

Revista de História da Educação Matemática

HISTEMAT

ISSN: 2447-6447

Submetido: 29/07/2025

Aprovado: 18/12/2025



<https://doi.org/10.62246/HISTEMAT.2447-6447.2025.11.747>



O PENSAMENTO ALGÉBRICO NO ENSINO DE CÁLCULO MENTAL EM ATIVIDADES DA OBRA ARITHMETICA ELEMENTAR – LIVRO I, DE GEORG AUGUST BÜCHLER

Algebraic Thinking in the Teaching of Mental Calculation in Activities from Arithmetica Elementar – Book I, by Georg August Büchler

Abdoral Gomes da Silva Júnior¹

Universidade Federal do Paraná

abdoralmatematico@gmail.com



Lattes: <http://lattes.cnpq.br/1065304187276543>



Orcid: <https://orcid.org/0009-0008-6270-4835>

Danilene Gullich Donin Berticelli²

Universidade Federal do Paraná

danilene@ufpr.br



Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4202253939821084>



Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-3051-4750>

Neuza Bertoni Pinto³

Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática

neuzabertonip@gmail.com



Lattes: <http://lattes.cnpq.br/9122972761409214>



Orcid: <http://orcid.org/0000-0002-9224-3020>

¹ Mestrando no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas da Universidade Federal do Paraná - Setor Palotina, Palotina, Paraná, Brasil. Membro do Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática – Paraná (GHEMAT). E-mail: abdoralmatematico@gmail.com.

² Docente no curso de Licenciatura em Ciências Exatas, no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas da Universidade Federal do Paraná - Setor Palotina e no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática da Universidade Federal do Paraná. Palotina, Paraná, Brasil. Membro do Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática – Paraná (GHEMAT). E-mail: danilene@ufpr.br.

³ Docente Colaboradora do Programa de Pós Graduação - Doutorado em Educação, Ciência e Matemática - PPGCEM, da Rede Amazônica de Educação em Ciências, REAMEC. Vice Presidente do Grupo Associado de Estudos e Pesquisas sobre História da Educação Matemática (GHEMAT BRASIL). Pesquisadora e assessora do Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática – Paraná (GHEMAT). E-mail: neuzabertonip@gmail.com.

RESUMO

Este estudo apresenta análises preliminares de uma pesquisa de Mestrado em andamento que investiga atividades de aritmética presentes na obra *Arithmetica Elementar – Livro I*, (1943), de Georg August Büchler, as quais mobilizam conhecimentos de cálculo mental e contribuem para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Inserido no campo da História da educação matemática, o estudo baseia-se nos referenciais da História Cultural e nas contribuições de Valente. As primeiras análises consideram atividades que exploram os conhecimentos de cálculo mental, como decomposições, fatos básicos, dobros e a rede de relações numéricas do 10, identificando aproximações com propriedades algébricas, tais como decomposição, composição, relações numéricas e comutatividade. As análises da obra de Büchler indicam que as atividades propostas partem de situações em que a álgebra emerge de conhecimentos aritméticos, mostrando uma forte relação com o método intuitivo de Pestalozzi. Observa-se, ainda, que tais atividades evidenciam processos de apropriação e representação próprios da cultura escolar do período, indicando que a integração do cálculo mental e pensamento algébrico pode subsidiar práticas pedagógicas que favorecem a compreensão de conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Pensamento algébrico. Cálculo mental. *Arithmetica Elementar - Livro I*. Georg August Büchler.

ABSTRACT

This study presents preliminary analyses from an ongoing Master's research that investigates arithmetic activities in *Arithmetica Elementar – Book I* (1943), by Georg August Büchler, which mobilize mental calculation knowledge and contribute to the development of algebraic thinking. Situated within the field of the History of mathematics education, the study draws on the theoretical foundations of Cultural History and on the contributions of Valente. The initial analyses focus on activities that explore mental calculation knowledge, such as decompositions, basic facts, doubles, and the network of numerical relations of 10, identifying connections with algebraic properties, including decomposition, composition, numerical relations, and commutativity. The analyses of Büchler's work indicate that the proposed activities emerge from situations in which algebra arises from arithmetic knowledge, revealing a strong connection with Pestalozzi's intuitive method. These activities also reflect processes of appropriation and representation characteristic of the school culture of the period, suggesting that the integration between mental calculation and algebraic thinking may support pedagogical practices that foster the understanding of mathematical concepts.

Keywords: Algebraic thinking. Mental calculation. *Arithmetica Elementar – Book I*. Georg August Büchler.

INTRODUÇÃO

De que maneira a Aritmética está conectada com a Álgebra? Os conhecimentos algébricos podem ser trabalhados por meio da Aritmética? Estas perguntas representam algumas inquietações que norteiam o presente estudo.

A concepção de cálculo mental tem sido abordada ao longo da história em diversas fontes, desde livros didáticos e manuais pedagógicos, até artigos científicos e documentos oficiais. Essa temática reflete o comprometimento de professores e pesquisadores em compreender as estratégias e os conhecimentos que podem ser utilizados pelos alunos para realizar operações matemáticas, seja no contexto escolar, seja no cotidiano. Além disso, tais discussões mostram como diferentes práticas e representações sobre o cálculo mental circularam na cultura escolar ao longo do tempo, aspecto relevante para uma leitura histórica ancorada na História Cultural.

