



Uma perspectiva histórica do Ensino do Cálculo Diferencial e Integral nas licenciaturas

*A Historical Perspective on the Teaching of Differential and Integral Calculus in
Licentiate Programs*

Ronaldo Theodorovski¹

Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

theodorovski@alunos.utfpr.edu.br



Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8989768035357660>



Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-5522-2100>

André Luis Trevisan²

Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

andrelt@utfpr.edu.br



Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3166010229447391>



Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-8732-1912>

¹ Doutorando em Ensino de Ciência e Tecnologia. Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Ponta Grossa, PR, Brasil. Endereço para correspondência: PPGECT - Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Rua Doutor Washington Subtil Chueire, 330 - Jardim Carvalho, CEP 84017-220, Ponta Grossa - PR - Brasil. E-mail: theodorovski@alunos.utfpr.edu.br

² Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Professor e pesquisador do PPGECT - Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Ponta Grossa, PR, Brasil. Endereço para correspondência: PPGECT - Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Rua Doutor Washington Subtil Chueire, 330 - Jardim Carvalho, CEP 84017-220, Ponta Grossa - PR - Brasil. E-mail: andrelt@utfpr.edu.br.

RESUMO

Este ensaio apresenta uma análise histórica do ensino de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) nos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil, com base em uma revisão narrativa. O estudo examina as transformações curriculares e metodológicas desde a introdução do CDI nos currículos, influenciadas por movimentos internacionais e reformas locais, e analisa seu impacto na formação de professores. Ao longo do tempo, o CDI transcendeu as ciências exatas, integrando-se ao campo da Educação Matemática e promovendo um ensino alinhado às demandas atuais. Esse processo incentiva reflexões críticas sobre os fatores históricos que moldaram o ensino da Matemática e oferece subsídios para práticas pedagógicas que dialogam com as necessidades educacionais contemporâneas. Dessa forma, o CDI reafirma seu papel central na formação de professores, unindo a compreensão matemática à prática educacional, fortalecendo o ensino da Matemática na Educação Básica.

Palavras-chave: Cálculo Diferencial e Integral. Licenciatura em Matemática. História do Ensino de Cálculo. Educação Matemática. Formação de Professores.

ABSTRACT/RESUMEN/RÉSUMÉ

This essay provides a historical analysis of the teaching of Differential and Integral Calculus (DIC) in Mathematics Teaching Degree programs in Brazil, based on a narrative review. The study examines the curricular and methodological transformations since DIC was first introduced, influenced by both international movements and local reforms, and analyzes its impact on teacher training. Over time, DIC has expanded beyond the exact sciences, integrating into the field of Mathematics Education and promoting teaching practices aligned with contemporary demands. This process encourages critical reflection on the historical factors that have shaped mathematics education and offers support for pedagogical practices that address current educational needs. In this way, DIC reaffirms its central role in teacher training, bridging mathematical understanding and educational practice, and strengthening mathematics teaching in basic education.

Keywords/Palabras clave: Differential and Integral Calculus. Mathematics Teacher Education. History of Calculus Teaching. Mathematics Education. Teacher Training.

INTRODUÇÃO

O Cálculo Diferencial e Integral (CDI), também chamado somente de Cálculo, é considerado “intocável” nos currículos dos cursos de Licenciatura em Matemática (Gereti & Savioli, 2021). O Cálculo, oferecido em diferentes níveis na licenciatura, por exemplo, o Cálculo I, Cálculo II, entre outros, desempenha um papel de alicerce para disciplinas relacionadas, como a Análise Matemática. A interligação entre o CDI e a Análise Matemática amplia o conhecimento matemático dos futuros professores de Matemática em relação ao estudo de funções reais, limites, continuidade, derivadas e integrais, proporcionando uma compreensão mais profunda desses conceitos (Ávila, 2001).

A formação de professores de Matemática enfrenta desafios relacionados à diversidade de perfis entre os licenciados, como destacam Gatti e Nunes (2009). Para as autoras, embora alguns licenciados possuam uma base matemática sólida, muitos encontram dificuldades para lidar com as demandas práticas da sala de aula, que exigem habilidades que vão além do domínio específico da disciplina. Nesse sentido, Voigt e Pesce (2019) enfatizam a importância de diferenciar a formação destinada aos licenciados daquela oferecida aos bacharéis.

Nas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs) para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura, por meio do Parecer aprovado pelo Conselho Nacional de Educação/Câmara de Educação Superior em 6 de novembro de 2001 (CNE/CES 1.302/2001), enfatiza que os conteúdos comuns devem ser “Cálculo Diferencial e Integral; Álgebra Linear; Fundamentos de Análise; Fundamentos de Álgebra; Fundamentos de Geometria; Geometria Analítica. A parte comum deve incluir: a) conteúdos matemáticos presentes na educação básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise; [...]” (Brasil, 2002, p. 6). Afinal, “a disciplina de Cálculo proporciona um estímulo ao raciocínio do aluno-professor, tornando-o um profissional crítico e capaz, preparado para trabalhar em sala de aula” (Aléssio, 2019, p. 50).

As Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica em nível superior (DCFP) (Brasil, 2019), indicam alguns princípios direcionadores, destacando a relação entre a formação oferecida e as habilidades práticas esperadas dos futuros professores. Essas diretrizes visam modificar a abordagem educacional convencional, estabelecendo conexões entre os conhecimentos específicos da área de estudo e os conhecimentos pedagógicos necessários para o exercício da docência.

É fundamental promover melhorias na formação inicial dos professores, preparando-os para compreender e aplicar noções de Cálculo de maneira adequada ao currículo escolar vigente. Nesse contexto, o objetivo deste ensaio, que representa um recorte de uma pesquisa de

doutorado em andamento do primeiro autor, é analisar o ensino de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) nos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil, destacando as transformações curriculares e metodológicas dessa disciplina, influenciadas por movimentos internacionais e reformas locais, e seu impacto na formação de professores. O foco é refletir sobre como essas mudanças contribuíram para alinhar o ensino de CDI às necessidades educacionais atuais.

Para realizar este ensaio, adotamos uma revisão narrativa da literatura, abrangendo diferentes tipos de documentos, como artigos, teses, dissertações e textos on-line. Esse método permite explorar as transformações curriculares e metodológicas no ensino de Cálculo nos cursos de Licenciatura em Matemática, fornecendo uma visão integrada a partir de fontes relevantes. Conforme Botelho *et al.* (2011, p. 125), “a revisão narrativa é utilizada para descrever o estado da arte de um assunto específico, sob o ponto de vista teórico ou contextual,” sendo, assim, uma abordagem apropriada para investigar a evolução histórica e o impacto do CDI na formação de professores.

A reflexão com contexto histórico sobre o ensino da Matemática, especialmente no que se refere ao CDI, proporciona uma base essencial para que formadores de professores compreendam as raízes e as transformações da prática docente ao longo do tempo. Essa perspectiva histórica permite aprimorar práticas pedagógicas e contextualizá-las de maneira mais rica e alinhada às demandas contemporâneas. Como destacam Cunha e Fernandes (1994), a prática docente, acompanhada de uma reflexão cuidadosa, é uma fonte insubstituível de aprendizado, possibilitando que os professores reformulem suas ações com base na experiência vivida, aprendendo com colegas, alunos e com o próprio fazer pedagógico.

Este ensaio é organizado em quatro partes: além dessa introdução, apresentamos um panorama histórico do ensino de CDI em universidades brasileiras; em seguida, trazemos como foco de discussão o contexto histórico da disciplina em CDI em cursos de Licenciatura; concluindo, tecendo algumas considerações finais.

1. UM PANORAMA HISTÓRICO DO ENSINO DE CDI NAS UNIVERSIDADES BRASILEIRAS

A inclusão dos conteúdos de limites, derivadas e integrais no currículo das escolas brasileiras em 1890, por Benjamin Constant, gerou controvérsias na época. Como ministro do Estado dos Negócios da Instrução e Correios, Benjamin buscou implementar ideias positivistas

na Educação, o que incluía a hierarquia enciclopédica das ciências positivas, como matemática, astronomia, física, química, biologia e sociologia (Lima, Silva & Valente, 2022).

