicativo dos hindus. Diofanto expressou a quinta potência da incógnita escrevendo os símbolos de x^2 e de x^3, um após o outro; os índices 2 e 3 foram adicionados. Agora, Bhaskara escreve seus símbolos para x^2 e x^3 da mesma maneira, mas atribui como resultado, não x^5, mas x^6; os índices 2 e 3 são multiplicados. Esta diferença na designação prevaleceu durante o período árabe, no final da Idade Média na Europa até ao século XVII. Só desapareceu quando as notações de potências do “Plano Abreviado” caíram em desuso. (CAJORI, 1993, p. 342, tradução nossa)

Cajori (1993) afirma que Ganesa (um estudioso sobre a vida de Bhaskara, que viveu no século XVI) explicou que, assim como o seu conterrâneo Brahmagupta, Bhaskara usava a palavra *varga* para quadrado, além de *g’hana* para cubo. Várias das demais potenciações de expoentes superiores a essas eram derivadas da interação multiplicativa dessas duas expressões. Portanto, *varga-varga* era a potenciação de expoente igual a quatro; *varga-g'hana* ou *ghana-varga* representava o produto de seis números iguais, ou seja, expoente igual a seis; já o produto de oito números iguais era o *varga-varga-varga*; e o expoente igual a nove era chamado de *g'hana-g'hana*.

Ainda de acordo com Cajori (1993, p. 80, grifo do autor, tradução nossa), “(...) no caso de índices primos, como na quinta e na sétima potências, o princípio multiplicativo tornou-se inoperante e recorreu-se ao princípio aditivo. Isto é indicado pela palavra *gháta* (‘produto’). Assim, *varga-g'hana-gháta* significa $n^2 \cdot n^3 = n^5$”. Lembrando que Bhaskara, assim como Brahmagupta, utilizava os nomes de cores para se referir a diferentes incógnitas, e sobre a operação de multiplicação entre elas e suas potenciações, Cajori (1993, p. 80, grifo do autor, tradução nossa) diz que:

Em Bhaskara, quando cores diferentes (quantidades desconhecidas diferentes, como z e y) são multiplicadas, o resultado é chamado *bhavita* ('produto') e é abreviado como bha. Diz Colebrooke: "O produto de duas incógnitas é denotado por três letras ou sílabas, como *ya.ca bha*, *ca.ni bha*, etc. Ou, se uma das quantidades for uma potência superior, mais sílabas ou letras são necessárias; pois o quadrado, o cubo, etc., são igualmente denotados pelas sílabas iniciais, *va*, *gha*, *va-va*, *va-gha*, *gha-gha*, etc. Assim, *ya va · ca gha bha* significará o quadrado da primeira incógnita multiplicada pelo cubo da segunda. Um ponto é, em algumas cópias do texto e seus comentários, interposto entre os fatores, sem qualquer direção especial, porém, para esta notação." Além de *ya va*, encontra-se também em Brahmagupta e Bhaskara a contração mais severa *ya v*; da mesma forma, encontra-se *cav* para o quadrado da segunda incógnita.

A matemática hindu também contribuiu, em grande medida, para a do mundo árabe, mesmo, em geral, este ainda tendo desenvolvido a sua álgebra de maneira retórica (Cajori, 1993).

Dessa forma, é possível perceber que matemáticos, dos séculos XIII ao XVII, consideravam em suas obras ora o princípio aditivo, ora o multiplicativo. Isso reforça que o desenvolvimento da matemática, ao longo da história, não foi linear, com diferentes notações para os mesmos objetos coexistindo em muitas situações (Ponte & Oliveira, 1999). Para melhor ilustrar isso, falaremos de Stifel.

