

Revista de História da Educação Matemática

HISTEMAT

ISSN: 2447-6447

Submetido: 18/05/2025

Aprovado: 18/12/2025



<https://doi.org/10.62246/HISTEMAT.2447-6447.2025.11.733>



AS NOTAS DE RODAPÉ EM DISCUSSÃO: análise do livro *Elementos de geometria*, de Lacroix

THE FOOTNOTES UNDER DISCUSSION: Analysis of the book Elements of Geometry, by Lacroix

Elton Moraes Barbosa¹

Universidade Federal do ABC

elton.morais@ufabc.edu.br



Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3690411983964063>



Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-4716-0381>

Virgínia Cardia Cardoso²

Universidade Federal do ABC

virginia.cardoso@ufabc.edu.br



Lattes: <http://lattes.cnpq.br/5208119612907937>



Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-9639-9578>

¹ Mestre em Estudos Culturais pela Universidade de São Paulo (USP). Doutorando do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Ensino e História das Ciências e da Matemática da Universidade Federal do ABC (UFABC). Endereço para correspondência: Av. dos Estados, 5001, Bairro Bangu, Santo André, São Paulo, Brasil, CEP: 09280-560. E-mail: elton.morais@ufabc.edu.br.

² Doutora em Educação pela Universidade de Campinas (UNICAMP). Professora na Universidade Federal do ABC (UFABC), Santo André, São Paulo, Brasil. Endereço para correspondência: Av. dos Estados, 5001, Bloco A, Sala 516-2, Bairro Bangu, Santo André, São Paulo, Brasil, CEP: 09280-560. E-mail: virginia.cardoso@ufabc.edu.br.

RESUMO

Analizamos as notas de rodapé da obra *Elementos de geometria*, de Lacroix, adotada como livro-texto, no início do século XIX, na Academia Real Militar do Rio de Janeiro. Objetivamos, nesse exercício analítico, elaborar categorias para análise de notas de rodapé em livros-texto de matemática, em complemento para as categorias propostas na análise de *Paratextos editoriais*, de Gérard Genette. Com isso, a pesquisa trata de responder à pergunta: com base no que é proposto por Genette, quais categorias podem ser acrescentadas à análise de notas de rodapé em livros-texto de matemática? Nessa investigação, ao considerarmos outro critério de classificação das notas de rodapé, ou seja, o conhecimento pedagógico e matemático presente no registro escrito, foram identificadas, ao menos, seis novas categorias: diversidade de estratégias quanto à resolução de problemas; intervenção didática e pedagógica; aspectos da História da Matemática e de seu ensino; relação entre imagem e texto escrito; argumentação matemática, provas e demonstrações; e apresentação de um tópico matemático. A inclusão das novas categorias oferece maiores possibilidades de futuras pesquisas envolvendo livros escolares.

Palavras-chave: Paratextos editoriais. Academia Real Militar. História da educação matemática. Livros-texto. Século XIX.

ABSTRACT

We analyzed the footnotes of Lacroix's *Elements of Geometry*, adopted as a textbook in the early 19th century at the Royal Military Academy of Rio de Janeiro. In this analytical exercise, we aimed to develop categories for examining footnotes in mathematics textbooks, complementing the categories proposed by Gérard Genette in his analysis of Editorial Paratexts. Thus, the research seeks to answer the following question: based on Genette's proposal, what categories can be applied to the analysis of footnotes in mathematics textbooks? In this investigation, by considering an additional criterion for classifying footnotes—namely, the pedagogical and mathematical knowledge present in the written record—at least six new categories were identified: diversity of strategies for problem solving; didactic and pedagogical intervention; aspects of the History of Mathematics and its teaching; the relationship between image and written text; mathematical argumentation, proofs, and demonstrations; and the presentation of a mathematical topic. The inclusion of these new categories offers broader possibilities for future research involving school textbooks.

Keywords: Editorial paratexts. Royal Military Academy. History of mathematics education. Textbooks. 19th Century.

INTRODUÇÃO

Apresentamos, neste artigo, parte de uma pesquisa de doutorado em andamento na Universidade Federal do ABC (Santo André, SP). Na elaboração da tese, estamos analisando publicações de Sylvestre François Lacroix (1765-1843) e Adrien Marie Legendre (1752-1833). Lá, elegemos, como fontes dessa pesquisa, duas obras usadas como livros-texto de geometria na Academia Real Militar (ARM) – instituição de ensino criada em 1810, no Rio de Janeiro (RJ), importante na História da educação matemática³ brasileira pelo fato de abrigar os primeiros cursos estruturados de ciências matemáticas, que tinham intuito de formar oficiais para a atuação em postos administrativos, e onde foram realizadas as primeiras produções acadêmicas nessa área em nosso país. Contextualizada nessa pesquisa em desenvolvimento, neste artigo trazemos uma análise das notas de rodapé da obra *Elementos de geometria*, de Lacroix (1824).

Em pesquisas nas áreas da História do Livro ou das Edições Didáticas, que analisam livros para o ensino dos componentes curriculares, os livros-texto, há a tendência de observar elementos que vão além do próprio conteúdo (Choppin, 2004). Uma vez que há uma numerosidade de publicações voltadas ao ensino, disponíveis em diversos formatos de arquivos, existem muitas oportunidades de pesquisa e questões a serem levantadas.

Em análises de livros-texto, pesquisadores da História da educação matemática têm utilizado, como recorte metodológico, a metodologia de paratextos editoriais (Genette, 2009) de forma consolidada, nos últimos anos. Esse referencial permite seu uso e aplicação em vários campos. A expressão “paratextos editoriais” diz respeito àquilo “por meio de que um texto se torna livro e se propõe como tal a seus leitores, e de maneira mais geral ao público” (Genette, 2009, p. 9). Várias partes de um livro podem ser entendidas como paratextos editoriais, tais como: nome do(s) autor(es), títulos, dedicatórias, epígrafes, prefácios e notas de rodapé. De certo modo, essas partes formatam o texto com uma aparência do que se entende como livro.