Em consonância com os aspectos históricos, destaca-se a pesquisa de Reis e Pais (2021), que analisa as origens do ensino de Cálculo no século XIX, abordando instituições anteriores à criação da Escola Politécnica do Rio de Janeiro. Nesse estudo, os autores identificaram a influência marcante do positivismo nas raízes históricas do ensino de Cálculo. Valente (2017) reforça que a construção dos saberes disciplinares, incluindo os relacionados ao ensino da Matemática, é moldada por diversos fatores, evidenciando a extensão desse pensamento filosófico a várias áreas do conhecimento científico.

Trata-se de admitir a precedência de um suposto mundo de conceitos e ideias acabadas, implicando uma maneira própria de conceber não somente a base conceitual dos saberes matemáticos a ensinar, bem como os saberes para o ensino da matemática. Na época considerada, século XIX, o pensamento positivista foi principalmente tratado pelo filósofo Augusto Comte (Reis & Pais, 2021, p.281).

Com base em Reis e Pais (2021), destaca-se que a sistematização progressiva do ensino do CDI na Escola Politécnica nas últimas décadas do século XIX apresentou indícios que levaram, no início do século seguinte, à formação de um campo profissional que se estabeleceu como centro de disseminação de conhecimentos matemáticos no Brasil. Um dos protagonistas-chave nesse movimento foi o professor Otto de Alencar, cujo trabalho matemático publicado em 1896 revelou as limitações das ideias de Auguste Comte, especialmente em relação à impossibilidade de demonstrar a continuidade na produção de novos saberes matemáticos.

Posteriormente, a Reforma Epiácio Pessoa (Decreto nº 3.890, de 01 de janeiro de 1901) promoveu mudanças significativas nos Ensinos Secundários (que corresponde ao atual Ensino Médio). Essa reforma propôs a exclusão de alguns conteúdos matemáticos, incluindo o próprio Cálculo da Educação Básica (Mondini & Bicudo, 2019).

No entanto, ocorreram propostas educacionais inovadoras, impulsionadas pelas demandas da sociedade, que estava experimentando um rápido crescimento urbano e expansão industrial. Essas propostas surgiram com o objetivo de modernizar o ensino de Matemática no Brasil, inspiradas pelo movimento internacional liderado pelo matemático alemão Christian Felix Klein (1849-1925), presidente da Comissão Internacional do Ensino de Matemática (CIEM/IMUK), criada em 1908. Esse movimento buscava discutir e minimizar as dificuldades enfrentadas no ensino da Matemática em diversos países, incluindo França, Alemanha, Inglaterra, Itália e Estados Unidos (Duarte, 2019).

O movimento de modernização do ensino de Matemática conquistou seguidores em toda a Europa e América, sendo Felix Klein seu principal expoente. Ele promoveu mudanças

significativas nos cursos de Matemática na Europa Central, iniciando na Alemanha uma reforma que buscava aproximar a Matemática ensinada nas escolas daquela praticada nas universidades (Miranda, 2004). De acordo com Klein (1927, apud Miranda, 2004, p. 57), seu objetivo era “adaptar o ensino escolar às ideias do desenvolvimento moderno da ciência e da cultura geral, considerando também as necessidades dos professores no contexto universitário”.

Como resultado, os movimentos internacionais tiveram um impacto direto no Brasil, especialmente por meio das chamadas Reforma Capanema e Reforma Francisco Campos, ocorridas na década de 1920. Um dos principais defensores dessas reformas foi o professor Euclides Roxo. Uma das questões abordadas nesses movimentos foi a posição ocupada pelo Cálculo na escola secundária (Gomes, Almeida & Silva, 2022). O decreto número 18564, datado de 15 de janeiro de 1929, oficializou essa proposta, entretanto, sua implementação ficou restrita ao Colégio Pedro II do Rio de Janeiro. Apesar de ser considerada uma instituição modelo, não havia garantia de que outras escolas seguiriam as mesmas orientações (Torres & Giraffa, 2009).

Nos anos 1930, foram estabelecidos os colégios universitários pelo Decreto nº 19.890, de 18 de abril de 1931, que criou o sistema nacional de ensino durante o governo provisório de Getúlio Vargas, entre 1930 e 1934. Francisco Campos, Ministro da Educação, convidou o professor Euclides Roxo para integrar a comissão de reforma educacional. Roxo aceitou e elaborou novos programas de matemática. As mudanças implementadas no Colégio Pedro II foram estendidas a todo o país durante a reforma liderada por Campos (Duarte, 2019).

As concepções de Euclides Roxo priorizavam a integração dos diversos ramos da Matemática, propondo um rompimento com a tradicional separação entre aritmética, álgebra e geometria. Nesse sentido, suas ideias convergiam para a reestruturação do currículo, centrando-o no conceito de função e incorporando noções de CDI para todos os alunos do ensino secundário, conforme destacado por Soares, Dassie e Rocha (2004, p. 8). Assim,

[...] não se tratava, portanto, de dar menor valor aos tópicos puros da matemática, mas de fazer um ensino por meio de aplicações e da intuição. Roxo acreditava que o ensino de matemática deveria ser feito a partir do intuitivo – o concreto – para depois chegar ao abstrato – formal. As propostas de Roxo estavam claramente em conformidade com as novas tendências para o ensino da matemática, e a influência de Felix Klein era visivelmente atestada (Miranda, 2004, p.62-63).

É notável que Euclides Roxo foi fortemente influenciado por Felix Klein. Roxo apresenta dois argumentos, baseados em Klein, para justificar a reintrodução do Cálculo no ensino secundário brasileiro. O primeiro argumento está relacionado ao ensino superior, especialmente no caso das funções. Ele argumenta que a inclusão desses conceitos de CDI, como as funções, facilitaria a transição entre o ensino secundário e o ensino superior, reduzindo

a descontinuidade entre esses dois níveis educacionais. O segundo argumento se baseia no reconhecimento do Cálculo Infinitesimal como uma parte fundamental da cultura geral, defendendo sua inclusão no currículo para uma formação mais abrangente (Dassie, 2011).

A Reforma Francisco Campos enfrentou críticas de defensores das disciplinas humanistas, adeptos do ensino tradicional da Matemática e representantes de escolas técnicas, incluindo o Colégio Militar do Rio de Janeiro. Esses grupos rejeitaram a abordagem positivista da nova proposta para o ensino da Matemática, apresentando argumentos diversos (Soares, Dassie & Rocha, 2004).

Segundo Soares, Dassie e Rocha (2004), os professores da época observaram uma significativa falta de formalismo matemático nas propostas da Reforma Francisco Campos. Em sua análise intitulada *O ensino da matemática nos cursos secundários: diretrizes e programas*, Vianna (1937), citado por Soares, Dassie e Rocha (2004), avaliou criticamente as mudanças no ensino da Matemática. Ele argumentou que, desde 1928, buscava-se uma profunda reforma de métodos, e não apenas de programas. Contudo, segundo Vianna, “não foi assim entendida, em geral, e de tal modo a deturparam que, para a grande maioria, o ensino permaneceu na fase inicial intuitiva, degenerando, quando devia atingir a fase formal” (apud Soares, Dassie & Rocha, 2004, p. 10).

Todavia, pode-se interpretar que as ideias de Euclides Roxo tinham a intenção de orientar o ensino da Matemática escolar em torno dos conteúdos do CDI, servindo como um ponto de partida essencial para o estudo mais avançado da matemática no nível superior. Pois,

[...] repousa na ideia de que o papel da escola é o de adaptar o conhecimento científico a crianças e adolescentes. Nesse caso, concebe-se o processo de escolarização como formas didáticas de elementarizar o saber científico. Assim, as formas avançadas do saber considerado de nível superior deverão organizar os seus elementos, tomados como os primeiros passos a serem aprendidos pelos alunos, com vistas ao acesso ao saber avançado dado pelas disciplinas científicas. A obra de Félix Klein é emblemática para caracterizar tal perspectiva. Seu título é esclarecedor: *A matemática elementar de um ponto de vista superior* (Barbosa Lima, Silva da Silva & Rodrigues Valente, 2022, p.5).

Nesse contexto, Miranda (2004) examinou a história do ensino de Cálculo, com destaque para o livro “*Calculus Made Easy*” (1910) escrito por Silvanus Phillips Thompson, destinado originalmente a estudantes do Ensino Médio na Inglaterra. O livro abordava os conceitos fundamentais do Cálculo de forma intuitiva e aplicada, e, apesar das críticas e do repúdio dos matemáticos da época, conquistou a admiração e o respeito de muitos estudantes de Cálculo ao longo do século XX. Adicionalmente, no estudo de Miranda (2004), há uma investigação acerca da possível relação entre Thompson e o Movimento de Modernização do ensino de Matemática, liderado por Felix Klein a partir de 1900.