No campo da História da educação matemática⁴, o cálculo mental tem sido, também, objeto de pesquisa, buscando-se compreender finalidades e transformações ocorridas no processo de ensino. Os estudos estão relacionados, ainda, à compreensão de como os alunos desenvolvem estratégias e aplicam esses conhecimentos para resolver operações matemáticas sem o uso de papel, lápis ou calculadoras.

Na pesquisa *Cálculo mental no ensino primário (1950-1970) - um olhar particular para o Paraná*, Berticelli (2017) indica que o cálculo mental, como proposto, era utilizado como ferramenta pedagógica no ensino e na resolução de problemas matemáticos. Segundo a pesquisadora, seu objetivo era auxiliar na contextualização e compreensão das operações, buscando atribuir sentido e significado à Matemática. Assim, percebe-se que o cálculo mental vai além de um procedimento mecânico realizado pelo aluno, pois envolve raciocínio, criatividade e flexibilidade na manipulação das operações (Berticelli, 2017), desempenhando, portanto, um papel fundamental no desenvolvimento do pensamento matemático. Nessa perspectiva, o cálculo mental pode ser compreendido como uma prática escolar historicamente situada, cuja permanência e transformação apontam modos específicos de ensinar e aprender Matemática.

O cálculo mental não se resume a decorar resultados, mas a compreender e criar memórias que permitem mobilizar estratégias, as quais estão diretamente ligadas a essas

⁴ Para Valente (2010, p. 125), “o emprego da expressão ‘educação matemática’ é feito no sentido lato. Significa o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, inscrito na história da escola, na história da educação escolar. Em minúsculas, não se confunde com “Educação Matemática”, em maiúsculas, campo de pesquisa constituído a partir dos anos 1980”.

memórias construídas pelos alunos. Nesse sentido, conforme apontam Berticelli e Zancan (2024), é necessário considerar que:

A possibilidade de várias combinações entre estratégias faz com que cada indivíduo escolha aquela que lhe for mais conveniente, a partir dos sentidos e significados dos números por ele estabelecidos. A escolha de diferentes estratégias está relacionada às memórias, tornando o cálculo mental algo particular (Berticelli & Zancan, 2024, p. 9).

Sendo assim, a investigação e os questionamentos relacionados a esse tema permitem compreender os múltiplos e amplos significados atribuídos ao cálculo mental ao longo do tempo, bem como seu impacto na formação do pensamento matemático dos alunos. Dessa forma, diferentes abordagens sobre o cálculo mental estão sendo pesquisadas, buscando não apenas potencializar a rapidez nos cálculos, mas também favorecer a compreensão dos conceitos matemáticos subjacentes. Além disso, tais abordagens mostram como determinados modos de pensar e praticar o cálculo mental foram apropriados e ressignificados em distintos contextos escolares, aspecto essencial para uma leitura histórica de inspiração cultural.

Para organizar os princípios consistentes e conscientes sobre as concepções e o uso do cálculo mental, recorreremos ao campo da História da educação matemática, com o intuito de compreender como o conhecimento matemático foi e continua sendo construído e produzido ao longo do tempo.

A História da educação matemática (Hem) fornece um importante arcabouço teórico para situar o cálculo mental em um panorama mais amplo do ensino da Matemática. Para Valente (2010, p. 8), a Hem tem sido “objeto de reflexão pelos pesquisadores da área, e suas conclusões apontam para o papel importante da inserção desse saber na formação docente”. No que se refere a essa questão, Valente (2010) destaca que a escrita da história tem passado por diversas transformações, o que representa um marco significativo tanto do ponto de vista teórico quanto metodológico para este estudo, especialmente ao refletir sobre a pesquisa histórica da educação matemática no contexto contemporâneo do trabalho dos historiadores. Tais transformações incidem diretamente na maneira como documentos, práticas e materiais didáticos são interpretados, evidenciando que a leitura histórica demanda atenção às representações e às formas de apropriação presentes nas fontes.

Por meio dos questionamentos e investigações desse campo de estudo, é possível analisar como diferentes métodos de ensino foram concebidos e transformados ao longo do tempo, refletindo mudanças culturais e sociais. Para Valente (2007),

(...) as interrogações acerca da história da educação matemática representam, desde logo, um alargamento do campo da investigação na área, na produção de objetos de pesquisa que não estão

orientados por imperativos didáticos. Noutras palavras, a sujeição às questões didáticas tem balizado um tipo de produção acadêmica que pensa a história como ingrediente importante do processo de ensino-aprendizagem da matemática (Valente, 2007, p. 36).

Para Valente (2007), ainda, estudar as práticas da Educação Matemática em tempos passados e questionar o que delas restou implica, muitas vezes, interrogar os livros didáticos de Matemática utilizados no cotidiano de épocas anteriores, pois esses materiais representam um dos elementos que permanecem como legado das práticas educacionais do passado. Assim, ao analisar esses documentos, é possível levantar questionamentos que auxiliam na compreensão do contexto histórico da educação matemática (Valente, 2007). Essa perspectiva reforça a importância de considerar os impressos escolares como artefatos culturais, cujas práticas e representações apontam modos específicos de organizar e transmitir o conhecimento.