Strick (2012) nos conta que Stifel contribuiu de maneira significativa para o desenvolvimento da matemática, principalmente da álgebra. Sobre a potenciação, Cajori (1993) diz que ao longo de suas obras, Stifel utilizou ora o princípio multiplicativo (com base em Rudolff, matemático alemão que era seu contemporâneo), ora o princípio aditivo (advindo de autores gregos mais antigos), para representar as potências de uma incógnita, bem como utilizou um sistema que não se encaixa em nenhum dos dois princípios do Plano Abreviado e muito menos no Plano Indexado, no qual cada potência adicional ganhava um risco ascendente a mais, conforme pode ser visto na Figura 3 a seguir:

Figura 3 – Representação da segunda, terceira e quarta potências, respectivamente, por Michael Stifel, em sua obra *Arithmetica Integra*, de 1544.

Fonte: retirado de Cajori (1993, p. 144)

Além disso, tanto Strick (2012) quanto Smith (1925) atribuem o termo "expoente", utilizado até hoje na potenciação, como tendo sido cunhado por Stifel, em sua *Arithmetica Integra*, como também nela salientar "as vantagens de se associar uma progressão aritmética a uma geométrica, prenunciando assim, de quase um século, a invenção dos logaritmos" (Eves, 2004, p. 301).

Vários outros estudiosos europeus seguiram o Plano Abreviado para representar potências, conforme aponta Cajori (1993, p. 339-340, tradução nossa):

> Uma boa ilustração é o simbolismo de Luca Pacioli, no qual *co.* (*cosa*) representou x, *ce.* (*censo*) x^2, *cu.* (*cubo*) x^3, *p.r.* (*primo relato*) x^5; combinações destes renderam *ce.ce.* para x^4, *ce.cu.* para x^5, etc. Vimos esses símbolos também em Tartaglia e Cardano, no português Nuñez (...), no espanhol Perez de Moya em 1652 e em Antich Rocha em 1564. Podemos acrescentar que fora da Itália os símbolos de Pacioli desfrutaram de sua maior popularidade na Espanha. Na verdade, o alemão Marco Aurel escreveu em 1552 uma álgebra espanhola (...) que continha os símbolos de Rudolff, mas foram Perez de Moya e Antich Rocha quem ditaram a tendência, para o século XVI, na Espanha; os símbolos italianos chamaram alguma atenção lá mesmo no final do século XVIII, como é evidente na décima quarta impressão não revisada do texto de Perez de Moya, que apareceu em Madrid em 1784. A impressão de 1784 apresenta os símbolos (...), e também a explicação, dada pela primeira vez em 1562, de que a gráfica não possuía esses símbolos, razão pela qual foram utilizadas letras comuns do alfabeto.

Com base em Cajori (1993) elaboramos um quadro com alguns filósofos e matemáticos que são pertencentes ao grupo de utilizadores do que o autor chamou de "Plano Abreviado":

Quadro 1 – Autores que compõem o grupo de utilizadores do chamado "Plano Abreviado"

Princípio Aditivo		**Princípio Multiplicativo**	
Autor(es)	Data aproximada	Autor(es)	Data aproximada
Diofanto e seus editores (Xylander, Bachet, Fermat)	Século III	Bhaskara	Século XII
Al-Karkhî	Século XI	Escritores Árabes, com exceção de Al-Karkhî	Século XI
Leonardo de Pisa	1202	Luca Pacioli	1494
Árabe anônimo, que influenciou al-Qalasâdî	Sem data	Girolamo Cardano	1539
Michael Stifel	1545	Niccolò Tartaglia	1556-60
François Viète	1591	Christoff Rudolff	1525
Camilo Glorioso	1527	Michael Stifel	1544
William Oughtred	1631	Pedro Nuñes	1567
Samuel Foster	1659	Antich Rocha	1565

Fonte: Adaptado de Cajori (1993, p. 342-343)

Com auxílio do Quadro 1, fica evidente como os princípios aditivo e multiplicativo do Plano Abreviado coexistiram, por muitos anos, entre matemáticos que se propunham a representar diferentes potências de uma incógnita.