Além disso, de acordo com Miranda (2004), desde a primeira edição do livro de Silvanus Thompson, sua obra se destacou por sua simplicidade e clareza, de forma bem-humorada. Ao enfatizar as ideias básicas do Cálculo e colocar em segundo plano as técnicas tediosas de resolução de problemas, que hoje podem ser facilmente solucionadas por computadores.

Com esta característica, o texto de Thompson aponta uma direção a se tomar quando se pensa na possibilidade de abordar, por exemplo, o conceito de derivada e suas aplicações no ensino médio, ideia defendida por autores como Geraldo Ávila [...]. O professor Geraldo Ávila, defende que a derivada deva ser inserida no currículo do ensino médio no que diz respeito ao estudo de funções. Nele, defende que não se trata de uma inicialização ao estudo do Cálculo, como se faz nos semestres iniciais da graduação para os cursos de engenharia e ciências exatas, e sim uma apresentação sucinta, sem aprofundamento de definições rigorosas, reforçando mais os conceitos intuitivos do que a formal, baseado em considerações geométricas e aplicações simples e cotidianas como as definições de velocidade média e instantânea, por exemplo (Pereira & Bernardes, 2020).

Considerando esse cenário de ensino, é pertinente ressaltar algumas particularidades desse livro: i) O livro de Thompson foi escrito precisamente durante o período em que o ensino da Matemática estava sendo debatido, na década inicial do século XX; ii) A abordagem intuitiva e direta adotada por Thompson estava ligada à ideia de desmistificar o Cálculo; iii) No meio matemático, o livro não recebeu reconhecimento, pois se considerava que ele não abordava os conceitos do Cálculo com o rigor e formalismo (Miranda, 2004).

No contexto brasileiro, essa conjuntura incentivou autores de materiais didáticos a criar obras de ampla circulação, impulsionando assim o crescimento da indústria editorial de livros didáticos e até mesmo a criação de editoras de abrangência nacional. Esse fenômeno ocorreu devido à carência de referências nacionais para o ensino das disciplinas emergentes nas instituições de ensino secundário (Lima, Silva & Valente, 2022).

Em um estudo realizado por Manoel (2018), foi realizada uma análise dos aspectos didáticos e epistemológicos relacionados aos conteúdos matemáticos e conceitos iniciais para o estudo do CDI presentes nos livros didáticos adotados no Colégio Pedro II, durante as primeiras quatro décadas do período republicano.

Na pesquisa de Manoel (2018), também foram analisadas as definições, os recursos de ensino utilizados e os exercícios matemáticos encontrados nos livros didáticos. O objetivo desse estudo foi compreender a relação entre os conteúdos abordados e a subsequente introdução do CDI, revelando uma valorização significativa da Matemática, possivelmente influenciada pelas discussões educacionais promovidas pelo matemático alemão Félix Klein.

Entretanto, a influência dos trabalhos de Nicolas Bourbaki, um pseudônimo que representava um grupo de matemáticos franceses, trouxe uma nova abordagem para os livros didáticos de Matemática, especialmente nas décadas de 1950 a 1970. Essa influência foi

estudada por Oliveira (2019), que destacou o impacto do grupo Bourbaki no ensino de CDI, principalmente na França e também em escolas e universidades brasileiras. O grupo Bourbaki foi fundado em 1934 e era composto por seis jovens matemáticos franceses: Henri Cartan, Claude Chevalley, Jean Delsarte, Jean Dieudonné, René de Possel e André Weil.

De acordo com Oliveira (2019), não se sabe ao certo em que momento os trabalhos do grupo Bourbaki se espalharam pelo mundo. No entanto, uma das consequências desses trabalhos foi o surgimento, na Europa, de um movimento de reformulação dos currículos conhecido como Movimento Matemática Moderna (MMM). Esse movimento buscou aplicar as ideias de Bourbaki no ensino da Matemática. De acordo com Novaes, Pinto e França (2008, p. 3351), o MMM teve um forte impacto na forma de ensinar matemática, abrangendo tanto os conteúdos quanto as metodologias utilizadas pelos professores.

O movimento teve como base “a Teoria dos Conjuntos, tendo como ideia central o conceito de estrutura” (Novaes, Pinto & França, 2008, p. 3351). Sendo assim,

As principais características do Movimento da Matemática Moderna (MMM) foram o pensamento axiomático, maior grau de generalização, alto grau de abstração, maior rigor lógico, uso de vocábulos contemporâneos, precisão da linguagem, método dedutivo e a forte influência estruturalista (Novaes, Pinto & França, 2008, p.3356).

Conforme Oliveira (2019), no Brasil um dos principais representantes do MMM foi Osvaldo Sangiorgi. Em 1960, Sangiorgi foi estagiar nos Estados Unidos e teve a oportunidade de participar de dois cursos oferecidos pela Universidade de Kansas: o *Summer Institute for High School e College Teachers of Mathematics*. Após retornar ao Brasil, ele reformulou toda a sua coleção de livros didáticos da Educação Básica, criando em 1961 o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM).

Através do GEEM, Sangiorgi começou a divulgar suas ideias modernizadoras e a propor um novo currículo para o ensino da Matemática. O objetivo do GEEM era coordenar, divulgar e introduzir a Matemática Moderna no contexto da escola secundária. Além do GEEM, surgiram outros grupos de estudos em diferentes estados do país, como o GEEMPA em Porto Alegre, GEE no Rio Grande do Sul, GE no Paraná, GEMEG no Rio de Janeiro e GE na Bahia. Esses grupos buscavam promover a modernização do ensino da Matemática e disseminar as abordagens do MMM (Oliveira, 2019).

De acordo com Souza (2019), os livros didáticos de Matemática, voltados para o ensino secundário, produzidos após a reforma de 1931 destaca-se as obras de Ary Quintella (1965), reconhecido como um dos principais autores nesse campo. Esses livros foram publicados entre as décadas de 1940 e 1960. Além disso, Souza (2019) ressalta que os livros didáticos de

Matemática da década de 1960, incluindo os escritos por Ary Quintella, receberam influências do MMM em certa medida.

Dentre todas as reformas do ensino da Matemática no Brasil, o MMM destacou-se como a mais conhecida. No entanto, devido à exigência de um rigor excessivo, tornou-se impraticável abordar adequadamente os tópicos de Cálculo no Ensino Médio, resultando novamente em sua exclusão do currículo (Soares, Dassisti & Rocha, 2004).

Ao aproximar a Matemática Escolar da Matemática Pura, centrando o ensino nas estruturas e usando a linguagem dos conjuntos como elemento de unificação, a reforma deixou de considerar que aquilo que se propunha estava fora do alcance dos alunos e dos professores. [...] A linguagem dos conjuntos foi ensinada com tal ênfase que a aprendizagem de símbolos e de grande quantidade de terminologia comprometia o Ensino do Cálculo, da geometria e das medidas (Soares, Dassisti & Rocha, 2004, p.12).

De acordo com as investigações de Machado (2016), a partir de 1960, houve uma progressiva exclusão do ensino de Cálculo das escolas brasileiras. Os defensores da Matemática Moderna deram prioridade a outros tópicos que julgavam mais alinhados com as necessidades modernas, ao mesmo tempo que a ênfase na Teoria dos Conjuntos e nos detalhes axiomáticos exigidos consumia muito tempo no programa, reduzindo as oportunidades para o ensino de Cálculo. Ademais, os vestibulares daquela época, em sua maioria, não abordavam mais o estudo de Cálculo em seus editais (Machado, 2016).

Esse movimento trouxe reflexões importantes, influenciando decisivamente a formação e o ensino da Matemática no Brasil. Segundo Soares, Dassisti e Rocha (2004), há duas perspectivas sobre o MMM: uma aborda a adoção da Matemática Moderna nas escolas, considerando métodos, livros didáticos e impactos no ensino; a outra foca na organização dos professores em apoio às reformas. A visão predominante reconhece o MMM como um marco para uma nova fase no ensino da Matemática no país.