Esse referencial tem sido utilizado em pesquisas da Educação Matemática, mas não é de uso único e exclusivo para essa área, e entendemos que é possível avançar nas aproximações entre o referencial metodológico e a sua aplicação. Então, temos como objetivo elaborar categorias adicionais para análise de notas de rodapé em livros-texto de matemática, além do que é proposto em Genette (2009).

Ao definir nota de rodapé, Genette (2009) afirma, de modo figurado, que ela está em

³ Nesta pesquisa optamos pela utilização do termo “História da educação matemática”, em substituição a “História da Educação Matemática”, pois, segundo Valente (2020, p. 2): “pesquisas em História da educação matemática referem-se a toda e qualquer investigação que considere a matemática presente nos processos de ensino e de aprendizagem ao longo dos séculos”.

uma região de fronteira, junto com o prefácio e os demais elementos do livro. Enquanto o prefácio trata de assuntos do livro como um todo, a nota de rodapé limita-se a comentar sobre um fato que está sendo citado naquela página ou no próprio capítulo. A nota de rodapé seria uma possibilidade de prolongar algo que, eventualmente, já tenha sido expresso no prefácio.

As notas de rodapé foram escolhidas como fontes desta pesquisa por trazerem impressões e comentários adicionais do autor (ou do tradutor ou do editor) sobre o conteúdo do livro-texto. O que é trazido pelas notas de rodapé pode ser uma fonte de informações sobre o conteúdo do corpo do texto, sem quebrar uma sequência de raciocínio traçada. Por serem numerosas na composição da edição, permitem que se façam análises mais aprofundadas, em sincronia com o que se diz no referencial metodológico dos paratextos editoriais.

O livro-texto *Elementos de geometria* (Lacroix, 1824) e seu autor são objetos de estudo em diversas pesquisas acadêmicas, devido à sua expressividade para a Educação Matemática, o que os torna opção para uma análise sob diferentes perspectivas. Redigido em língua francesa, esse livro fez parte de uma coleção intitulada *Cours de mathématiques*, que teve sua publicação entre os anos de 1797 e 1802.

Já o autor do livro, Sylvestre François Lacroix (1765-1843), de origem francesa, foi professor em diversas instituições de ensino importantes na França. Atuou na implantação da Escola Normal (voltada à formação de professores) e das Escolas Centrais (de ensino secundário), inclusive como autor de livros-texto. Cinco de seus livros foram traduzidos para a língua portuguesa, publicados pela Impressão Régia e usados na ARM. A obra de Lacroix foi “composta por títulos relativos à Aritmética, à Álgebra, à Geometria, à Trigonometria e ao Cálculo Diferencial e Integral” (Garnica & Gomes, 2013, p. 294).

A ARM foi uma reconhecida escola do Rio de Janeiro, criada em 1810, em decorrência da transferência da Família Real para a nova Corte na América Portuguesa. A ARM fazia parte do projeto de mudança de *status* político do território – a elevação de colônia à nova sede da Coroa. Nessa instituição, eram formados profissionais para exercer funções administrativas em domínios portugueses no Brasil (*Carta de lei de 4 de dezembro de 1810*, 1810).

Nesse contexto, propomos nesta pesquisa a complementação das categorias presentes no referencial dos paratextos editoriais (Genette, 2009), tendo como foco a análise de livros-texto de matemática de Lacroix. Apresentamos uma discussão acerca das notas de rodapé presentes na obra *Elementos de geometria* (Lacroix, 1824), de modo a categorizar o que é apresentado nesses paratextos editoriais e propor uma adaptação das categorias previstas nesse referencial metodológico ao material em análise. Aqui, nosso intuito é que possamos responder à questão: com base no que é proposto por Genette (2009), quais categorias podem ser

acrescentadas à análise de notas de rodapé em livros-texto de matemática?

1. REVISÃO DE LITERATURA

Para iniciar nossa pesquisa, realizamos uma revisão de literatura com o levantamento de produções acadêmicas, no campo da Educação Matemática brasileira, que abordaram os paratextos editoriais como recurso metodológico. Priorizamos os artigos de periódicos acadêmicos da área, publicados no período de 2009 a 2024, na base de dados dos periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes)⁴. Selecionamos esse recorte temporal porque a primeira edição do livro *Paratextos editoriais* foi publicada em 2009. Escolhemos essa base de dados por ela ser uma fonte de publicações acadêmicas em formato de artigos – o que permitiu que localizássemos as pesquisas mais conhecidas –, validados por pares. Buscamos o uso combinado dos termos “Paratextos editoriais” e “matemática”. Encontramos, nessa busca, quatro publicações, identificadas no Quadro 1, que abordam esses termos em sua composição, seja no título ou em seus resumos.

Quadro 1 – Artigos em Educação Matemática que abordaram paratextos editoriais (2009- 2024)			
<i>Título</i>	<i>Autores</i>	<i>Data</i>	<i>Revista</i>
“As memórias de Lacroix: a instrução pública na França revolucionária, em geral, e o ensino de matemática, em particular”	Antonio Vicente Marafioti Garnica Maria Laura Magalhães Gomes Miriam Maria Andrade	2012	<i>Bolema</i>
“Uma análise paratextual da obra ‘Arithimetica Theorico-Pratica’”	Mirian Maria Andrade e Magna Paulina de Souza Ferreira	2016	<i>Conexões – Ciência e Tecnologia</i>
“Livros didáticos de matemática da EJA: uma análise com Hermenêutica de Profundidade”	Danilo Pires de Azevedo e Maria Ednéia Martins Salandim	2019	<i>Zetetiké</i>
“A Coleção Matemática, Metodologia e Complementos para professores primários, de Ruy Madsen Barbosa: uma análise”	Antonio Vicente Marafioti Garnica Natalia Cristina Milanez	2021	<i>Ensino em Revista</i>

Fonte: elaborado pelos autores com base nos periódicos da Capes

Em cada caso, identificamos a forma de aplicação desse referencial nas obras analisadas pelos autores. Desse levantamento, percebemos a necessidade de ampliar a discussão dos

⁴ <https://www.periodicos.capes.gov.br/>

paratextos editoriais na análise de notas de rodapé de livros-texto de matemática. Destacamos as principais contribuições que esses autores realizaram ao usar o referencial metodológico, os paratextos editoriais, em análise de textos.