Além disso, ao considerar as reflexões metodológicas propostas por Valente (2007; 2010), percebe-se que essa investigação não se limita a uma abordagem didática, ou seja, somente aos conhecimentos práticos da sala de aula, mas envolve um olhar mais amplo sobre os processos históricos e epistemológicos na História da educação matemática. Dessa forma, compreender a trajetória do cálculo mental e suas diversas aplicações contribui para uma visão mais aprofundada e reflexiva sobre conhecimentos e estratégias utilizadas que, ao longo do tempo, marcaram seu papel no ensino. Nesse sentido, o estudo das atividades propostas por Büchler (1943) dialoga diretamente com os pressupostos da História Cultural ao permitir a análise das formas de apropriação, circulação e ressignificação do conhecimento matemático nas primeiras décadas do século XX.

Voltando aos questionamentos iniciais, o presente texto vincula-se a um projeto em andamento⁵ cujo objetivo é compreender, na obra *Arithmetica Elementar – Livro I*, de Georg August Büchler⁶, atividades de aritmética que mobilizam conhecimentos de cálculo mental e desenvolvem o pensamento algébrico. Para isso, vamos caminhar pela trilha da História Cultural, buscando identificar, na referida obra, estas atividades. Dessa maneira, pretende-se evidenciar como tais atividades expressam práticas e representações que aproximam aritmética e álgebra no contexto da matemática escolar.

⁵ Este trabalho faz parte de uma pesquisa de mestrado em andamento, cujo objetivo é analisar a obra *Arithmetica Elementar – Livro I*, 4ª Edição, 1943, de Georg August Büchler, buscando atividades de aritmética que envolvem as propriedades algébricas no desenvolvimento do cálculo mental.

⁶ Esta obra teve ampla circulação no Paraná, no início do século XX, conforme apontam Almeida (2016) e Corrêa *et al.* (2018).

1. REFERENCIAL TEÓRICO-METODOLÓGICO

Para a análise do livro, tomou-se como apoio a obra de Valente (2023, p. 2), que recomenda “referências vindas da História Cultural, da História da Educação e mesmo de estudos mais recentes de História da educação matemática”. Para o autor, a História Cultural se fundamenta na análise das dinâmicas de apropriação e representação, que se manifestam por meio do consumo criativo e da interpretação dos bens culturais, que serão tratados posteriormente. Ao olharmos para a obra de Büchler (1943), apropriamo-nos dos conhecimentos contidos nela por meio de representações culturais, o que possibilita compreender o livro não apenas como um repositório de conteúdos, mas como um artefato cultural que expressa práticas, escolhas editoriais e intencionalidades próprias de seu tempo.

Ainda de acordo com Valente (2023), o conceito de apropriação, que se apoia fortemente nos estudos de Chartier (1988), destaca a maneira como os indivíduos interagem com os bens culturais, reinterpretando-os e atribuindo novos significados conforme o contexto de uso. Dessa forma, a elaboração de livros didáticos resulta de uma série de apropriações realizadas pelos autores, os quais incorporam elementos provenientes de obras de outros autores, orientações oficiais para o ensino, perspectivas pedagógicas, entre outros. Nesse sentido, a obra de Büchler (1943) pode ser entendida como resultado de múltiplas camadas de apropriação, revelando a circulação e a adaptação de concepções pedagógicas, como o método intuitivo, na cultura escolar brasileira.

A análise de documentos históricos, como os livros didáticos, possibilita identificar as concepções matemáticas de diversas épocas, bem como as práticas pedagógicas adotadas e os desafios enfrentados na implementação (Valente, 2023). Nesse sentido, a História da educação matemática se configura como uma ferramenta importante para compreender as diferentes concepções e métodos de ensino utilizadas ao longo do tempo. Essa abordagem permite observar como determinadas práticas se consolidam, se transformam e são reinterpretadas no interior das instituições escolares.

Os livros didáticos desempenham um papel central na educação, pois não apenas transmitem saberes, mas também refletem as políticas e práticas pedagógicas de sua época, inserindo-se na cultura local (Valente, 2008). Além disso, este estudo adota a base teórico-metodológica da História Cultural, utilizando-se das práticas e representações. Chartier (1988) discute a relação entre práticas e representações, destacando que as primeiras envolvem os costumes, modos de vida e atitudes que estruturam a experiência cotidiana. Por outro lado, as representações são formas de ver o mundo, constituídas pelas práticas e, ao mesmo tempo,

responsáveis por criá-las, evidenciando uma relação recíproca entre ambas. Assim, ao investigar as atividades propostas por Büchler (1943), buscamos compreender como elas expressam tanto práticas pedagógicas quanto representações sobre ensinar aritmética e introduzir elementos da álgebra.

Corroborando, a História Cultural investiga as diferenças, os debates e os conflitos que emergem das tradições compartilhadas por comunidades inteiras (Burke, 2008). Além disso, Burke (2008) ressalta que a abordagem da História Cultural surgiu justamente para preencher as lacunas deixadas por métodos anteriores de estudo do passado, os quais frequentemente ignoravam aspectos complexos, mas essenciais para uma compreensão mais profunda da história. No contexto deste estudo, isso significa analisar, por meio das atividades, como o pensamento algébrico é mobilizado no cálculo mental, reconhecendo o livro como um objeto carregado de intencionalidades e significados culturais.

A busca pela compreensão do pensamento algébrico exige uma reflexão sobre os conhecimentos que o compõem. No entanto, pesquisas têm evidenciado diversas dificuldades nessa área, especialmente nas séries finais do Ensino Fundamental, em que conceitos como a manipulação e as operações com expressões algébricas frequentemente geram apreensão, resultando na não aprendizagem dos conteúdos.