É consensual que a inclusão da Matemática Moderna no currículo escolar brasileiro não solucionou os problemas existentes no ensino. No entanto, o período do MMM destacou-se pela mobilização de professores engajados em melhorar o ensino da Matemática. Embora esse não fosse seu objetivo principal, o movimento promoveu reflexões importantes sobre a prática docente e os propósitos do ensino (Soares, Dassisti & Rocha, 2004).

A formação de grupos de pesquisa representou uma oportunidade significativa para atualizar e capacitar professores com lacunas na formação acadêmica oferecida pelas universidades. Esses grupos também impulsionaram o surgimento de uma nova geração de educadores matemáticos, fortalecida nas décadas de 70 e 80. Além disso, o movimento

consolidou a importância de encarar o ensino da Matemática como objeto de estudo e reflexão (Soares, Dassisti & Rocha, 2004).

Assim, a evolução da disciplina Matemática no Brasil foi mais fortemente influenciada pelos padrões internacionais do que pelas instabilidades políticas locais. Nesse contexto, a matemática escolar brasileira demonstrou uma notável resistência, ancorada na perseverança de professores antipositivistas e na estruturação já estabelecida dos materiais didáticos.

2. UM OLHAR PARA OS CURSOS DE LICENCIATURA

Para fornecer um contexto histórico da disciplina em CDI em cursos de Licenciatura, é relevante mencionar a pesquisa realizada por Lima (2012), que examinou a evolução do Cálculo como disciplina acadêmica no Curso de Matemática da Universidade de São Paulo (USP). A pesquisa abrangeu o período de 1934, ano de criação da instituição, até 1994, quando a disciplina de Cálculo I passou a adotar oficialmente um programa de ensino diferente daquele oferecido no Bacharelado em Matemática.

Em 1934 foi criada, em São Paulo, a USP, primeira universidade do país e, em sua Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras passou a funcionar o primeiro curso de graduação em Matemática do Brasil. Buscou-se fundar uma instituição que seguisse os mesmos moldes das conceituadas universidades europeias e, para que tal objetivo fosse atingido, diversos pesquisadores estrangeiros foram contratados, dentre os quais o analista italiano Luigi Fantappiè, que trouxe para o Brasil o modelo de ensino presente nos cursos de Matemática da Itália e de diversos outros países europeus, no qual não havia no currículo uma disciplina chamada Cálculo Diferencial e Integral. Os conceitos fundamentais deste ramo do conhecimento eram trabalhados diretamente em uma disciplina chamada Análise Matemática (Lima, 2013, p. 4).

O ensino do Cálculo passou por significativas transformações ao longo do tempo. Até cerca de 1960, nas instituições de ensino superior do Brasil, como as Faculdades de Filosofia com cursos de Matemática e Física, prevaleciam os padrões europeus, com base em obras de autores como Édouard Goursat, da França, e Francesco Severi, da Itália. Os cursos dessa época abrangiam conteúdos que hoje estão distribuídos em disciplinas distintas, como Cálculo e Análise Matemática (Ávila, 2002).

Conforme Ávila (2002), esse modelo refletia os renomados “*Cours d'Analyse*” das escolas francesas, onde eram ensinados tópicos abrangendo Cálculo de uma ou mais variáveis, funções de uma variável complexa, equações diferenciais ordinárias e parciais, geometria diferencial de curvas e superfícies, bem como uma introdução à análise de Fourier. A Geometria Analítica era geralmente ministrada em uma disciplina separada, seguindo a prática atual.

Um exemplo pessoal citado pelo autor é o período em que cursou licenciatura em Matemática na USP, de 1953 a 1956, onde teve um curso de Análise Matemática de três anos que incluía todos os tópicos mencionados anteriormente. O curso iniciava, logo no primeiro ano, com a teoria dos números reais e noções de topologia na reta, além de abordar funções elementares, limites, derivadas e integrais, tanto em uma como em múltiplas variáveis (Ávila, 2002).

Ávila (2002) continua a análise do panorama histórico do ensino do Cálculo, destacando que a partir de 1960 ocorreram mudanças significativas nessa área. Nesse período, os livros americanos começaram a ganhar espaço, substituindo os livros europeus como principais referências utilizadas. Essa transição também trouxe consigo uma nova abordagem no ensino, em que o Cálculo passou a ser ensinado antes da Análise Matemática, diferentemente do modelo anterior que incluía ambos os tópicos em um mesmo curso.

Apesar das transformações, a ênfase na apresentação rigorosa do Cálculo, influenciada por professores europeus, permaneceu por algum tempo. Segundo Ávila (2002), um exemplo dessa abordagem é a introdução da definição de limite em termos de epsilon (ϵ) e delta (δ) logo no início do curso, seguida pela dedução de suas propriedades. Livros como o de Johnson e Kiokemeister foram amplamente utilizados no ensino “rigoroso” do Cálculo em universidades brasileiras nos anos 60 e em instituições dos Estados Unidos nas décadas seguintes, gerando análises críticas sobre sua abordagem.

Curiosamente, o Prof. Elon, que nunca escreveu um livro didático de Cálculo, foi quem mais citou manuais didáticos de Cálculo, dos quais critica o livro de Johnson, Kiokemeister por apresentar um Cálculo com uma ênfase inadequada nas demonstrações e, portanto, na abordagem formalista. O Prof. Ávila também faz referências críticas a este livro, pois o considera um livro que apresenta o Cálculo de uma maneira rigorosa e que, infelizmente, foi muito utilizado no Brasil nas décadas de 60 e 70 (Reis, 2001, p.165).

A investigação do ensino de Cálculo em uma perspectiva histórica revela sua natureza essencialmente epistemológica, transcendendo os métodos e técnicas de ensino atuais, sendo anterior ao próprio tempo de sua realização. Isso ressalta a importância desse estudo para o ensino contemporâneo da disciplina, uma vez que os fundamentos e conceitos desenvolvidos ao longo do tempo continuam a ser a base fundamental do aprendizado atual (Rezende, 2003).

Um estudo recente conduzido por Kurtz (2022) selecionou os livros adotados nas disciplinas de Cálculo I dos cursos de Licenciatura em Matemática, constatando que obras como as de Guidorizzi e Leithold são frequentemente utilizadas nas universidades públicas do Paraná como parte da bibliografia básica ou complementar.

No que se refere à abordagem do conteúdo de limites, uma pesquisa realizada por Fontes e Gontijo (2022) analisou especificamente o capítulo correspondente desse tema, fornecendo informações gerais sobre como os limites são abordados nesses livros didáticos.

Guidorizzi (2002) inicia o capítulo sobre Limites com as noções intuitivas de continuidade e Limite de funções, o Limite como coeficiente angular de uma reta e a ideia de Derivada como Limite, seguido da definição de função contínua e de Limite por meio de ε e δ . O autor apresenta uma linguagem matemática formal, trazendo as definições e exemplos algébricos com seus gráficos correspondentes, e os exercícios são voltados para operações algébricas e demonstrações. Leithold (2002) traz esse conceito por meio de um exemplo algébrico, ilustrado graficamente, e a definição formal por meio de ε e δ . Utiliza exemplos algébricos com tabelas e gráficos correspondentes, e muitos exercícios resolvidos, sendo às vezes uma situação-problema. Os exercícios propostos para os estudantes, assim como os do Guidorizzi (2002), são voltados para operações algébricas e demonstrações, mas traz alguns exercícios contextualizados e problemas (Fontes & Gontijo, 2022, p.173-174).

Porém, vale questionar, conforme destacado por Dörr (2017), a persistência de uma abordagem rigorosa em alguns materiais didáticos utilizados no ensino do Cálculo logo no início da licenciatura. Essa abordagem é caracterizada pela introdução precoce e intensiva de conceitos matemáticos complexos, como a definição de limite utilizando os símbolos ε e δ , o que pode representar um desafio para o licenciando, devido à complexidade e formalidade desses conceitos matemáticos, como destacado por Ávila (2002).

Todavia, como destaca Ávila (2002), essa abordagem revelou-se problemática do ponto de vista pedagógico. Para ilustrar essa perspectiva, Ávila inicia o capítulo de sua obra sobre o ensino de Cálculo com uma frase de George Polya: “Quando introduzida na hora errada ou no lugar errado, a boa lógica pode ser o pior inimigo do bom ensino” (Ávila, 2002, p.83).