Cajori (1993) apresenta também outros filósofos e matemáticos que são pertencentes ao grupo dos que não se encaixam como utilizadores de algum dos dois princípios do Plano Abreviado nem do Plano Indexado. São eles:

Quadro 2 –Autores utilizadores de representações fora dos planos Abreviado e Indexado.

Autor	Data aproximada
Johannes Scheubel	1550
Thomas Harriot	1631
Johann Geysius	1630
John Newton	1654
Nathaniel Torporley	1631
Joseph Raphson	1702
Samuel Foster	1659

Fonte: Adaptado de Cajori (1993, p. 343)

Durante a idade moderna, na Europa, enquanto alguns estudiosos ainda utilizavam a álgebra na forma sincopada, outros foram desenvolvendo-a de maneira mais simbólica. Isso mudou também a forma de representação das potenciações, conforme veremos no tópico a seguir.

4. O PLANO INDEXADO E A ÁLGEBRA SIMBÓLICA

Moura e Sousa (2005, p. 28) explicam a importância do advento da álgebra simbólica para a matemática e para o desenvolvimento de outras ciências:

> A álgebra simbólica ou a logística especiosa de Viète representou uma radical mudança conceitual no pensamento da época, no Renascimento.
> Com a álgebra simbólica é possível elaborar as fórmulas. Há, nesse período, a necessidade de criar conceitos mais gerais que deem conta de entender os movimentos da vida. A palavra e a figura vão para um segundo plano, porque são ambíguas. Imagine-se, em pleno período do Renascimento, ter que explicar todas as palavras particulares e figuras elaboradas, para representar determinados movimentos da vida.
> O novo contexto econômico, político, social e cultural do Renascimento traz novas necessidades. É a fluência - e a interdependência - empurrando o pensamento humano para frente.

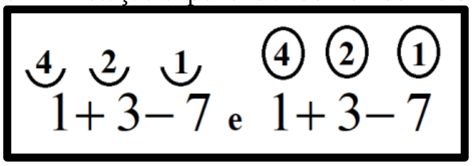
Nesse ínterim, a potenciação passou a ser representada de forma indexada, ou seja, com algum tipo de utilização de números para indicar a grandeza de suas potências. Boyer (1974) aponta que Oresme, ainda no século XIV, foi um dos primeiros matemáticos a utilizar potências de expoentes independentes, isto é, que não dependiam da combinação de outras potências anteriores, como faziam Diofanto e Bhaskara, por exemplo. Oresme "sugeriu também o uso de notações especiais para potências fracionárias" (Boyer, 1974, p. 192), além de instigar noções de potências irracionais. Apesar disso, Cajori (1993, p. 343, tradução nossa) afirma que "Oresme vislumbrou o conceito exponencial, mas sua notação pertence a um isolamento histórico e não constitui parte do curso de evolução do nosso moderno simbolismo exponencial".

Ademais, Oresme influenciou o matemático francês Chuquet, que lançou uma obra e a nomeou de *Triparty en la science des nombres*, cuja parte final tratava da "regra da incógnita", ou seja, uma abordagem algébrica, ainda que parte dela sincopada (Eves, 2004). Boyer (1974, p. 203, grifo do autor) afirma que neste trabalho Chuquet estabeleceu uma nova forma de escrever potências, bastante semelhante com a que temos atualmente:

> A segunda potência ele chamava *champs* (ao passo que o termo latino era *censos*), a terceira *cubiez*, e a quarta *champs de champ*. Para múltiplos dessas Chuquet inventou uma notação exponencial de grande importância. A *denominacion* ou potência da quantidade desconhecida era indicada por um expoente associado ao coeficiente do termo, de modo que nossas expressões modernas $5x$ e $6x^2$ e $10x^3$ apareciam em *Triparty* como $.5.^1$ e $.6.^2$ e $.10.^3$. Ainda mais, expoentes zero e negativos também aparecem juntamente com as potências inteiras positivas, de modo que nosso $9x^0$ ficava $.9.^0$ e $9x^{-2}$ era escrito como $.9.^{2.m}$, isto é, $.9.\, seconds\ moins$. Uma tal notação revelava as leis dos expoentes, que Chuquet pode ter conhecido através da obra de Oresme sobre proporções. Chuquet escreveu, por exemplo, que $.72.^1$ dividido por $.8.^3$ dá $.9.^{2.m}$ – isto é, $72x : 8x^3 = 9x^{-2}$.