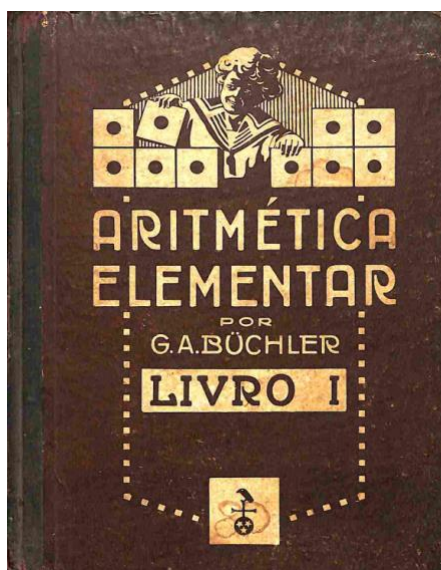
Além disso, observa-se que muitos alunos tendem a resolver exercícios de maneira mecânica e, por vezes, sem compreender os processos envolvidos. Diante dessa situação, torna-se importante desenvolver questionamentos que possibilitem aos estudantes atribuir significado às operações algébricas, conectando os novos conhecimentos aos saberes prévios que já possuem. Tal necessidade dialoga diretamente com a perspectiva cultural da aprendizagem, uma vez que o modo como os alunos compreendem e tratam as operações carrega marcas das práticas escolares que historicamente estruturaram o ensino da álgebra.

Por outro lado, ao analisar livros didáticos, Aguiar (2014) observou que a maior parte dos materiais destinados ao Ensino Fundamental ainda enfatiza o ensino de regras e técnicas operatórias, enquanto apenas uma pequena parcela apresenta propostas voltadas ao desenvolvimento dos conceitos algébricos e do pensamento algébrico. Esse dado reforça a pertinência de revisitar fontes históricas, para compreender como determinadas concepções sobre o ensino da aritmética e da álgebra foram apropriadas e materializadas nas atividades escolares.

Nossa fonte, *Arithmetica Elementar – Livro I*⁷, de Georg August Büchler (1943), foi impressa nas oficinas gráficas da Companhia Melhoramentos de São Paulo, e a versão digitalizada utilizada neste trabalho corresponde à 4ª edição. Embora a data de edição não esteja explicitamente indicada na obra, a Editora Melhoramentos confirmou essa informação com base em seus registros catalográficos (Silva, 2017).

A seguir apresentamos a capa do livro:

Figura 01 – Capa do livro Aritmética Elementar - Livro I (1943)



Fonte: Repositório UFSC

A capa do livro indica que ele foi destinado ao ensino primário, alinhando-se aos programas oficiais da época e podendo ser utilizado em todos os estados do Brasil. No prefácio, Büchler (1943) expõe sua visão sobre o ensino da aritmética, argumentando que há um equívoco na forma como essa disciplina é ensinada nas séries iniciais, uma vez que se privilegia a abstração, o ensino mecânico e a memorização. Segundo o autor, considerando que o espírito infantil é capaz de compreender melhor conceitos concretos por meio da intuição direta, é essencial associar as abstrações aritméticas a elementos do cotidiano, tornando o aprendizado mais significativo. Nesse sentido percebe-se que a obra de Büchler vai ao encontro de nossa proposta de ensino de cálculo mental, em que os conhecimentos devem ser compreendidos para se tornarem uma memória, e não apenas decorados, sem entendimento. Essa defesa da intuição e da concretude também constitui uma representação pedagógica típica da época, evidenciando a circulação e apropriação do método intuitivo de inspiração pestalozziana.

⁷ Um exemplar desta edição, adquirido em um sebo em São Paulo, está disponível no acervo do Centro de Documentação do Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil (GHEMAT). Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/7073>.

Para elencar o objetivo do estudo, Prost (2008) destaca que a crítica a um documento exige um conhecimento prévio aprofundado sobre o contexto ao qual ele pertence, tornando-se uma tarefa complexa que não pode ser realizada por iniciantes na área. Para o autor, a análise crítica pressupõe a confrontação do documento com o conjunto de conhecimentos já estabelecidos sobre o tema, o local e o período a que se refere.

Além disso, Prost (2008) enfatiza que a crítica histórica é, em si mesma, parte do fazer historiográfico, pois à medida que a história avança e se amplia, a forma de analisar e interpretar documentos também se transforma. O aprimoramento dessa prática ocorre conforme o historiador se aprofunda no estudo do tema, adquirindo maior capacidade de questionamento e de cruzamento de informações, o que permite uma compreensão mais complexa e rigorosa das fontes históricas. Assim, a leitura da obra de Büchler (1943) deve considerar tanto sua materialidade quanto seu lugar nas disputas e transformações do ensino de matemática no período, articulando práticas, representações e apropriações.

Em busca de atividades de cálculo mental que construam os conhecimentos algébricos, apresentamos nosso entendimento sobre o pensamento algébrico e os conhecimentos de cálculo mental, para poder identificar essa relação nas atividades.

2. PENSAMENTO ALGÉBRICO E O CÁLCULO MENTAL

Diversos pesquisadores ressaltam a importância de inserir a Álgebra nos currículos escolares desde as séries iniciais. Kieran et al. (2016) destacam que esse contato inicial com a Álgebra ajuda a preparar os estudantes para estudos mais avançados na área, além de contribuir para o desenvolvimento de hábitos próprios da prática matemática.