Ávila (2002) destaca que o primeiro livro a promover uma mudança significativa no modo de ensinar Cálculo foi do autor Serge Lang, cujo livro foi lançado pela primeira vez em meados dos anos 60, seguido logo depois pelo livro de Bob Seeley. Ambos os autores reconheceram a falta de realismo em ensinar a teoria rigorosa do limite no início de um curso de Cálculo. Suas abordagens influenciaram muitos dos livros subsequentes escritos sobre o assunto, especialmente o livro de Lang, que teve uma forte influência no cenário do Cálculo.

De acordo com Reis (2001), o Professor Ávila destaca que a mudança de direção no ensino do Cálculo foi impulsionada pelo livro de Serge Lang, que propôs deixar o rigor mais voltado para um curso de Análise. “O professor se diz influenciado em sua experiência como autor de livros didáticos, pelos manuais de Lang e de Courant. O livro de Lang ganha o mesmo destaque na fala do Prof. Elon” (Reis, 2001, p.165).

Esses livros foram traduzidos e publicados no Brasil, permitindo que as ideias desses autores chegassem aos estudantes brasileiros. Nos Estados Unidos, por mais de uma década, um movimento de reforma do ensino do Cálculo resultou na produção de textos que refletem

essa abordagem reformista. Embora essas inovações ainda não tenham tido uma influência significativa no Brasil, isso pode ser considerado positivo, uma vez que inovações desse tipo requerem tempo para ajustes e para demonstrar suas vantagens reais, algo que nem sempre é garantido, como foi o caso da infame reforma da ‘Matemática Moderna’ dos anos 60, que acabou sendo considerada um fracasso, apesar dos renomados defensores que a apoiavam (Ávila, 2002).

A pesquisa realizada por Raad (2012) analisa as transformações no ensino de Cálculo ao longo das décadas de 1950, 1960 e 1970, com base nos estudos de Oliveira (2007). Durante a década de 1950, Oliveira (2007) destaca a trajetória acadêmica do Professor Ubiratan D’Ambrósio durante sua graduação em Matemática na USP, de 1951 a 1954. O Professor Ubiratan ressaltou ter recebido, nos últimos anos da Educação Básica, um ensino bastante sólido, que o preparou bem para acompanhar as disciplinas de Cálculo, então denominadas Análise Matemática.

Com base nas anotações realizadas pelo Professor Ubiratan durante o curso, Oliveira (2007) destaca que os professores catedráticos da época adotavam estratégias que transcendiam a simples transmissão de conhecimento. As aulas envolviam aspectos de criação, caracterizando um ambiente de Curso Magistral. No decorrer das aulas de um curso magistral “os professores expõem suas ideias e os conceitos que desejam transmitir aos alunos, mas também na interação com seu grupo de alunos essas ideias são ajustadas, afinadas para uma melhor comunicação” (Oliveira, 2007, p.62).

No depoimento oral do professor Ubiratan, quando fala sobre sua época de licenciando, registrado na pesquisa de Oliveira (2007), percebe-se que as aulas ministradas por seus professores eram influenciadas pela observação de outros colegas. Essa dinâmica de interação, na qual compartilhavam ideias e experiências, teve um impacto na maneira como os professores de Ubiratan passaram a conduzir suas próprias aulas, indicando que a abordagem adotada era considerada mais vantajosa. Nas palavras do professor Ubiratan:

Eu não fui aluno do Jean Dieudonné ou do Fantappiè, de nenhum deles. Eles vinham com um estilo de dar aula que era o estilo do Catedrático europeu... cada vez que entravam em uma aula eles sentiam isso: ... essa minha aula é um momento muito importante onde eu estou criando. Este estilo passou para os meus professores, então vamos aprender a ser professores com os professores deles que eram esses. Este estilo passou, e eles davam aula desse jeito também, momento de aula não é momento para você papagaiair simplesmente o que os outros escreveram (Oliveira, 2007, pp. 61- 62).

Entretanto, essa abordagem, apesar de inovadora, pode apresentar algumas limitações. Observa-se que, ao promover mudanças nas interações entre os professores, houve uma tentativa de implementar exemplos e práticas de outros lugares sem uma reflexão ou avaliação

cuidadosa de como seriam aplicáveis na realidade em questão. De fato, “esses cursos magistrais não produziam melhores resultados em termos de aprovação” (Oliveira & Raad, 2012, p.130).

Compreender a dinâmica dos cursos magistrais exige considerar as percepções dos professores da época. Muitos associavam a qualidade de um curso às altas taxas de reprovação, ou seja, quanto maior o índice de reprovação, melhor seria o curso de Cálculo (Oliveira & Raad, 2012). Essa visão estava alinhada a uma prática pedagógica em que o professor se concentrava exclusivamente na exposição da estrutura do conteúdo, assumindo que isso seria suficiente para promover a aprendizagem (Salinas & Alanís, 2009).

Entre as décadas de 1960 e 1970, foi notável um processo de transição da disciplina, inicialmente voltada para a Análise, para uma abordagem mais focada no Cálculo. Nesse período, os cursos ministrados exibiram uma dinâmica de oscilação entre essas duas disciplinas, com a implementação de abordagens distintas (Lima & Silva, 2011). De acordo com Lima e Silva (2011) e Lima (2013), entre o final da década de 1970 e o início da década de 1980, alguns docentes perceberam que o curso de Cálculo havia perdido parte do rigor simbólico-formal que consideravam essencial desde sua implantação na universidade em 1934. Assim, essa fase foi marcada pela diversidade de abordagens, onde os professores ministravam as aulas de acordo com suas preferências individuais.

Especificamente nos cursos de Licenciatura em Matemática, “pouco a pouco, pesquisas, que em relação à didática do Cálculo e da Análise se tornaram mais frequentes a partir de meados da década de 1980” (Lima, 2014, p.127). Como consequência, a partir do início dos anos 1990, o curso inicial de Cálculo passou a apresentar maior uniformidade, com menos disparidades de abordagem entre os anos letivos. Embora ainda possam existir variações no nível de rigor e formalismo, tais diferenças não são tão marcantes como as previamente observadas (Lima & Silva, 2011).

Ávila (2002) ressalta as vantagens trazidas pela separação do ensino do Cálculo e da Análise. Ele argumenta que os alunos, ao ingressarem nos cursos superiores, muitas vezes possuem deficiências na formação básica e que, somente após compreenderem bem o conceito de derivada e suas aplicações, estarão adequadamente preparados para prosseguir no estudo dos fundamentos mais avançados.

Ao realizar reflexões sobre o ensino do Cálculo sob uma perspectiva histórica, Ávila (2002) destaca que as inovações no ensino do Cálculo surgiram ao longo do tempo, abrangendo práticas como abordagens docentes e uso de materiais, mas ainda enfrentavam desafios relacionados à cultura de ensino da disciplina. Essa cultura, segundo Oliveira e Raad (2012) e

Raad (2012), envolvia questões como rigor, pré-requisitos, altas taxas de reprovação, aplicações da matemática e a sequência tradicional função-limite-derivada-integral.

A pesquisa realizada por Oliveira e Raad (2012) é de extrema relevância, pois traz à luz um exemplo da realidade do ensino de Cálculo nas décadas de 1970 e 1980. Eles utilizaram como referência as notas de aula datadas de 1975, produzidas por um professor do curso de Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, e também o caderno de Cálculo II pertencente a um de seus alunos.

Esses materiais oferecem um importante panorama para compreender o contexto e as práticas pedagógicas adotadas na época. Por exemplo,

[...] os cadernos constituem um valioso referencial sobre as práticas docentes de tempos anteriores por possibilitar a representação do passado das ações didático-pedagógicas exercidas em sala de aula. O caderno é um elemento da cultura acadêmica quando se busca conhecer, compreender e analisar o que ocorreu nas instituições de ensino superior no que diz respeito à produção/disseminação de saberes (Oliveira & Raad, 2012, p.132).

É relevante enfatizar o ponto central das observações de Oliveira e Raad (2012). Os autores destacam a análise minuciosa do caderno do aluno, revelando a organização cuidadosa e a clara preocupação metodológica por parte do professor. Além disso, durante uma entrevista conduzida pelos mesmos autores, o professor em questão reconhece as dificuldades que os alunos enfrentam na disciplina de Cálculo, o que leva a altas taxas de reprovação.