Em Garnica et al. (2012), no artigo “As memórias de Lacroix: a instrução pública na França revolucionária, em geral, e o ensino de matemática, em particular”, foi realizado um exame hermenêutico e paratextual do livro *Essais sur l'enseignement en general, et sur celui des mathématiques en particulier*. Nas análises desse livro, escrito em 1805, por Lacroix, são desenvolvidos comentários acerca de aspectos biográficos do autor, das demais publicações e das editoras em que foram produzidas essas obras. São citados aspectos da introdução e de uma parte denominada “objetivos da obra”, em que são feitas algumas contextualizações pelo autor. Sobre as três reedições, em 1816, 1828 e 1838, é feita uma análise quantitativa em que foi indicado que houve um aumento na quantidade de notas de rodapé, que salta de 25 notas para 57 notas de rodapé, mais 3 notas complementares. As considerações feitas ao longo do artigo levam ao entendimento de que o livro, publicado no século XIX, carrega em seu ideário valores iluministas presentes no século XVIII.

O artigo intitulado “Uma análise paratextual da obra ‘Arithmetica Theorico-Pratica’” (Andrade & Ferreira, 2016) trata de uma pesquisa documental, dentro do campo da História da educação matemática. Nessa pesquisa, foi realizado um exercício de análise dos diversos paratextos editoriais relacionados à obra mencionada no título do artigo, datada de 1928. Aqui, os paratextos escolhidos para realização da análise foram: a capa, o título, a contracapa, a dedicatória, os pareceres, o prefácio e o sumário. Os resultados da análise paratextual apresentados pela pesquisa indicam que essa obra teve grande influência no ensino de matemática do período bem como uma grande abrangência de leitores, devido à sua tiragem.

O artigo “Livros didáticos de matemática da EJA: uma análise com Hermenêutica de Profundidade” (Azevedo & Martins-Salandim, 2019) trata da análise de um material didático, publicado em 12 volumes, a partir de 2011, e fornecido pelo governo do estado de São Paulo para alunos tanto da rede estadual quanto de diversas redes municipais paulistas. Nessa pesquisa analisaram-se os paratextos editoriais, compostos por: título; subtítulos; sumário; prefácio; capa; carta de abertura dirigida aos alunos e aos professores; caixas de texto e páginas da internet que tratam da proposta editorial; e um questionário, respondido pelo autor dos livros de matemática, o professor Antonio José Lopes (Bigode). A análise realizada permitiu a compreensão da relação entre a proposta de abordagem do material didático, as profissões que estão no mercado de trabalho e a aprendizagem de matemática. Pela análise desses paratextos editoriais, concluiu-se que o material parte da ideia de um currículo mínimo de matemática e

que há a relação do conteúdo matemático, especificamente, para algumas profissões.

No artigo “A Coleção Matemática, Metodologia e Complementos para professores primários, de Ruy Madsen Barbosa: uma análise” (Garnica & Milanez, 2021) temos a análise de três volumes, publicados em 1966, de uma coleção dirigida a professores que ensinam matemática. A análise dos paratextos editoriais do Volume I indica uma abordagem teórica e carregada de rigor matemático, uma das características do Movimento da Matemática Moderna. No Volume II, o aspecto levantado pelos pesquisadores é o do apontamento de procedimentos e recursos didáticos para o professor, identificando um tom de autoritarismo do autor, pelo modo de escrita. Por fim, o terceiro exemplar (Volume III) complementa os primeiros livros e agrega novos itens a eles, com acréscimo de conceitos de área e volume, uma vez que a geometria não foi tratada com profundidade nos dois primeiros livros dessa coleção. Os autores concluem, por meio da análise de títulos, prefácios, figuras e referências bibliográficas, que nessa coleção aparecem elementos considerados inovadores do ponto de vista didático e pedagógico bem como valores próprios do autor que a escreve.

Ao considerarmos a produção acadêmica mais recente, notamos que, embora todas essas pesquisas façam aplicação do referencial dos paratextos editoriais, em nenhum caso houve uma proposta de ampliação desse referencial. Para essas pesquisas foi suficiente para cumprir os objetivos a aplicação do referencial conforme o que Genette (2009) apresenta em sua obra. Em consonância com essa ideia, as pesquisas citadas não apresentaram análise aprofundada do ponto de vista qualitativo das notas de rodapé nos respectivos artigos, de modo que o que aqui propomos não foi objetivo dos artigos mencionados.

2. REFERENCIAL TEÓRICO-METODOLÓGICO

Podemos afirmar que esta pesquisa traz abordagem qualitativa e se caracteriza como pesquisa bibliográfica, uma vez que

as pesquisas qualitativas têm como objetivo geral compreender determinados fenômenos em profundidade. Isso implica explorá-los e descrevê-los por diversas perspectivas, além de compreender os significados e as interpretações que os participantes da pesquisa atribuem a esses fenômenos e às suas experiências (Mattar & Ramos, 2021, p. 131).

De acordo com Marconi & Lakatos (2023), a pesquisa bibliográfica é um tipo de produção científica que

é feita com base em textos, como livros, artigos científicos, ensaios críticos, dicionários, enciclopédias, jornais, revistas, resenhas, resumos. Hoje, predomina entendimento de que artigos científicos constituem o foco primeiro dos pesquisadores, porque é neles que se pode encontrar

conhecimento científico atualizado, de ponta. Entre os livros, distinguem-se os de leitura corrente e os de referência. Os primeiros constituem objeto de leitura refletida, realizada com detida preocupação de tomada de notas, realização de resumos, comentários, discussão etc. Os livros de referência são livros de consulta, como dicionários, enciclopédias, relatórios de determinadas instituições, como os do Banco Central e do IBGE (p. 49).