Para Kaput (1998; 1999), o pensamento algébrico manifesta-se quando o aluno, ao lidar com dados e relações matemáticas, formula conjecturas e argumentos que o conduzem à elaboração de generalizações progressivamente mais formais, as quais podem surgir a partir de contextos aritméticos.

No pensamento algébrico, o foco não está apenas nos números ou objetos em si, mas nas relações entre eles. Segundo Ponte, Branco e Matos (2009, p. 9), “o grande objetivo do estudo da Álgebra nos ensinos básico e secundário é desenvolver o pensamento algébrico dos alunos”, e, com isso a capacidade de manipulação de símbolos, estudo das estruturas, da simbolização, da modelação e do estudo de variações. Por isso, é importante que os estudantes aprendam a representar essas relações e a raciocinar de forma abstrata. Esses elementos

aproximam o pensamento algébrico das representações matemáticas que circulam na cultura escolar, permitindo compreender como certos modos de generalização foram historicamente ensinados.

Canavarro (2007) destaca que a introdução do pensamento algébrico nas primeiras séries pode contribuir para uma abordagem mais envolvente da Matemática, favorecendo a construção do conhecimento com compreensão. Nesse sentido, Canavarro (2007) destaca que a álgebra pode ser construída com base na estrutura da aritmética, desde que haja uma mudança no foco da análise:

É a partir da estrutura da Aritmética que se podem construir os aspectos sintáticos da Álgebra, o que implica analisar as expressões aritméticas não em termos do valor numérico obtido através do cálculo, mas em termos da sua forma (por exemplo, concluir que $33 + 8 = 8 + 33$ não porque ambos constituem 41, mas porque na adição a ordem das parcelas é indiferente) (Canavarro, 2007, p. 89).

Canavarro (2007) ainda destaca que o conceito de pensamento algébrico difere significativamente da concepção tradicional de álgebra que predominou no ensino escolar por décadas. Segundo a autora, essa visão tradicional tende a reduzir a álgebra à manipulação de símbolos e à aplicação mecânica de regras operatórias, desvinculadas do significado matemático.

Partindo para a questão sobre atividades no referido livro, que virão posteriormente, voltamos para a questão da álgebra. Para Ponte, Branco e Matos (2009, p. 10), “aprender álgebra implica ser capaz de pensar algebricamente numa diversidade de situações, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação”. Assim, reduzir a álgebra à simples manipulação de símbolos é deixar de lado toda a sua riqueza e complexidade (Ponte; Branco; Matos, 2009). Esse entendimento reforça a importância de reconhecer nas atividades aritméticas elementos estruturantes do pensamento algébrico, o que dialoga com a proposta de analisar a obra de Büchler sob a perspectiva das práticas e representações da cultura escolar.

A obra *Aritmética Elementar – Livro I*, de George August Büchler, datada de 1943 e voltada para o ensino primário, faz menção a Pestalozzi⁸, um nome de destaque no ensino de Matemática. Segundo Oliveira e Valdemarin (2022), Pestalozzi tornou-se referência na

⁸ Johann Heinrich Pestalozzi nasceu em Zurique (Suíça), em 12 de janeiro de 1746. Segundo Oliveira (2017), em 1774 ele instalou um centro educativo para educação de meninos pobres que trabalhavam na fiação e tecelagem de algodão na cidade de Neuuhof. Entre 1780 e 1798 tornou-se participante de movimentos revolucionários e devotou-se à atividade literária. Criou outros dois institutos entre os anos 1800 a 1804, em Stans e Burgdorf, onde continuou com a elaboração e experimentação dos princípios da sua pedagogia. Além de psicologizar a educação, Pestalozzi apresentou, em 1800, o conceito de intuição. Em 1905 transformou o castelo Yverdon, em Neuchâtel, em um centro de experimentação e de elaboração das suas ideias educacionais. Morreu aos 81 anos deixando um legado educacional que permanece vivo até hoje nos centros de pesquisa (Oliveira, 2017).

inovação metodológica para o ensino elementar no século XIX e início do século XX ao estabelecer modelos para o ensino por meio de métodos intuitivos. Segundo os autores,

A intuição foi entendida como a via que estimula o desenvolvimento da criança a partir de suas próprias forças internas, capturando dos objetos exteriores a fonte de todo o conhecimento e despertando a consciências das impressões que eles produzem. Assim, a intuição se tornou o princípio, a base e o meio para a instrução elementar (Oliveira & Valdemarin, 2022, p. 7).

Mesquida (2016) afirma que o método de Pestalozzi segue uma graduação progressiva, partindo do simples para o complexo e conduzindo a criança a desvelar a realidade expressa pelas palavras, características que remetem à pedagogia de Piaget.

Em termos de ensino, os autores apontam elementos da aritmética que se imbricavam com a álgebra de acordo com o pensamento de Pestalozzi. Oliveria e Valdemarin (2022) afirmam que, para Pestalozzi a primeira etapa do ensino e do aprendizado da álgebra não ocorreria por meio de fórmulas, dadas por expressões de relações, mas sim por exercícios do ensino intuitivo da aritmética. Por meio dessa graduação, os primeiros elementos da álgebra emergiriam das generalizações das relações entre as coisas percebidas intuitivamente, agrupadas à aritmética, evidenciando um movimento de apropriação pedagógica no qual a álgebra se constituiria a partir de práticas aritméticas já consolidadas na cultura escolar.