Ao trazer em pauta a análise das notas de aula e a entrevista com o professor, fica claro que se esperava uma sólida compreensão das operações matemáticas envolvendo os números reais, produtos notáveis, entre outros conteúdos da Educação Básica, como pré-requisitos fundamentais para aprofundar o estudo do Cálculo. Na cultura de ensino de Cálculo, na qual há uma valorização da progressão linear desse conhecimento, ou seja, a compreensão adequada de um tópico depende do domínio dos conteúdos anteriores, a reprovação se torna uma consequência natural caso essa sequência não seja seguida (Oliveira & Raad, 2012).

Sendo assim, qualquer ação pedagógica que rompa esta tradição da reprovação, passada de década para década, de geração para geração, será vista como uma ameaça à estabilização desta disciplina. [...] De fato, sabe-se que mudanças culturais são lentas. Em termos da cultura escolar que envolve a formação de professores de matemática e, mais especificamente, aquela ligada ao ensino de Cálculo – disciplina inauguradora da formação desse profissional em nossas faculdades e universidades – pode-se interrogar como a situação poderia ser mudada. Alterando a cultura da reprovação em termos da melhor formação do profissional para o ensino na escola básica (Oliveira & Raad, 2012, p.135).

Conforme as reflexões de Lima (2013), o ensino de Cálculo nas licenciaturas no Brasil enfrenta uma falta de identidade bem definida, o que pode desconectar o ensino da disciplina de seus objetivos e importância na formação profissional em Matemática. Essa constatação é

corroborada pelas pesquisas de Gereti e Savioli (2021), que mostram a existência de turmas universais de Cálculo, com alunos de diversas áreas, como Engenharias, cursos relacionados à Economia, Física e Matemática, incluindo tanto aqueles com formação em bacharelado quanto em licenciatura, resultando em uma diversidade de origens acadêmicas.

Essa mescla de alunos provenientes de cursos diversos pode aumentar os desafios enfrentados pelos estudantes, destacando a importância de uma abordagem mais alinhada e contextualizada no ensino de Cálculo para atender às distintas necessidades dos alunos de cada área (Gereti & Savioli, 2021). Por isso, o participante da pesquisa de Raad (2012) alerta: “Eu não vou dar, por exemplo, uma aplicação de mola elástica para uma turma de economia. Para esta turma darei exemplos nas equações de oferta e demanda” (p.124).

Ao considerar uma abordagem única em diferentes cursos, o ensino de Cálculo nas licenciaturas tende a se concentrar excessivamente na compreensão teórica e habilidade operacional, bem como na construção de modelos para resolver problemas matemáticos aplicados (Raad, 2012). Essa perspectiva pode levar a compreensão de que o ensino do Cálculo nos cursos de Matemática tem apenas dois objetivos: “um deles é habituar o estudante a pensar de maneira organizada e com mobilidade; o outro, estabelecer condições para que o estudante aprenda a utilizar as ideias do Cálculo como regras e procedimentos na resolução de problemas em situações concretas” (Lachini, 2001, p. 147).

Os resultados da pesquisa de Reis (2001) revelam a busca por compreender a relação tensional entre rigor e intuição no ensino universitário de Cálculo e Análise. Nesse estudo, foram analisados manuais didáticos e conduzidas entrevistas semiestruturadas com quatro professores-pesquisadores reconhecidos na área. O objetivo foi investigar como essa relação se manifesta no contexto do ensino dessas disciplinas e, especialmente, na formação do professor de matemática.

A pesquisa de Reis (2001) também abordou aspectos históricos e epistemológicos do Cálculo, bem como categorias de saberes docentes manifestados pelos entrevistados. Verificou-se que, nas abordagens dos manuais didáticos analisados, a relação entre rigor e intuição tende a ser desigual e dicotômica. Sendo assim, os resultados indicam a necessidade de romper com o ensino formalista atual e enfatizam a importância de formar um professor de Matemática com multiplicidade e flexibilidade de conhecimentos específicos, pedagógicos e curriculares.

Na pesquisa de Rezende (2003), são levantados questionamentos intrigantes sobre a atitude desejada do licenciando no ensino da Matemática. A discussão gira em torno de refletir se o problema deve ser a fonte de intuição para o resultado ou se o próprio resultado deve ser enunciado na forma de teorema, visando a compreensão por meio de demonstrações. Além

disso, a pesquisa explora minuciosamente a relação entre a atitude do aluno e a disciplina ensinada, considerando a possibilidade de adaptá-la de acordo com o curso. Por exemplo, no caso do Cálculo, uma abordagem mais intuitiva pode ser necessária, enquanto a disciplina de Análise pode exigir uma abordagem mais detalhada e rigorosa.

Em consonância com as ideias de Rezende (2003), percebe-se que a disciplina de Cálculo em um curso de licenciatura deve transcender o âmbito das aplicações e manipulações matemáticas. Como destacado por Rezende (2003), com o propósito de aprimorar o ensino de Cálculo, é essencial refletir sobre a incorporação de noções intuitivas do CDI na Educação Básica. Essa abordagem não implica em uma reformulação do currículo do Ensino Fundamental e Médio, mas sim na viabilidade de introduzir conceitos intuitivos do CDI nos próprios conteúdos já presentes na Educação Básica.

Em suas pesquisas, Pino-Fan, Godino e Font (2018) destacam o crescente interesse recente em investigar o conhecimento necessário pelos professores de Matemática para assegurar a efetividade de seu ensino. Entretanto, poucos estudos têm se concentrado no desenvolvimento e aplicação de instrumentos capazes de explorar diferentes aspectos do conhecimento didático-matemático dos professores em tópicos específicos. O artigo desses autores relata os resultados de uma pesquisa que utilizou um questionário especialmente elaborado para avaliar aspectos-chave do conhecimento sobre a derivada em futuros professores do Ensino Médio.

A partir das conclusões apresentadas por Pino-Fan, Godino e Font (2018), evidencia-se a utilização de algumas categorias do conhecimento do professor e ferramentas teórico-metodológicas para analisar e caracterizar essas categorias de conhecimento propostas pelo modelo de Conhecimento Didático-Matemático (DMK). A pesquisa abrangeu a análise prévia de uma das tarefas incluídas em um instrumento destinado a explorar aspectos relevantes da dimensão matemática e faceta epistêmica do DMK, bem como a análise das respostas dadas por uma amostra de futuros professores a essa tarefa. Em face dessas conclusões, a compreensão da complexidade das práticas, objetos e processos matemáticos envolvidos na resolução de tarefas relacionadas à derivada é essencial para os professores desenvolverem e avaliarem a competência matemática de seus futuros alunos.

Nesse sentido, Aléssio (2019) traz um importante questionamento sobre a relevância do CDI para a formação do professor de Matemática. Ele destaca que o Cálculo é uma disciplina obrigatória nos cursos de Licenciatura em Matemática e suas aplicações ocorrem de modo direto ou indireto em diversos conteúdos da Educação Básica, tais como progressão geométrica, trigonometria, taxa de variação de uma função, ponto de máximo e mínimo de uma função

quadrática, coeficiente angular da reta tangente, áreas e volumes de sólidos. Essas aplicações demonstram a relevância do Cálculo na preparação dos futuros professores de Matemática para lidar com os conteúdos do Ensino Fundamental e Médio.

Sobre o aspecto da formação inicial, à medida que o ensino da Matemática passa por transformações contínuas, é esperado que haja um esforço constante para aprimorar os programas e abordagens voltados à formação de professores nessa área. Nesse contexto, Pereira (2022) conduziu uma investigação sobre o impacto das disciplinas pedagógicas de Prática de Ensino na formação de professores de matemática no curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade brasileira entre 1962 e 1992.

A pesquisa de Pereira (2022) confirmou a discreta incorporação do saber profissional, incluindo aspectos didáticos, metodológicos e procedimentos, conectando o campo das Ciências da Educação à Matemática para ensinar (Valente, 2020). O foco é entender como o campo emergente da Educação Matemática tem influenciado a preparação de professores, especialmente na disciplina Prática de Ensino, que, segundo Valente (2014, p.187), “vai sendo delineada de acordo com as mudanças que acontecem no sistema educacional [...] e mudanças curriculares”.