Como já afirmamos anteriormente, o processo de construção de um conceito em matemática é dinâmico, o que significa que, de tempos em tempos, outras notações foram introduzidas. Ponte e Oliveira (1999) afirmam que matemáticos como Bombelli (1526-1572) e Stevin (1548-1620) escreviam expressões algébricas do tipo $x^4 + 3x^2 - 7x$, respectivamente, como:

Figura 4 – Notação exponencial de Bombelli e Stevin.



Fonte: Produzida pelo autor, com base em Ponte e Oliveira (1999).

De acordo com Cajori (1993), além dos já citados, outros estudiosos da época também contribuíram para o aperfeiçoamento da notação exponencial, como Cataldi, Romanus, Schooten, Bürgi, os irmãos Digges, entre outros. O que todos eles têm em comum é que, em suas notações, a base (que representava uma incógnita) era omitida, tal como pôde ser visto na Figura 4.

Cajori (1993, p. 345, tradução nossa) explica os possíveis motivos disso:

> Enquanto os coeficientes literais não eram usados e nem os números eram geralmente representados por letras, as notações de Chuquet, Bombelli, Stevin e outros eram bastante adequadas. Não havia nenhuma necessidade urgente de indicar as potências de um determinado número, digamos o cubo de doze; eles poderiam ser calculados de uma só vez. Além disso, como apenas a incógnita era elevada a potências que não podiam ser calculadas no local, por que

> alguém deveria se dar ao trabalho de escrever a base? Não era suficiente diminuir o expoente e omitir a base?

No entanto, isso começa a mudar a partir dos trabalhos do francês Viète (1540-1603), que contribuiu com avanços para várias áreas da matemática, como a trigonometria, a álgebra e a geometria. Cajori (1993, p. 345, tradução nossa) também comenta sobre isso:

> (...) quando através das inovações de Viète e outros, coeficientes literais passaram a ser empregados, e quando várias incógnitas ou variáveis passaram a ser usadas como em análises geometria, então a omissão da base tornou-se um defeito grave no simbolismo. Não é suficiente escrever $15x^2 - 16y^2$ como $ii \quad 15 - \quad ii\, 16$.

Especificamente sobre a notação de potências, Viète "introduziu a prática de se usar vogais para representar incógnitas e consoantes para representar constantes" (Eves, 2004, p. 309), além de passar a usar letras iguais para representar mesmas quantidades, algo inédito até então. Assim, as atuais expressões x, x^2 e x^3 eram simbolizadas por ele como $A, A\ quadratum$ e $A\ cubum$, que posteriormente foram abreviadas por outros matemáticos e ficavam representadas por $A, A\ q$ e $A\ c$, respectivamente (Eves, 2004). Isto é, as notações seguintes passaram a ter a sua base designada.

Cajori (1993, p. 345, tradução nossa) indica que Romanus, além de ter escrito potenciações sem a menção das bases, também deu um "importante passo" para a transformação dessa notação, pois "escreve bases e também os expoentes em expressões como $A(4) + B(4) + 4A(3)\ in\ B + 6A(2)\ in\ B(2) + 4A\ in\ B(3)$ o que significa $A^4 + B^4 + 4A^3B + 6A^2B^2 + 4AB^3$".

Ponte e Oliveira (1999) afirmam que Hérigone, em 1634, e Hume, em 1636, representavam a expressão $5a^4$ como $5a4$ e $5a^{iv}$, respectivamente. Ou seja, é importante notar, como sugere Cajori (1993) que Hérigone escreveu o coeficiente antes da base e o expoente após, semelhante ao que fez Romanus. Além disso, Hume elevou o expoente, de uma forma bastante parecida como fazemos atualmente, com a única exceção sendo o uso dos números romanos.