O ensino de álgebra pelo método intuitivo de Pestalozzi seguia a mesma marcha do ensino de aritmética: intuição das unidades, cálculo mental, cálculo escrito, cálculo mental algébrico, cálculo literal ou álgebra propriamente dita. Para Pestalozzi, “a marcha seguida no cálculo intuitivo encaminharia o aluno até o cálculo literal, e por isso, aritmética e álgebra poderiam ser trabalhadas conjuntamente” (Oliveira & Valdemarin, 2022, p. 12). O cálculo mental figurava como instrumento nessa relação, por meio do qual as crianças poderiam resolver problemas de primeiro grau, com um ou mais valores desconhecidos, sem a assistência do professor. Essa progressão gradual indica práticas educativas que articulam intuição, memória e generalização, que por sua vez são elementos fundamentais tanto para o desenvolvimento do cálculo mental quanto para a constituição do pensamento algébrico.

Ponte, Branco e Matos (2009) apontam que, algumas atividades podem favorecer a construção do pensamento algébrico, as quais apresentamos no Quadro 1:

Quadro 1 – Conhecimentos mobilizados na construção do pensamento algébrico

Conhecimento	Conceito	Exemplo	
Relações numéricas	Igualdade de expressões numéricas: situações em que os alunos devem trabalhar sequências numéricas com intuito de encontrarem relações numéricas, reforçando o significado da equivalência do sinal de igual. Nestas relações a posição do número que se quer encontrar deve variar na expressão.	$11 + \square = 26$ $11 + 15 = \square + 11$ $11 + 15 = 12 + \square$ $11 + 15 = \square + 16$ $11 + 15 = \square + 17$	$\square = 15 + 11$ $11 + \square = 11 + 15$ $14 + \square = 11 + 15$ $\square + 12 = 11 + 15$ $\square + 13 = 11 + 15$
Decomposição de um número “Família do 7”	Reconhecer as formas de decompor e representar o 7 (ou qualquer outro número) por meio de igualdades numéricas.	$7 = 1 + 6$ $7 = 2 + 5$ $7 = 3 + 4$ $7 = 4 + 3$ $7 = 5 + 2$ $7 = 6 + 1$	
Relação inversa entre adição e subtração	Perceber que a subtração é o inverso da adição.	$39 - 17 = 22$, pois $39 = 22 + 17$	
Relação de compensação	Consiste em perceber que uma operação pode ser transformada em outra, mais simples, ativando uma memória conhecida.	$31 + 9 = 30 + 10$	
Composição de um número	Perceber as diferentes formas de compor um número.	$1 + 8 = 9$ $2 + 7 = 9$ $3 + 6 = 9$ $4 + 5 = 9$ $5 + 4 = 9$ $6 + 3 = 9$ $7 + 2 = 9$ $8 + 1 = 9$	

Fonte: Elaborado pelos autores com base em Ponte, Matos e Branco (2009).

Ao analisarmos os conhecimentos algébricos apresentados no Quadro 1, é possível perceber uma aproximação com os conhecimentos de cálculo mental, categorizados por Berticelli e Zancan (2024), os quais apresentamos no Quadro 2:

Quadro 02 – Conhecimentos necessários ao cálculo mental

Categoria	Definição e Exemplos
Fatos Básicos	Operações de adição ou subtração cujo resultado não ultrapassa a dezena mais próxima, alterando apenas a unidade das parcelas. Exemplos: $5+3$, $7+2$, $14+5$, $21+8$, $32+7$.
Decomposição	Memorização de todas as possíveis decomposições dos números menores que 10. Exemplos: $2=1+1$; $3=1+2$; $4=1+3=2+2$; $5=1+4=2+3$; $6=1+5=2+4=3+3$; $7=1+6=2+5=3+4$; $8=1+7=2+6=3+5=4+4$; $9=1+8=2+7=3+6=4+5$.
Dobros	Memorização dos dobros dos números de 1 a 20 e suas operações inversas. Exemplos: $7+7=14$ e $14-7=7$; $12+12=24$ e $24-12=12$; $15+15=30$ e $30-15=15$.
Rede de Relações Numéricas do 10 (RRN do 10)	Conhecimentos que envolvem o 10 nas parcelas ou no resultado, bem como os múltiplos de 10. Exemplos: $10=1+9=2+8=3+7=4+6=5+5$; $10-1=9$, $10-2=8$, $10-7=3$; $10+1=11$, $10+2=12$, $10+3=13$; $10=11-1=12-2=13-3=14-4$; $20+1=21$, $20+2=22$, $20+3=23$; $20=21-1=22-2=23-3=24-4$; $11+10=21$, $10+15=25$, $30+14=44$; $13-10=3$, $25-10=15$.

Fonte: Adaptado de Berticelli e Zancan (2024, p. 6)

Examinando ambos os quadros, é possível perceber as aproximações entre os conhecimentos que podem ser trabalhados tanto no contexto aritmético, quanto no contexto algébrico. A relação inversa entre a adição e a subtração é também uma estratégia de cálculo mental, mobilizada nos fatos básicos, nos dobros, na relação numérica do 10. A decomposição e a composição são consideradas em ambos os contextos, tanto na construção dos conhecimentos de cálculo mental quanto na construção do pensamento algébrico. A compensação, embora seja um conhecimento algébrico, constitui uma estratégia relevante quando vista pela ótica do cálculo mental.