Tivemos o primeiro contato com o livro-texto *Elementos de geometria* (Lacroix, 1824) no ano de 2010, em visita à Biblioteca de Obras Raras da Universidade Federal do Rio de Janeiro (BOR – UFRJ). Nessa ocasião coletamos registros fotográficos que foram armazenados em disco rígido no computador, como arquivos digitais. Tais registros se tornaram dados de pesquisa em três ocasiões diferentes: na primeira, em uma dissertação de mestrado (Barbosa, 2014); na segunda, a pesquisa de doutorado, ainda em andamento; e na terceira, esta que estamos desenvolvendo aqui.

Adotaremos o referencial teórico-metodológico apresentado por Genette (2009) em sua obra *Paratextos editoriais*. Em sua versão traduzida para o português, essa obra tem sido bastante explorada em pesquisas que tratam de análise de livros, sejam eles literários, científicos ou didáticos. Compreendemos os paratextos editoriais como as partes que compõem um livro e que o qualificam como livro (Genette, 2009). A partir dessa compreensão, apresentamos a proposta de complementação da metodologia, elaborada, especificamente, para o livro *Elementos de geometria* (Lacroix, 1824). Dentre os diferentes tipos de paratextos editoriais, tais como a capa, os títulos, os autores, as ilustrações, as dedicatórias, os prefácios e outros, aqui focaremos nas notas de rodapé. Fizemos essa escolha por perceber que se trata de uma fonte de pesquisa que permite muitas possibilidades de exploração.

Uma nota é um enunciado de tamanho variável (basta uma palavra) relativo a um segmento mais ou menos determinado do texto, e disposto, seja em frente seja como referência a esse segmento. O caráter sempre parcial do texto de referência e, consequentemente, o caráter sempre local do enunciado colocado em nota, parece-me ser o traço formal que melhor distingue esse elemento de paratexto e que o opõe, entre outros, ao prefácio – inclusive aos prefácios ou posfácios que, modestamente, se intitulam Nota [...]. Essa relação é particularmente clara [...] divide-se entre o prefácio, que assume considerações mais gerais, e as notas, responsáveis por aspectos mais pontuais (Genette, 2009, pp. 381-382).

Segundo Genette (2009), o termo “notas” evoluiu com o tempo. No período medieval europeu eram chamadas de glosas. Depois, na França, chamadas de *manchettes* – e, em 1636, passam a ser intituladas de notas. Elas podem ser compostas por uma palavra ou até ocupar diversas páginas. Quanto à formatação na página do livro, as notas podem ser dispostas de diversos modos, seja no centro da página, nas margens laterais ou no rodapé da página. Podem aparecer indicadas por algarismos, letras ou asteriscos, e a correlação entre texto e nota aparece de forma idêntica, seja no final da página ou do capítulo.

Reunimos, no Quadro 2, os conceitos apresentados por Genette (2009) para caracterizar as notas de rodapé.

Quadro 2 – Características e exemplos do uso das notas de rodapé

<i>Categorias por autoria</i>	<i>Características</i>	<i>Tipos de notas</i>
Autorais Assuntivas	Notas originais: o destinador é o autor e as notas apresentam as suas iniciais. Prolongam o texto ou fazem um desvio momentâneo.	Definições; explicação de termos; tradução de citação; referência/fonte; detalhes da fonte; menções de incertezas; digressões.
	Notas posteriores: o destinador é o autor. Aparecem em novas edições e estão alinhadas ao prefácio da nova edição.	Resposta às críticas: refutam ou aceitam e as incluem no texto com indicação de fontes; fazem correções; fazem a autocrítica.
	Notas tardias: o destinador é o autor. Aparecem em reedições.	Têm uma perspectiva biográfica ou de informações genéticas.
Alógrafas autênticas	O destinador é externo, o editor ou o tradutor. Não expressam necessariamente o que o autor pensa.	Esclarecimento enciclopédico ou linguístico; informações da história do texto, produção, fontes, citações de epitextos privados; interpretação estilística, psicológica ou moralizante.
Autorais Denegativas	O destinador é o autor quando este assume a postura de editor. O autor é responsável pelo estabelecimento e pela organização do texto.	Semelhantes às notas alógrafas autênticas: esclarecimento, referência, garantem a coerência do texto, citam supressões, mencionam lacunas.
Autorais fictícias	Apresentam a fala de autores supostos ou dissimulados.	
Actoriais	Autênticas: o destinador é o objeto do livro e as notas são aceitas pelo autor.	Semelhantes ao correspondente das notas alógrafas autênticas.
	Fictícias: apresentam a fala de personagens narradores.	
Ficcionais	Denegativas ou pseudoautorais, em que o autor, de forma dissimulada, se diz o responsável pelo estabelecimento e pela organização do texto.	Indicam supostas lacunas, as supressões ou restituições; esclarecem alusões; dão as referências das citações; indicam avisos e coerência do texto.
	Fictícias: apresentam, de forma dissimulada, a fala de personagens não-narradores.	

Fonte: elaboração dos autores, baseada em Genette (2009)

No Quadro 2, as notas de rodapé foram caracterizadas com o uso do critério da autoria destas: escritas pelo próprio autor, pelo tradutor ou pelo editor. Nessa classificação, a cada tipo de destinatário das notas, é atribuído um indicador que qualifica as condições em que se deu a autoria dessas notas de rodapé, ou seja, se há a indicação de quem as escreveu de forma

explícita, se houve atribuição a outros, se foram ou não redigidas pela pessoa a quem está sendo feita a atribuição da escrita.

O termo “autoral assuntiva” indica que a nota teve a autoria mencionada e reconhecida por algum indício e é de redação do autor do próprio livro. Já a expressão “autoral denegativa” quer dizer que o autor faz dissimulação sobre ser ele quem escreve a nota de rodapé. Na categoria “autoral fictícia”, a autoria da nota é atribuída a uma pessoa imaginária. Quando uma nota é de fato escrita por um terceiro, a isso se chama nota “alógrafa autêntica”. As notas actorais são consideradas um desdobramento do item anterior e indicam a escrita de um terceiro que seja objeto do livro ou a fala fictícia de uma personagem narradora. E, por fim, as notas chamadas “ficcionalis” indicam a autoria atribuída a personagens imaginárias. Acrescentamos, ainda no Quadro 2, tipos de notas que possuem as características assinaladas em cada categoria das notas de rodapé que aparecem em diversos livros-texto e que fazem parte da composição de um dos capítulos do livro *Paratextos editoriais* (Genette, 2009).