Apesar disso, foi na obra *Géometrie* (1637), de Descartes (1596-1650), que encontramos por primeiro as notações que aparecem de maneira similar nos trabalhos de diversos matemáticos posteriores como Leibniz, Wallis e Newton, bem como a que utilizamos nos dias atuais. Neste livro, Descartes utiliza as últimas letras do alfabeto para representar as incógnitas, bem como passa a usar as expressões xx e x^2 como "$x\ quadrado$" (Boyer, 1974).

Com base em Cajori (1993), elaboramos um quadro com alguns filósofos e matemáticos que são pertencentes ao grupo de utilizadores do que o autor chamou de "Plano Indexado":

Quadro 3 – Autores que compõem o grupo de utilizadores do chamado "Plano Indexado"

Não utilizam a base		**Utilizam a base**	
Autor(es)	Data aproximada	Autor(es)	Data aproximada
Nicolas Oresme	Século XIV	François Viète	1591
Nicolas Chuquet	1484	Adrianus Romanus	1595
Rafael Bombelli	1572	Pierre Hérigone	1634
Simon Stevin	1585	James Hume	1636
Leonard e Thomas Digges	1579	René Descartes	1637
Antonio Cataldi	1610/1613	Isaac Newton	1676
Adrianus Romanus	1593	John Wallis	1685
Franciscus van Schooten	1646	Gottfried Leibniz	1710
Joost Bürgi	1620	Leonhard Euler	1740
Nicolaus Reymers	1601		
John Kepler	1624		

Fonte: Adaptado de Cajori (1993)

Ponte e Oliveira (1999, p. 33, grifo do autor) afirmam que, mesmo com Descartes, "o conceito de potência ainda era algo restritivo. Ele só foi alargado, de modo que tanto a base como o expoente pudessem ser números racionais quaisquer, em 1676, por *Isaac Newton* (1642-1727)". Além disso, de acordo com Eves (2004, p. 432), "Wallis foi o primeiro a explicar de maneira razoavelmente satisfatória o significado dos expoentes zero, negativos e fracionários". Ponte e Oliveira (1999, p. 33) dizem ainda que:

> O conceito de potência viria receber seus retoques finais quando foi feita uma construção rigorosa do conjunto dos números reais, já no final do século XIX. Nessa altura, colocou-se finalmente a questão de saber em que casos faz sentido definir potência.

A partir do século XX, a área computacional evoluiu em grande velocidade e, por consequência, as linguagens de programação utilizadas para tal. Muitas delas surgiram e se tornaram obsoletas, outras são utilizadas até hoje, e em todas elas foi necessário expressar, de alguma maneira, a potenciação (Sebesta, 2011). O Quadro 4 mostra diferentes símbolos e expressões utilizados para representar a potenciação em algumas das mais utilizadas linguagens de programação das últimas décadas:

Quadro 4 – Símbolos e expressões utilizados para representar a potenciação em linguagens de programação