Ou seja, os conhecimentos de cálculo mental são também, conhecimentos algébricos, e as atividades podem potencializar essa construção. Essa sobreposição entre práticas aritméticas e estruturas algébricas revela processos de apropriação e ressignificação característicos da cultura escolar, nos quais os exercícios de cálculo mental funcionam como mediadores para a emergência de modos de generalização próprios do pensamento algébrico. Nesse sentido, voltamos nosso olhar para a obra de Büchler para identificar as atividades que mobilizam esses conhecimentos.

3. PRIMEIRAS IMPRESSÕES DA OBRA DE BÜCHLER

É possível encontrar, nas atividades da obra de Büchler, o pensamento algébrico mobilizado no ensino de cálculo mental? Vamos tentar responder esse questionamento destacando a atividade da Figura 2:

Figura 2 – Atividade do livro Aritmética Elementar - Livro I (1943)

1) $6 = 3 +$	2) $6 - 5 =$	3) $5 + 1 =$	4) $1 + 1 =$
$6 = 5 +$	$6 - 3 =$	$3 + 3 =$	$2 + 1 =$
$6 = 4 +$	$6 - 4 =$	$2 + 4 =$	$3 + 1 =$
$6 = 1 +$	$6 - 1 =$	$1 + 5 =$	$4 + 1 =$
$6 = 2 +$	$6 - 2 =$	$4 + 2 =$	$5 + 1 =$

Fonte: Büchler (1943, p. 26)

Nesta atividade, observamos, na primeira coluna, a decomposição do número 6, explorando diferentes maneiras de decompor um número por meio da adição. A decomposição é considerada um conhecimento de cálculo mental e do pensamento algébrico. Além disso, a forma como a tarefa é organizada evidencia uma representação pedagógica que privilegia a análise das partes e do todo, característica presente em métodos intuitivos amplamente apropriados pela cultura escolar da época.

Na coluna 02, o autor mostra a subtração como inverso da adição, podendo amparar-se na primeira coluna. Se $6 = 5 + ___$, então $6 - 5 = ___$. Temos um conhecimento algébrico sendo explorado por meio dos conhecimentos de cálculo mental, e tal articulação entre operações reforça a construção de relações numéricas, ao mesmo tempo em que expressa práticas escolares que buscam aproximar aritmética e álgebra sem recorrer imediatamente à simbologia literal.

Já na coluna 03, observamos as diferentes composições do número 6, abordando uma propriedade algébrica, que é a comutatividade, em que $(a + b = b + a)$, conforme podemos ver no exemplo: $5 + 1$ e $1 + 5$. A composição é um conhecimento mobilizado na construção do pensamento algébrico e, em termos de cálculo mental, corresponde aos fatos básicos. A apresentação paralela dessas composições sugere uma intencionalidade pedagógica de evidenciar padrões, elemento central na formação do pensamento algébrico.

É importante destacar o pensamento envolvido em cada situação. Na primeira coluna, em que temos $6 = 3 + ___$, o pensamento deve ser “Seis é igual a 3 mais que número?”. Nesse pensamento, podemos inferir que estamos preparando os alunos para uma equação algébrica do tipo $6 = 3 + \square$, em que, posteriormente, o quadrado será substituído pela letra x . Como o

aluno está habituado a resolver este tipo de situação em atividades aritméticas, conseguirá compreender a expressão algébrica para a ser resolvida. Nos demais casos, espera-se que resolvam a operação da forma como ela é apresentada.

Em termos de cálculo mental vemos dois conhecimentos essenciais: fatos básicos e decomposição. Em termos de pensamento algébrico temos decomposição, composição e a subtração como inverso da adição. Essa sobreposição de conhecimentos revela práticas de ensino que aproximam aritmética e álgebra por meio de representações simples, porém estruturantes, sendo um ponto coerente com a perspectiva da História Cultural, que busca compreender como essas formas de organização do saber circulam e se consolidam na escola.

Na Figura 3, podemos observar conhecimentos algébricos e de cálculo mental.

Figura 3 – Atividade do livro Aritmética Elementar - Livro I (1943)

1) $5 + \quad = 7$	2) $4 + \quad = 6$	3) $4 + \quad = 5$
$4 + \quad = 7$	$1 + \quad = 6$	$2 + \quad = 5$
$6 + \quad = 7$	$3 + \quad = 6$	$1 + \quad = 5$
$2 + \quad = 7$	$2 + \quad = 6$	$1 + \quad = 4$
$1 + \quad = 7$	$5 + \quad = 6$	$2 + \quad = 4$
$3 + \quad = 7$	$3 + \quad = 6$	$3 + \quad = 4$

Fonte: Büchler (1943, p. 26)

Nesta atividade temos a composição nas três colunas. As diferentes composições do 7, do 6, do 5 e do 4. Em termos de cálculo mental, temos os fatos básicos da adição. O lugar do termo desconhecido é relevante. Já dizia Throndike (1922):

a forma da equação com uma quantidade desconhecida a ser determinada, ou um número faltante a ser encontrado, deve ser conectada com o seu significado e com a atitude do problema muito antes de um aluno começar a álgebra e nas mentes dos alunos que nunca estudarão álgebra (Throndike, 1922, p. 77, tradução nossa).