No livro *Elementos de geometria* (Lacroix, 1824), as notas de rodapé aparecem da mesma maneira nas versões escritas em francês e em português, o que nos sugere se tratar de notas autorais denegativas, ou seja, escritas pelo próprio autor, sem sua indicação explícita pelas suas iniciais. No entanto, há possibilidade de que as notas tenham sido redigidas por um editor, o que também pode abrir a possibilidade de serem notas alógrafas autênticas. Nesta pesquisa a autoria das notas ficou indeterminada, pelo fato de não obtermos fontes indicativas nesse sentido.

Sendo assim, consideramos que essa classificação proposta por Genette (2009) não seria a mais indicada para compreendermos as notas de rodapé da obra analisada. Com a leitura de Genette (2009), após um exercício interpretativo, conseguimos identificar que é possível encontrar em *Paratextos editoriais* categorias de análise para os conteúdos de notas de rodapé de quaisquer livros. No entanto, mesmo com essa identificação, na intenção de uma maior aproximação com o campo da História da educação matemática, sentimos necessidade de complementar as categorias para análise a partir das informações trazidas nas notas de rodapé, em termos de conteúdo matemático e/ou pedagógico. Ou seja, nos foi necessária uma forma diferente de categorização, explicitada na próxima seção.

3. ANÁLISES E RESULTADOS

Genette (2009) propõe uma metodologia de análise de paratextos editoriais, de modo geral. Mas, ao analisarmos as notas de rodapé presentes em Lacroix (1824) por meio desse referencial, percebemos que as categorias propostas por Genette (2009) não são suficientes para adentrarmos na especificidade dos livros-texto de matemática. Nossa proposta é identificar novas categorias que contemplariam tais especificidades e complementaríamos as categorias já indicadas por Genette. Nossa elaboração foi desenvolvida a partir das notas de rodapé da obra *Elementos de geometria* (Lacroix, 1824), mas pretendemos testá-las em outras obras, em um exercício analítico futuro. Aqui, serão apresentados mais dois tipos de categorias: a primeira com base no conteúdo das notas, conforme Genette (2009); e outra de forma complementar, baseada no conteúdo matemático e/ou pedagógico, que se trata de uma elaboração nossa.

De modo geral, a obra de Lacroix (1824) é um livro-texto que se divide em duas partes e cada parte em duas seções. Quanto aos objetos de conhecimento matemático, encontramos dez tópicos abordados nessa obra. Na primeira parte, em que foram abordadas as figuras em uma dimensão (linha) e em duas dimensões (polígonos e círculos), aparecem os seguintes tópicos: “Propriedades das linhas retas e das linhas circulares”; “Polígonos”; “Da linha reta e do círculo”; “Polígonos inscritos e circunscritos”; e “Áreas do polígono e do círculo”.

Já na segunda parte, o livro aborda as figuras geométricas representadas em três dimensões (poliedros e corpos redondos). Nessa parte são abordados os tópicos: “Planos e corpos terminados por superfícies planas”; “Corpos terminados por planos”; “Medida dos volumes”; “Corpos redondos”; e “Comparação dos corpos redondos”.

A escrita do livro segue um estilo formal e apresenta uma grafia própria do período, o que torna a leitura menos fluida. A estrutura das seções do livro é composta por uma parte em que se define e se conceitua o tópico da geometria e, em seguida, o autor do livro apresenta uma sequência de teoremas, com suas respectivas demonstrações; e de problemas, com suas respostas. Ao final do livro há um anexo com as ilustrações das figuras geométricas citadas ao longo da obra.

Ao longo do livro-texto *Elementos de geometria* (Lacroix, 1824), localizamos 44 notas de rodapé. Percebemos que, na diagramação das notas, estas aparecem indicadas por asteriscos no texto e o mesmo símbolo para apontar, na parte inferior da página, o descritivo que apresenta a sua correspondência.

Na Tabela 1, apresentamos a quantidade de ocorrências de notas de rodapé, categorizadas conforme o critério do conteúdo, segundo Genette (2009). Trata-se de uma

interpretação nossa a partir do que o autor aborda sobre notas de rodapé, em sua obra. Apesar de a proposta de categorização estar relacionada a uma obra matemática, essa forma de identificar as notas de rodapé serviria para analisar livros em qualquer área de conhecimento. Ou seja, entendemos que essa classificação de Genette (2009) foi elaborada para que o seu uso se desse também com notas de rodapé de livros de outras áreas de conhecimento.

Tabela 1: Categorias de notas de rodapé identificadas em *Elementos de geometria* (Lacroix, 1824)

<i>Categorias com base no conteúdo</i>	<i>Quantidade</i>
Definições/ Explicação de termos	14
Referência/ Fonte/ Detalhes da fonte	10
Correções	4
Esclarecimento enciclopédico ou linguístico	16
<i>Total</i>	44

Fonte: elaborada pelos autores, com base em Genette (2009)

Ao realizar a leitura das notas de rodapé apresentadas em Lacroix (1824), pode ser identificada a ocorrência de quatro categorias no que se refere aos seus conteúdos, o que pode ser usado para classificar livros-texto de quaisquer áreas de pesquisa, conforme Genette (2009). Apresentaremos, aqui, exemplos de notas de rodapé em cada uma dessas classificações. Essas notas de rodapé tiveram sua grafia atualizada, para maior fluidez na leitura.