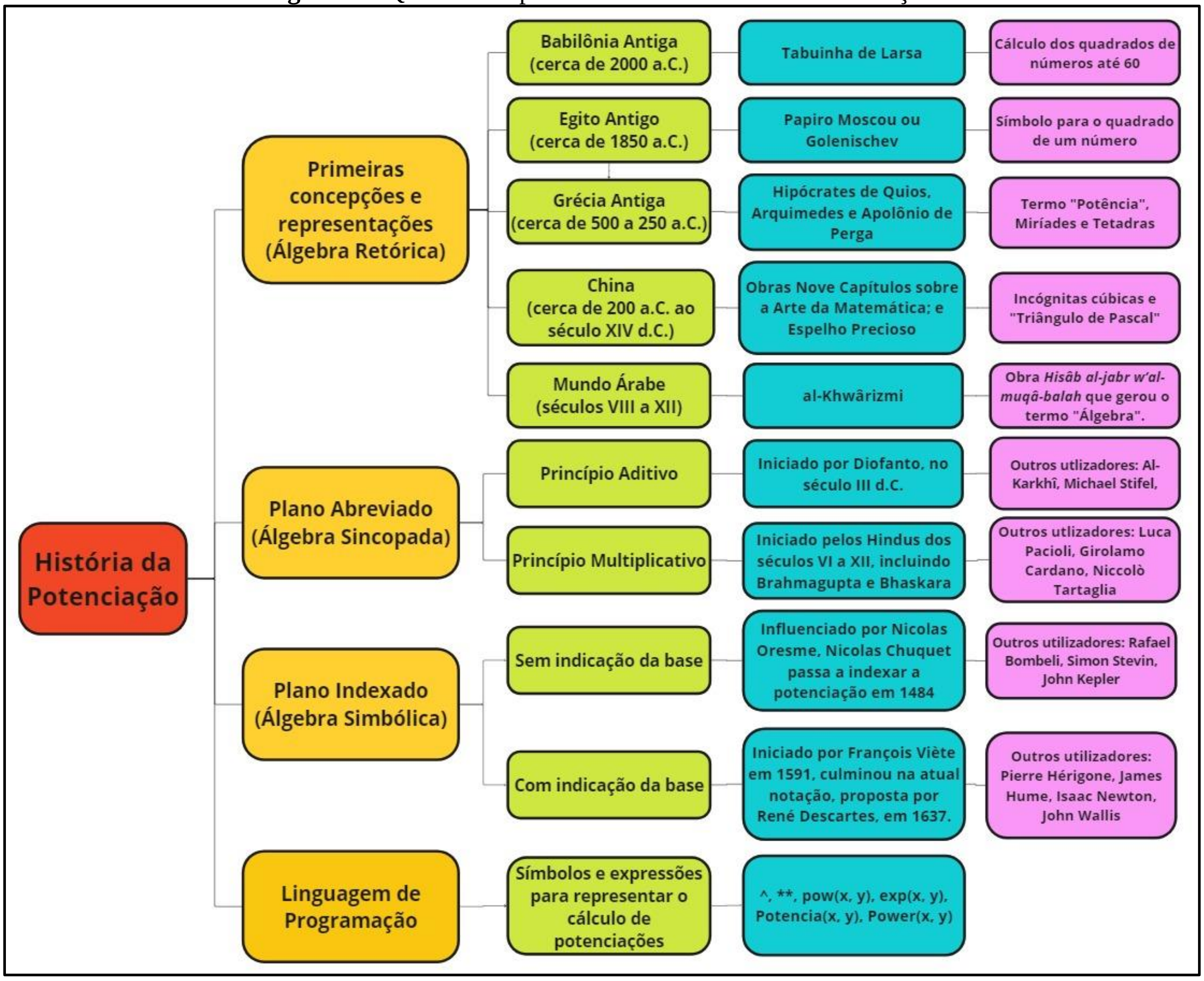
Símbolo ou expressão para Potenciação	**Linguagem de Programação**
^	R, Microsoft Excel, calculadoras de Smartphones, Pseudocódigos
**	Pascal, Python, Fortran 95, Javascript
pow(x, y)	C, C++, Java, Javascript, PHP
exp(x, y)	Fortran
Potencia(x, y)	Portugol
Power(x, y)	SQL

Fonte: o Autor.

Algumas linguagens, portanto, utilizam símbolos (“^” e “**”) e outras usam expressões que remetem à potenciação, em especial em inglês, como a maioria das linguagens de programação (pow, exp, Potência, Power).

Já na Figura 5 temos um quadro sinóptico que resume a cronologia da mudança da representação da potenciação, vista neste trabalho:

Figura 5 – Quadro Sinóptico acerca da História da Potenciação



Fonte: o Autor.