Valente (2014) realiza comparações entre as disciplinas Prática de Ensino e CDI na preparação dos professores, evidenciando o papel emblemático do CDI na identificação das resistências ainda existentes em relação à formação do educador matemático. É importante ressaltar que tais resistências estão relacionadas, em grande parte, a uma cultura histórica de exigência elevada nessa área. Assim, os profissionais responsáveis pelo ensino do Cálculo frequentemente se veem submetidos a essa cultura, que está distante de elementos significativos para a formação do futuro professor de Matemática no contexto da Educação Básica.

Nesse sentido, é relevante destacar a percepção de Trevisan (2014) sobre a importância da disciplina de CDI quando cursada no âmbito da Licenciatura em Matemática. Ele compartilha uma experiência pessoal, relatando: “Embora não reconhecesse naquele momento o potencial pedagógico de instrumentos como mapas conceituais, diário de aulas, projetos de ensino e *softwares* de visualização, hoje vejo em minha própria prática reflexos dessas metodologias propostas [...]” (p.763).

Isso destaca de forma expressiva como as influências acadêmicas têm o potencial de exercer um impacto marcante na prática de um professor. Adicionalmente, ele reforça seu entusiasmo inicial: “Ainda no primeiro semestre, encantava-me a ideia de um dia poder atuar como professor de Cálculo e organizar minhas próprias aulas utilizando todos esses recursos” (p.763). Essa reflexão destaca como a experiência acadêmica pode despertar a valorização e

adoção de abordagens inovadoras no ensino, impactando positivamente sua formação como futuro professor de Matemática.

A pesquisa de Waideman e Cargnin (2019) destaca que a utilização de Mapas Conceituais no ensino de Cálculo, especialmente nos cursos de Matemática, é uma ferramenta educacional valiosa para alunos e professores. Além disso, os mapas conceituais possibilitam uma importante articulação entre o Ensino Superior e a Educação Básica. A Teoria da Aprendizagem Significativa enfatiza a interação entre o conhecimento prévio dos alunos e o novo conhecimento, através de processos específicos que influenciam a ocorrência e a significância atribuída à aprendizagem (Ausubel, 2003). Permitindo identificar indícios de aprendizagem significativa a partir dos mapas construídos pelos alunos sobre conteúdos da Matemática do Ensino Médio (Pivatto, Schuhmacher & Silva, 2014).

A pesquisa de Mingus e Koelling (2021) destaca a relevância de um grupo colaborativo, composto por professores e estudantes de pós-graduação, para aprimorar os resultados dos alunos no curso de Cálculo 1 da Universidade Western Michigan, que enfrentava quase 50% de reprovação. O estudo de caso descreve um *redesign* de quatro anos. Questões-chave, como o nível de precisão em limites (*Em que nível de precisão você deseja que os alunos entendam o conceito de limites? Eles devem ser capazes de concluir uma prova epsilon-delta?*) e detalhes na solução de problemas de aplicação (*Quais detalhes os professores esperam na solução de um problema de aplicação?*), foram discutidas. A atuação colaborativa revelou-se efetiva para enfrentar desafios educacionais e melhorar a experiência dos alunos em Cálculo 1.

Com base na pesquisa de Mingus e Koelling (2021), a colaboração entre diferentes membros do corpo docente em programas de formação de professores de matemática revela um potencial significativo para promover mudanças positivas. Essa abordagem não apenas favorece melhorias nos programas de formação, como também aumenta sua eficácia, preparando de forma mais sólida os futuros professores. Os resultados evidenciam que a estratégia de colaboração docente pode aprimorar a qualidade do ensino da Matemática nas escolas, contribuindo para a formação de educadores mais bem preparados e elevando o padrão da educação oferecida.

CONCLUSÕES

É incontestável a relevância do CDI na formação de futuros professores, pois fornece a base matemática necessária para que o professor possa abordar os conceitos matemáticos com

maior profundidade e clareza nas aulas da Educação Básica. Com um sólido entendimento do CDI, esses docentes permitem que seus alunos enfrentem desafios matemáticos, promovendo o desenvolvimento de habilidades como resolução de problemas, pensamento e raciocínio matemático. Assim, o CDI desempenha um papel relevante na perspectiva de enriquecer o ensino da Matemática nas escolas, preparando os professores com conhecimento matemático específico para a sala de aula.

Com base no resgate histórico do ensino de CDI apresentado neste ensaio, em especial no contexto da Licenciatura em CDI, identificamos elementos importantes que evidenciam as transformações ao longo do tempo, contribuindo para compreender a relação entre essas mudanças e a análise das práticas docentes. À medida que se busca aprimorar o ensino de Cálculo, ocorre a reflexão sobre aulas que enfocaram conteúdos específicos, a análise crítica de materiais didáticos e o registro nos cadernos dos estudantes. Essas reflexões desempenham um papel fundamental na superação de desafios e no avanço em direção a uma Educação Matemática mais efetiva. Portanto, a contínua dinâmica desses processos mantém-se como um componente essencial na evolução do ensino de Cálculo, especialmente no contexto da formação em Matemática.

O ensino de CDI nas licenciaturas, após um longo processo, está gradualmente ultrapassando as fronteiras das ciências exatas, adentrando ao campo da Educação Matemática. A compreensão desse processo histórico nos permite apreciar as mudanças que ocorreram no ensino do Cálculo e os impactos na formação de professores. Espera-se que os professores formados nesse novo contexto estejam capacitados a enfrentar os desafios do ensino da Matemática, desenvolvendo habilidades pedagógicas e adquirindo uma compreensão ampla do papel do CDI na formação inicial do futuro professor de Matemática.

REFERÊNCIAS

- Aléssio, A. (2019). *A importância do Cálculo Diferencial e Integral para a formação do professor de matemática da educação básica* (Dissertação de Mestrado). Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Câmpus de Presidente Prudente.
- Ausubel, D. P. (2003). *Aquisição e retenção de conhecimentos: Uma perspectiva cognitiva*. Lisboa, Portugal: Plátano Edições Técnicas.
- Ávila, G. (2001). *Análise matemática para a Licenciatura*. São Paulo: Ed. Edgard Blucher.

- Ávila, G. (2002). O Ensino do Cálculo e da Análise. *Revista Matemática Universitária*, (33), 83-95.
- Barbosa Lima, E., Silva da Silva, C. M., & Rodrigues Valente, W. (2022). O Cálculo Diferencial e Integral: Uma análise das tentativas de sua escolarização. *Anais Do ENAPHEM - Encontro Nacional De Pesquisa Em História Da Educação Matemática*. <https://periodicos.ufms.br/index.php/ENAPHEM/article/view/16594>
- Botelho, L. L. R., Cunha, C. C. de A., & Macedo, M. (2011). O MÉTODO DA REVISÃO INTEGRATIVA NOS ESTUDOS ORGANIZACIONAIS. *Gestão E Sociedade*, 5(11), 121–136. <https://ges.face.ufmg.br/index.php/gestaoesociedade/article/view/1220/906>
- Brasil. (2019). *As Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica em Nível Superior (DCFP)*.
- Brasil. Conselho Nacional de Educação. (2002). *Parecer CNE/CES 1.302/2001: Diretrizes curriculares nacionais para os cursos de matemática, bacharelado e licenciatura*. Diário Oficial da União, Seção 1, p. 15, 5 de março de 2002.
- Cunha, M. I., & Fernandes, L. (1994). Formação continuada de professores universitários: Uma experiência na perspectiva da produção do conhecimento. *Educação Brasileira*, 16(32), 189–213.
- Dassie, B. A. (2011). As propostas pedagógicas de Euclides Roxo para o Ensino da Matemática na escola secundária brasileira. *Boletim GEPEN*, (59), 81–94. <http://revista.geem.mat.br/index.php/PPP/article/view/54/154>
- Dörr, R. C. (2017). *Análises de aprendizagens em Cálculo Diferencial e Integral: Um estudo de caso de desenvolvimento de conceitos e procedimentos algébricos em uma universidade pública brasileira* (Tese de doutorado). Universidade de Brasília, Brasília.
- Duarte, A. R. S. (2019). Euclides Roxo e a proposta modernizadora do ensino da Matemática. *Com a Palavra o Professor*, 4(8), janeiro-abril. <http://revista.geem.mat.br/index.php/cpp/article/view/54>
- Fontes, L. S., & Gontijo, C. H. (2022). O ensino de cálculo nas universidades brasileiras e a compreensão do conceito de limite. *Vidya*, 42(2), 165–180. <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/4242>
- Gatti, B. A., & Nunes, M. M. R. (Orgs.). (2009). *Formação de professores para o Ensino Fundamental: Estudo de currículos das licenciaturas em pedagogia, língua portuguesa, matemática e ciências biológicas*. São Paulo: FCC/DPE.
- Gereti, L. C. V., & Savioli, A. M. P. D. (2021). Legitimidades para a disciplina de Cálculo na Licenciatura em Matemática. *Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)*, 14(35).
- Gomes, D. O., Almeida, C. S., & Silva, E. D. da. (2022). O *Manual Prático de Cálculo Diferencial e Integral* de Gustave Bessièrre: Movimentos de um estudo hermenêutico em composição. *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática*, 9(26), 275-290. <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/7996>
- Kurtz, F. M. (2022). *Tarefas de derivadas em livros de Cálculo na perspectiva da Educação Matemática Realística* (Dissertação de mestrado). Universidade Estadual do Oeste do Paraná.