- *Definições/ Explicação de termos*

Nessa categoria estão as notas que apresentam explicações ou definições de conceitos. Assemelham-se ao conteúdo das descrições de um dicionário, em que são tratados os significados e usos daquele conceito que está sendo abordado. Por exemplo:

Chamam-lhe ordinariamente ângulo plano; mas esta expressão é muito viciosa, porque só dá a ideia de um ângulo contido no plano, e por consequência do ângulo formado por duas retas. A palavra diedro se compõe de duas gregas, das quais a primeira quer dizer duas e a segunda face ou base (Lacroix, 1824, p. 131).

- *Referência/ Fonte/ Detalhes da fonte*

Indicam as informações da origem histórica de algum termo ou expressão, e se traz para a nota de rodapé a alusão a outros trabalhos acadêmicos, outras publicações ou outros autores. Por exemplo: “Esta maneira de determinar a razão de dois arcos de círculo, vem nas memórias da Academia de Ciências, ano 1774, pag. 250” (Lacroix, 1824, p. 60).

- *Correções*

Nesse tipo de nota de rodapé se traz alguma correção a ser realizada na escrita do texto, em que se evidencia algum trecho julgado inadequado e que merece atenção do leitor. Por exemplo: “Mudei o enunciado, que ordinariamente se dá a esta proposição para torná-lo semelhante ao da proposição do nº 255 que é análoga a estas” (Lacroix, 1824, p. 106).

- *Esclarecimento enciclopédico ou linguístico*

Situações em que se descreve detalhadamente uma ideia e se constroem os conceitos a partir dos significados que podem ser atribuídos a eles. Também pode ser que apresente esclarecimentos no uso e no que se refere ao tipo de conceitos aplicados. A obra traz, em nota de rodapé, algum esclarecimento que vise diferenciar o uso de termos que podem trazer maior clareza para expressão de alguma ideia. Por exemplo: “O teorema acima tem igualmente lugar acerca do cilindro oblíquo: porque é fácil de ver que o teorema e o corolário precedentes não supõe que o eixo do cilindro e as arestas dos prismas sejam perpendiculares ao plano da base” (Lacroix, 1824, p. 183).

Genette (2009) propôs um referencial metodológico que pudesse ser usado e aplicado em qualquer área de conhecimento, sem entrar nas especificidades de cada uma delas. Com o uso desse referencial em pesquisas em Educação Matemática, propomos acréscimos às categorias de análise para aproximá-lo dessa área de pesquisa. Para que a análise das notas de rodapé pudesse ser realizada de forma mais aprofundada em nossas pesquisas, apresentamos seis novas categorias que podem ser identificadas nas análises das notas de rodapé do livro de Lacroix (1824).

O que propomos nesta pesquisa deve ser entendido como outro parâmetro para analisar as notas de rodapé, e essa forma de categorizar as notas de rodapé se conjuga de forma simultânea com o que é proposto por Genette (2009), em análises de paratextos de livros-texto voltados ao ensino de matemática. Em Genette (2009), as notas de rodapé são analisadas pela sua função editorial ou estrutural. Nossa proposta enfatiza a dimensão didático-epistemológica desse tipo de paratexto editorial, de modo que, em análises, uma forma de leitura das notas de rodapé não implica na exclusão da outra. As 44 notas de rodapé que analisamos podem ser categorizadas na Tabela 1 e na Tabela 2, que apresentam, respectivamente, uma forma de ler pela função editorial ou estrutural e outra pela proposta didático-pedagógica apresentada.

Em nossa proposta essa nova categorização evidencia o conteúdo matemático e pedagógico presente nessas notas de rodapé. Nosso exercício de categorização partiu do livro de Lacroix (1824), entretanto supomos que essas novas categorias, indicadas na Tabela 2, podem, eventualmente, servir para analisar notas de outros livros-texto.

Tabela 2: Propostas de novas categorias, com base no conteúdo matemático ou pedagógico em Lacroix (1824)

<i>Categorias com base no conteúdo matemático ou pedagógico</i>	<i>Quantidade</i>
Diversidade de estratégias quanto à resolução de problemas	3
Intervenção didática ou pedagógica	3
Aspectos da História da Matemática e de seu ensino	10
Relação entre imagem e texto escrito	1
Argumentação matemática, provas e demonstrações	16
Apresentação de um tópico matemático	11
<i>Total</i>	44

Fonte: elaborada pelos autores

Com base no conteúdo matemático e pedagógico identificado, desenvolvemos categorias novas e as exemplificamos com algumas notas de rodapé de Lacroix (1824).

- *Diversidade de estratégias quanto à resolução de problemas*

Dessa categoria entendemos fazerem parte os comentários que enfatizam uma mudança de abordagem do autor ou uma abordagem alternativa para tratar determinado assunto, que tenha uma implicação didática ou pedagógica. Da mesma forma, aqui podem ser categorizadas as notas de rodapé cujos conteúdos apresentam diferentes procedimentos matemáticos ou que indicam mais de uma resposta para um enunciado proposto. Por exemplo, a nota:

O problema do número precedente, e este são susceptíveis de duas soluções. No primeiro não só a linha BD fig. 75, enche as condições do enunciado, mas também a linha BF, enquanto AB é meia proporcional entre BF e BD. [...] No problema acima, pode-se levar a linha AE, fig. 76, não somente de A para F, mas do lado oposto, em F', teremos um segundo círculo, que tocará a reta AB em F'', e que passará pelos pontos D e C. Se a linha DC fosse paralela a AB, a construção indicada não faria conhecer o ponto P: mas é visível que neste caso, a perpendicular levantada sobre o meio da corda DC, e que passa pelo centro do círculo pedido, vindo a ser perpendicular à tangente AE, determinaria o ponto de contato F (Lacroix, 1824, p. 79).

Em nossa proposta de categorização de notas de rodapé, esse exemplo pode ser entendido como “Diversidade de estratégias quanto à resolução de problemas”. Todavia, ao interpretar sob o ponto de vista de Genette (2009), essa nota de rodapé teria a função de “Esclarecimento enciclopédico ou linguístico”.