Apesar de o quadro da Figura 5 ter um formato bastante linear, é preciso lembrar que, tal como foi apresentado anteriormente, a matemática não foi concebida de maneira pronta, acabada e muito menos linearmente. Por vezes um conhecimento ou uma propriedade que se descobre em um momento histórico, só terá sentido matemático ou será agregado aos conhecimentos elaborados, em outros contextos históricos. De acordo com Eves (2004, p. 346), os logaritmos são um bom exemplo sobre isso:

> Hoje em dia, um logaritmo é universalmente considerado como um expoente; assim, se $n = b^x$, dizemos que x é o logaritmo de n na base b. Dessa definição, as leis dos logaritmos decorrem

> imediatamente das leis dos expoentes. Uma das incongruências da história da matemática é que os logaritmos foram descobertos antes de se usarem expoentes.

Cajori (1993, p. 360) elabora conclusões acerca do processo de elaboração da notação de Potenciação da seguinte forma:

> Talvez não haja simbolismo na álgebra que foi tão bem escolhido e tão maleável quanto aos expoentes Cartesianos. Descartes escreveu um a^3, x^4; a extensão deste para expoentes a^n em geral foi fácil. Além disso, a introdução de frações e números negativos, como expoentes, foi prontamente realizada. O expoente irracional, como em $a^{\sqrt{2}}$, encontrou admissão incontestada. Era natural tentar expoentes na forma de imaginário puro ou de números complexos (L. Euler, 1740). No século XIX valiosas interpretações foram elaboradas, as quais constituem a teoria geral de b^n onde b e n podem ser ambos complexos. Nossa notação exponencial tem sido de grande ajuda para o avanço da ciência da álgebra a um grau que não poderia ter sido possível sob a antiga notação alemã ou de outras anteriores. Em nenhum outro lugar a importância de uma boa notação para o rápido avanço de uma ciência matemática pode ser visto com mais força do que no simbolismo exponencial da álgebra.

De fato, como pudemos observar ao longo das seções, uma parte importante da história da matemática se confunde com a história do desenvolvimento da notação da potenciação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho adotou a pesquisa bibliográfica com o intuito de mostrar alguns dos principais aspectos da mudança da notação da potenciação. Para tanto, utilizou-se a visão de Cajori (1993) para organização das etapas que culminaram na atual concepção do objeto matemático da potenciação. Além disso, por acreditarmos que a transformação da notação da potenciação está consideravelmente ligada à da álgebra, dividimos as seções de acordo com a classificação vista na obra de, por exemplo, Moura e Sousa (2005), a qual afirma que a álgebra passou por três etapas: a retórica, a sincopada e a simbólica.

Foi visto, então, que as primeiras concepções sobre a potenciação de que se tem notícia hoje vêm dos antigos povos babilônicos e egípcios, milênios atrás, ainda em sua forma retórica. Também foram feitas representações por chineses, indianos, árabes e gregos, sendo estes últimos responsáveis por grandes avanços; principalmente na pessoa de Diofanto, que foi o primeiro a escrever a álgebra em sua forma sincopada. Após isso, muitos outros pensadores foram desenvolvendo suas próprias formas de escrever potências, por vezes na forma abreviada, em outras na forma indexada, até Viète dar um grande passo na transformação da álgebra simbólica e, com isso, fazendo a potenciação ser escrita de uma maneira mais parecida com a atual, com uma base e um expoente. Convém dizer que foi o matemático Descartes quem deu toques finais à notação, tal como a utilizamos até hoje; além de mais recentemente, as linguagens de programação utilizarem outras formas de representar um cálculo envolvendo a potenciação.

Ao longo deste trabalho, foi possível perceber que conhecer a história da formulação de uma ideia ou conceito matemático é importante porque ajuda desmistificar a concepção que muitas pessoas têm de que a matemática sempre foi uma ciência autossuficiente, ou seja, de que o seu desenvolvimento não dependeu de nenhum contexto histórico, social e/ou econômico; ou ainda que tudo o que foi proposto ou desenvolvido, ao longo da história, nesta área, sempre foi aceito de forma unânime entre seus estudiosos.