- Lachini, J. (2001). Subsídios para explicar o fracasso de alunos em Cálculo. In J. B. Laudares & J. Lachini (Orgs.), *A prática educativa sob o olhar dos professores de Cálculo* (pp. 146-189). Belo Horizonte: Fumarc.
- Lima, G. L. de. (2012). A disciplina de Cálculo I do curso de Matemática da Universidade de São Paulo: Um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 14(2).
- Lima, G. L. de. (2013). O Ensino do Cálculo no Brasil: Breve retrospectiva e perspectivas atuais. In *Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática*, Curitiba, Paraná. ISSN 2178-034X. https://www.sbembrasil.org.br/files/XIENEM/pdf/960_96_ID.pdf
- Lima, G. L. de. (2014). Contextualizando momentos da trajetória do Ensino de Cálculo na graduação em Matemática da USP. *Educação Matemática Pesquisa*, 16(1), 125-149.
- Lima, G. L., & Silva, B. A. (2011). Inicialmente Cálculo ou diretamente Análise? O caso do curso de matemática da USP. In *Anais do XIII CIAEM-IACME*, Recife, Brasil. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- Machado, F. M. (2016). *Noções de Cálculo I no Ensino Médio: Uma proposta de intervenção curricular* (Dissertação de mestrado). Universidade Federal do Pará.
- Manoel, A. P. (2018). *Aspectos históricos do estudo do Cálculo Diferencial e Integral no ensino secundário brasileiro entre 1889 e 1929* (Dissertação de Mestrado). Instituto de Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande.
- Mingus, T. T. Y., & Koelling, M. (2021). A collaborative approach to coordinating Calculus 1 to improve student outcomes. *PRIMUS*, 31, 393-412.
- Miranda, G. A. de. (2004). *Silvanus Philips Thompson e a desmistificação do Cálculo: Resgatando uma história esquecida* (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. <https://ariel.pucsp.br/jspui/handle/handle/11169>
- Mondini, F., & Bicudo, M. A. V. (2019). Uma interpretação analítica da organização escolar da Matemática durante a Primeira República Brasileira. *Zetetiké*, 27, 1-25. <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8654721>
- Novaes, B. W. D., Pinto, N. B., & França, I. S. (2008). Estruturalismo e Matemática Moderna: Dilemas e implicações para o ensino. <https://estruturalismo.wordpress.com/wp-content/uploads/2013/01/estruturalismo-e-matemtica-moderna-dilemas-e-implicac3a7c3b5es-para-o-ensino.pdf>
- Oliveira, M. C. A. (2007). A formação matemática de um matemático e educador matemático. In W. R. Valente (Org.), *Ubiratan D'Ambrósio* (1ª ed., Vol. 1, pp. 55-76). Annablume.
- Oliveira, M. C. A., & Raad, M. R. (2012). A existência de uma cultura escolar de reprovação no Ensino de Cálculo. *Boletim GEPEM*, 61, 125-137. <https://periodicos.ufrj.br/index.php/gepem/article/view/260>
- Oliveira, M. M. de. (2019). *Ensino de funções por meio da videoanálise: Um contributo da engenharia didática* (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza. https://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/49494/1/2019_dis_mmoliveira.pdf
- Pereira, L. H., & Bernardes, M. (2020). Derivada sem limites: O Cálculo tornado fácil de Silvanus Thompson. In *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and*

Applied Mathematics (Vol. 7, No. 1). XXXIX CNMAC, Uberlândia - MG, 2019. <https://proceedings.sbmac.org.br/sbmac/article/view/3149/3185>

- Pereira, P. J. dos S. (2022). As disciplinas pedagógicas de Práticas de Ensino no curso de licenciatura em Matemática da UFAC, no período de 1962 a 1992, como constituintes de um saber específico da docência – Uma matemática para ensinar [Tese de doutorado, REAMEC]. Repositório UFSC. <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/245254>
- Pino-Fan, L., Godino, J., & Font, V. (2018). Assessing key epistemic features of didactic-mathematical knowledge of prospective teachers: The case of the derivative. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21, 63-94.
- Pivatto, W., Schuhmacher, E., & Silva, S. C. R. da. (2014). Mapas conceituais: Estratégia pedagógica para a construção de conceitos históricos na disciplina de matemática. *Zetetiké: Revista de Educação Matemática*, 22(1), 115-141.
- Raad, M. R. (2012). *História do Ensino de Cálculo Diferencial e Integral: A existência de uma cultura* (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas, Juiz de Fora, MG. <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/161840>
- Reis, E. S., & Pais, L. C. (2021). O Ensino de Cálculo Diferencial e Integral no século XIX: Um estudo das instituições que precederam a instauração da Escola Politécnica do Rio de Janeiro. In E. da S. Reis (Org.), *Pesquisas em Educação Matemática* (pp. 279-300). Porto Velho: Edufro.
- Reis, F. da S. (2001). *A tensão entre rigor e intuição no Ensino de Cálculo e Análise: A visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos* (Tese de doutorado). Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. <https://repositorio.unicamp.br/Busca/Download?codigoArquivo=456935>
- Rezende, W. M. (2003). *O Ensino de Cálculo: Dificuldades de natureza epistemológica* (Tese de doutorado). Universidade de São Paulo, Faculdade de Educação. https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-27022014-121106/publico/WANDERLEY_REZENDE.pdf
- Salinas, P., & Alanís, J. A. (2009). Hacia un nuevo paradigma en la enseñanza del Cálculo dentro de una institución educativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME)*, 12(3), 355–382.
- Soares, F. S., Dassie, B. A., & Rocha, J. L. (2004). Ensino de Matemática no século XX – da Reforma Francisco Campos à Matemática Moderna. *Revista Horizontes*, 22(1), 7-15. <https://app.uff.br/riuff/handle/1/1112>
- Souza, J. F. de. (2019). *Cálculo Diferencial: Uma proposta de abordagem no Ensino Médio* (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Sergipe. <http://ri.ufs.br/jspui/handle/riufs/12763>
- Torres, T. I. M., & Giraffa, L. M. M. (2009). O Ensino do Cálculo numa perspectiva histórica: Da régua de calcular ao MOODLE. *REVEMAT-Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 4(1), 18-25. <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2009v4n1p18>
- Trevisan, A. L. (2014). De professor de Matemática a pesquisador em Educação Matemática: Uma trajetória. *Bolema*, 28(49).
- Valente, W. R. (2014). A prática de Ensino de Matemática e o impacto de um novo campo de pesquisas: A Educação Matemática. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e*

- Valente, W. R. (2017). Os saberes para ensinar Matemática e a profissionalização do educador matemático. *Revista Diálogo Educativo*, 17(51), 207-222.
- Valente, W. R. (2020). Matemática, educação e história da Educação Matemática: Campos disciplinares e o saber profissional do professor que ensina matemática. In W. R. Valente (Org.), *Ciências da educação, campos disciplinares e profissionalização: Saberes em debate para a formação de professores* (pp. 187-210). São Paulo: Livraria da Física.
- Voigt, J. M. R., & Pesce, M. K. de. (2019). O que pensam os egressos sobre a sua formação inicial na Licenciatura em Matemática? *Momento - Diálogos em Educação*, 28(3), 230-244. <https://periodicos.furg.br/momento/article/view/8183>
- Waideman, A. C., & Cargnin, C. (2019). Reflexões sobre o uso de mapas conceituais no Ensino de derivadas nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 8(16), 231-247. <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/issue/view/315>