- *Intervenção didática e pedagógica*

Essa segunda categoria considera uma situação de modificação de texto que aponte uma adaptação para melhor apreensão por parte dos estudantes em uma situação conceitual e representa uma demonstração de um saber específico docente, advindo da experiência profissional com o ensino. Além disso, pode ser uma nota de rodapé que indica a realização de adaptações ou alterações no texto para promover maior clareza. Assim, há comentários que

incidem sobre situações de adaptações ou estratégias de ensino quando dizem respeito a substratos materiais, o que indica um conhecimento e/ou uma experiência em nível pedagógico ou didático. Como exemplo, a nota:

Eu empreguei a multiplicação ordenadamente, como meio mais simples para chegar ao resultado procurado; mas poderia acontecer que se achasse alguma dificuldade em conceber esta mudança, na qual parece que se hão de multiplicar as áreas entre si. Essa dificuldade cessará, se imaginarmos que estas áreas, para serem comparadas entre si se refere a uma certa área tomada por medida comum, ou por unidade. Faremos ainda mais clara esta passagem, tornando-a assim:

$$AbcD: EFGH :: AD: EH \quad \frac{EFGH}{AbcD} = \frac{EH}{AD}$$

$$\text{As proposições são: } ABCD: Abcd :: AB: Ab \quad \frac{Abcd}{ABCC} = \frac{Ab}{AB}$$

O que não apresenta obscuridade alguma, porque se trata de razões de grandezas homogêneas. Isto posto $\frac{EH}{AD}$, Designando quantas vezes a área AbcD se contém em EFGH, e $\frac{Ab}{AB}$ quantas vezes a área ABCD se contém AbcD, o número de vezes, que a primeira se contém na última será portanto expressa por $\frac{EH}{AD} \times \frac{Ab}{AB} = \frac{EF \times EH}{AD \times AD}$ Concebendo as retas referidas a uma medida comum (Lacroix, 1824, pp. 108-109).

Nesse exemplo, nossa indicação de classificação foi de “Intervenção didática e pedagógica”. Já para Genette (2009) entendemos que a nota seria classificada no tipo “Correções”.

- *Aspectos da História da Matemática e de seu ensino*

Essa categoria trata de situações em que há inserções de conhecimentos referentes aos contextos históricos aos quais o texto faz alusão. Esses conhecimentos são expressos em notas pelo autor ou pelo tradutor e não fazem parte da composição do livro que foi traduzido. Dessa mesma forma, entendemos que há notas de rodapé que informam sobre contextos que permeiam a História da Matemática e de seu ensino. Entre esses casos, algumas notas de rodapé relatam debates ou disputas acadêmicas em determinada situação. A próxima nota é um exemplo:

É isto o que se deve entender nesta proposição sustentada por muitos geômetras que o ângulo de contingência CAB, formado entre o círculo, e a tangente, é menor que todo o ângulo retilíneo, ou formado por duas retas, por mais pequeno que ele seja. A disputa que tem havido a este respeito veio de não se entender bem o sentido, que neste caso se dava à palavra ângulo. Aqueles que queriam aplicar-lhe a noção tirada das linhas retas, vendo no ângulo de contingência um espaço indefinido CAB, compreendido entre o círculo AC e a sua tangente, não, podiam justamente considerá-lo menor do que qualquer ângulo retilíneo, porque evidentemente pelo ponto A se pode tirar uma reta, que passe entre os pontos C e B. Mas toda esta disputa, que rolava sobre palavras, caiu no esquecimento logo que se conheceu que em nada interessava os princípios (Lacroix, 1824, pp. 72-73).

Enquanto classificamos essa nota de rodapé como “Aspectos da História da Matemática e de seu ensino”, para Genette (2009), entendemos que seria “Referência/fonte”.

- *Relação entre imagem e texto escrito*

Entendemos que também seria uma categoria para análise de notas de rodapé, quando se faz conexão entre o texto e a imagem apresentados no livro-texto. Nessa obra, as ilustrações aparecem em um anexo, ao final do livro, e são numeradas de 1 a 156. Para a indicação de cada figura na nota de rodapé, bem como ao longo do texto, essas são representadas pelo numeral correspondente à figura no anexo, entre parênteses, ou, ainda, pela palavra “figura” (ou pela abreviação: “fig.”) acompanhada do numeral. Por exemplo, a nota:

É visível, a simples inspeção da figura, que os quadriláteros, tais como ACEB, nos quais a soma dos ângulos opostos, E e A, é igual a dois retos, (112), podem ser inscritos no círculo, enquanto em ACDB, esta soma excede a dois retos nos ângulos C e B, e é menor nos ângulos A e D (116) (Lacroix, 1824, pp. 81-82).

Para essa nota de rodapé, atribuímos a categoria de “Relação entre imagem e texto escrito”. Em Genette (2009) acreditamos que se trate de “Explicação de termos”.

- *Argumentação matemática, provas e demonstrações*

Outra categoria identificada nessas análises é a das notas de rodapé que podem expressar o conhecimento matemático do autor, no sentido de que mostram ou demonstram provas ou explicações de questões abordadas no texto, com intuito de fazer acréscimo ou enriquecê-lo. Ou ainda, que utilizam a argumentação matemática para discutir um tema bem como apontam e destacam características ou propriedades matemáticas de um objeto de conhecimento. Exemplo: “Seria fácil provar que a igualdade dos prismas se tornaria em semelhança, se os polígonos ajuntados no mesmo ângulo triedro, fossem somente semelhantes e semelhantemente dispostos” (Lacroix, 1824, p. 151).

Nesse caso, classificamos a nota de rodapé como “Argumentação matemática, provas e demonstrações”. Em Genette (2009), entendemos que essa nota poderia ser “Esclarecimento enciclopédico”.

- *Apresentação de um tópico matemático*

Por fim, nessa categoria, aparecem as ocorrências de notas de rodapé que tratam os objetos matemáticos bem como as propriedades, conceitos e definições destes de forma descritiva e explicativa. Temos como exemplo:

Dá-se o nome de cone reto ao acima descrito, para distingui-lo do cone oblíquo de base circular, que se gera, fazendo girar em torno do ponto S, figura 142, uma reta SA, sujeita a tocar continuamente a circunferência de um círculo ADB, situado em um plano, que não passa pelo ponto S. A reta SC, que ainda se chama eixo do cone, não é perpendicular ao plano da base ADB (Lacroix, 1824, p. 173).