Com a potenciação não foi diferente: as concepções da ideia e notação, da forma como concebemos atualmente, tiveram contribuições de muitos matemáticos durante vários séculos. Assim, foi possível classificar os seus avanços em quatro fases: primeiras representações, plano Abreviado, plano Indexado e linguagem de programação; mesmo que estas ocorram de maneira concomitante em muitas ocasiões, entre diferentes povos e estudiosos.

Portanto, consideramos que é essencial, para os profissionais dessa área, conhecer um pouco mais acerca desse e de vários outros temas relacionados ao desenvolvimento de conceitos, propriedades e teoremas matemáticos, visando a melhoria de sua atuação, principalmente àqueles que trabalham em sala de aula, para assim possibilitarem uma prática de ensino mais atrativa e eficaz aos seus alunos. Também é importante considerarmos que este trabalho foi desenvolvido a partir de uma visão histórica de transformação da álgebra que é questionada por alguns autores. Por consequência, talvez possa valer a pena reescrever essa história por outros pontos de vista.

REFERÊNCIAS

BALL, W. W. R. (1960). *A Short Account of the History of Mathematics*. (4ª Ed.). New York: Dover Publications, Inc. https://www.gutenberg.org/ebooks/31246

BOYER, C. B. (1974). *História da matemática*. Trad. Elza F. Gomide. 1. ed. Editora Edgard Blucher, São Paulo.

BRASIL. Ministério da Educação (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

CAJORI, F. (1993). *A History of Mathematical Notations*. New York: Dover Publications, Inc. https://www.maths.ed.ac.uk/~v1ranick/papers/cajorinot.pdf

CASTRO, T. B. de. (2016). *A História da Matemática como Motivação para o Processo de Aprendizagem e Contextualização dos Conteúdos Matemáticos na Educação Básica*. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal de Juiz de Fora. https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=3625252>.

EVES, H. (2004). *Introdução à história da Matemática*. Tradução Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp.

HEEFFER, A. (2009). *On the Nature and Origin of Algebraic Symbolism*. Centre for Logic and Philosophy of Science. Ghent University, Belgium. https://www.researchgate.net/publication/238458171_On_the_Nature_and_Origin_of_Algebraic_Symbolism

MOURA, A. R. L. de; SOUSA, M. do C. de. (2005). O lógico-histórico da álgebra não simbólica e da álgebra simbólica: dois olhares diferentes. *Zetetike*, Campinas, SP, v. 13, n. 2, p. 11–46. DOI: 10.20396/zet.v13i24.8646987. https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646987.

PAIAS, A. M. (2009). *Diagnóstico dos erros sobre a operação potenciação aplicado a alunos dos ensinos fundamental e médio*. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. https://tede.pucsp.br/handle/handle/11385

POMBO, O. (s.d.) *Arquimedes, contador de areia: as sementes de papoila e o universo*. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. https://webpages.ciencias.ulisboa.pt/~ommartins/seminario/contadorareia/versaocomenvelhas.htm

PONTE, J. P., OLIVEIRA, H. (1999). Marcos históricos no desenvolvimento do conceito de potência. Centro de investigação em Educação. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. *Revista de Educação e Matemática*, nº 52. https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/784

ROQUE, T. (2012). *História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro, Zahar.

SEBESTA, R. W. (2011). *Conceitos de linguagem de programação*. 9ª Ed. Bookman Companhia Editora Ltda.

SMITH, D. E. (1925). *History of mathematics*. Vol II. Especial topics of elementar mathematics. New York: Dover Publications, Inc. https://www.gutenberg.org/ebooks/search/?query=history+of+mathematics+smith&submit_search=Go%21

STRICK, H. K. (2012). Michael Stifel (1487–1567). *Spektrum der Wissenschaft. Der Mathematische Monatskalender*. https://www.spektrum.de/wissen/michael-stifel-1487-1567/1137790