Em nossa proposta, esse tipo de nota de rodapé seria uma “Apresentação de um tópico matemático”. Já em Genette (2009), seria uma nota do tipo “Definições”.

Essas são as categorias que propomos para a classificação de notas de rodapé, seguindo o critério do conteúdo matemático ou pedagógico que elas expressam. Com a leitura e interpretação das notas de rodapé presentes em Lacroix (1824) e de forma complementar ao que Genette (2009) apresenta, entendemos que as novas categorias auxiliam na análise de livros-texto, dentro do contexto da pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa, localizada dentro do campo da História da educação matemática, teve como objetivo apresentar novas categorias de análise para os paratextos editoriais, necessárias para análises de livros-texto de matemática, para além do que Genette (2009) propôs em sua obra. Para isso, foi realizado um exercício de categorização, partindo de um livro-texto que apresenta uma quantidade considerável de notas de rodapé, o *Elementos de geometria*, de Lacroix (1824).

Os resultados desta pesquisa indicam a possibilidade de identificação de seis novas categorias de notas de rodapé: (1) Diversidade de estratégias quanto à resolução de problemas; (2) Intervenção didática e pedagógica; (3) Aspectos da História da Matemática e de seu ensino; (4) Relação entre imagem e texto escrito; (5) Argumentação matemática, provas e demonstrações; e (6) Apresentação de um tópico matemático. Disso, entendemos que é possível uma ampliação do referencial metodológico proposto por Genette (2009), com aproximações que atendam às especificidades do campo da História da educação matemática.

Esses achados contribuem para que esse referencial possa ser utilizado com maior profundidade acadêmica em pesquisas que envolvem a História da educação matemática. Da mesma forma, cria precedente para que outras pesquisas possam abrir mais possibilidades de categorias de análises para os demais paratextos editoriais, o que não fez parte da escolha dos autores para este artigo, mas que pode vir a ser abordado em trabalhos futuros.

Entendemos que analisar de forma qualitativa e de modo minucioso as notas de rodapé contribui para as pesquisas em livros-texto e abre possibilidades de descobertas de informações importantes que, embora não fizessem parte inicialmente do texto do autor, foram acrescentadas devido à própria dinâmica da escrita acadêmica. Isso gera a reflexão sobre quais informações foram julgadas necessárias de serem acrescentadas e quais as motivações dos autores, tradutores

ou editores da obra para fazerem tais adendos. Outra análise possível a ser feita seria quanto aos possíveis acréscimos de notas de rodapé em edições posteriores e suas necessidades, o que, eventualmente, pode trazer discussões sobre as reações da própria comunidade científica e os debates que decorrem da recepção dos livros-texto pelos seus leitores.

Entendemos que as categorias encontradas são necessárias e foram suficientes, especificamente, para a obra analisada. Entretanto, nosso estudo não esgotou o assunto – e reconhecemos que há possibilidade de existirem mais categorias que sejam necessárias para analisar outras obras de matemática.

REFERÊNCIAS

- Andrade, M. M., & Ferreira, M. P. S. (2016). Uma análise paratextual da obra “Arithmetica Theorico-Pratica”. *Conexões - Ciência e Tecnologia*, 9(4), 153–165. <https://conexoes.ifce.edu.br/index.php/conexoes/article/view/984>
- Azevedo, D. P., & Martins-Salandim, M. E. (2019). Livros didáticos de Matemática da EJA: uma análise com hermenêutica de profundidade. *Zetetiké*, 27, e019019. <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654289>
- Barbosa, E. M. (2014). *As matemáticas puras e mistas e a Academia Real Militar do Rio de Janeiro: análise de paratextos de tratados, elementos e compêndios* (Dissertação de Mestrado). Escola de Artes, Ciências e Humanidades, Universidade de São Paulo.
- Carta de lei de 4 de dezembro de 1810*. (1810). Crea uma Academia Real Militar na Côrte e Cidade do Rio de Janeiro. <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/carlei/anterioresa1824/cartadelei-40009-4-dezembro-1810-571420-publicacaooriginal-94538-pe.html>
- Choppin, A. (2004). História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. *Educação e Pesquisa*, 30(3), 549–566. <https://doi.org/10.1590/S1517-97022004000300012>
- Garnica, A. V. M., & Gomes, M. L. M. (2013). Lacroix, sua obra e a instrução pública na França revolucionária. In S. F. Lacroix, *Ensaio sobre o ensino em geral e o de Matemática em particular* (pp. 291-326). Editora Unesp.
- Garnica, A. V. M., Gomes, M. L. M., & Andrade, M. M. (2012). As memórias de Lacroix: a instrução pública na França revolucionária, em geral, e o ensino de Matemática, em particular. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 26, 1227-1260. <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000400007>
- Garnica, A. V. M., & Milanez, N. C. (2021). A Coleção Matemática, Metodologia e Complementos para professores primários, de Ruy Madsen Barbosa: uma análise. *Ensino Em Re-Vista*, 28, e029. <https://doi.org/10.14393/ER-v28a2021-29>
- Genette, G. (2009). *Paratextos editoriais*. Ateliê Editorial.
- Lacroix, S. F. (1824). *Elementos de geometria* (M. F. A. Guimarães, Trad.). Typographia

Nacional.

- Marconi, M. A., & Lakatos, E. M. (2023). *Fundamentos de Metodologia Científica* (9.^a ed.). Atlas.
- Mattar, J., & Ramos, D. K. (2021). *Metodologia da pesquisa em educação: abordagens qualitativas, quantitativas e mistas*. Almedina Brasil.
- Valente, W. R. (2020). História da educação matemática em perspectiva iberoamericana: relações entre campo disciplinar e ciências da educação. *História da Educação*, 24, e101986. <https://doi.org/10.1590/2236-3459/101986>