Para ele, era fundamental relacionar a álgebra com a aritmética por meio de atividades como a do exemplo:

“Escreva os números faltantes:

$$4 + 8 = \underline{\quad}$$

$$5 + \underline{\quad} = 14$$

$$\underline{\quad} + 3 = 11$$

$$\underline{\quad} = 5 + 2$$

$$16 = 7 + \underline{\quad}$$

$$12 = \underline{\quad} + 15 \text{ (Throndike, 1922, p. 77).}$$

Quanto ao pensamento, nesse tipo de atividade, espera-se que seja: “5 mais que número, resulta em 7?”. Isso mobiliza um conhecimento relevante de cálculo mental, que é a ideia de *completar*⁹, ou seja, a partir do 5, quanto falta para completar e chegar ao 7? No pensamento algébrico estamos construindo a ideia da comutatividade, em que o aluno percebe que $4 + 2 = 6$ e que $2 + 4 = 6$. Além disso, há o preparo para a resolução de expressões algébricas do tipo $5 + x = 7$, em que, novamente, o pensamento será o de completar para chegar ao 7, mas não será por meio de uma subtração.

As primeiras impressões da obra indicam que o material de Büchler apresenta atividades que preparam para o pensamento algébrico por meio de atividades de aritmética que envolvem conhecimentos de cálculo mental. Dessa forma, ao analisar tarefas aparentemente simples, observamos práticas culturais que articulam aritmética e álgebra, dando suporte ao desenvolvimento progressivo de relações numéricas e generalizações.

Ao analisar atividades de matemática na perspectiva da História da educação matemática, estamos impulsionando uma prática pedagógica que valoriza a história, a interatividade e o processo contínuo de construção do pensamento algébrico, o qual pode ser mobilizado por meio de atividades de cálculo mental. Essa leitura reforça a articulação entre práticas e representações, eixo central da História Cultural, ao evidenciar como certos modos de ensinar se materializam nas atividades e orientam a aprendizagem algébrica.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o objetivo de identificar, nas primeiras análises realizadas na obra *Arithmetica Elementar – Livro I*, de Georg August Büchler, as atividades que relacionam o pensamento algébrico ao cálculo mental, este artigo constitui parte de uma pesquisa de mestrado em andamento que investiga essa temática no campo da História da educação matemática a partir da História Cultural.

Diferentes estudos da matemática ofertada no ensino primário brasileiro destacaram o importante papel desempenhado, ao longo da história, pelo cálculo mental na construção do conhecimento matemático. Isso ocorre, principalmente, por favorecer a compreensão dos conceitos aritméticos ao colocar a quantidade em relação com a linguagem algébrica. É o que indicam as primeiras análises das atividades propostas por Büchler, na obra destinada ao ensino

⁹ Este conhecimento será útil para a construção da estratégia do Método Austríaco, que consiste em resolver uma subtração por meio de uma adição. Por exemplo: $50 - 23$, o pensamento utilizado é: do 23 até o 30 são 7 e do 30 até o 50 são 20, então $50 - 23 = 7 + 20 = 27$ (Berticelli & Novaes, 2017).

primário e utilizada no Brasil nas primeiras décadas do século XX. Essas análises convergem para práticas pedagógicas que articulam aritmética e álgebra de forma gradual, revelando modos de apropriação característicos da cultura escolar do período.

Um dado importante das análises preliminares foi o já apontado por Oliveira e Valdemarin (2022): a presença do método intuitivo, cunhado por Pestalozzi, na integração do cálculo mental com o pensamento algébrico no ensino e aprendizagem da matemática elementar.

A álgebra de Pestalozzi iniciava por cálculo mental, que conduzia o raciocínio para a solução dos problemas. Por meio do cálculo mental, os alunos eram levados a resolver situações algébricas sem o uso de sinais ou letras em um primeiro momento, de modo que o ensino da álgebra seguia vinculado ao ensino da aritmética, e seus primeiros elementos emergiam na solução mental dos problemas. Sem sinais e sem fórmulas, comparava-se uma quantidade conhecida com uma quantidade desconhecida, fazendo comparações que resultavam em relações. A graduação era um elemento essencial que assegurava a elevação progressiva da marcha da instrução de um grau para o outro. Essa estruturação em etapas revela representações pedagógicas que sustentam a formação de generalizações, aspecto central tanto para o pensamento algébrico quanto para a compreensão cultural do material analisado.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES – Demanda Social).

REFERÊNCIAS

- Aguiar, M. (2014). *O percurso da didatização do pensamento algébrico no Ensino Fundamental: Uma análise a partir da Transposição Didática e de Teoria Antropológica do Didático* [Tese de doutorado, Universidade de São Paulo].
- Almeida, A. F. de. (2016). *Apropriação de tabuadas no ensino de aritmética da escola primária paranaense: 1903-1932* [Dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Paraná]. Repositório UFSC. <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/185316>
- Berticelli, D. G. D. (2017). *Cálculo mental no ensino primário (1950-1970) – um olhar particular para o Paraná* [Tese de doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Paraná]. Repositório UFSC. <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/180391>

- Berticelli, D. G. D., & Novaes, B. D. (2021). Elementos do cálculo mental presentes em trabalhos do CIHEM. In *VI Congreso Iberoamericano de Historia de la Educación Matemática (CIHEM)* (pp. 719–732). Asociación Aprender en Red.
- Berticelli, D. G. D., & Zancan, S. (2024). Conhecimentos e atividades para potencializar o cálculo mental. *Acta Scientiarum. Education*, 46(1), e62862. <https://doi.org/10.4025/actascieduc.v46i1.62862>
- Büchler, G. A. (1943). *Aritmética elementar* (Vol. 1, 4ª ed.). Melhoramentos.
- Burke, P. (2008). *O que é história cultural?* (S. G. de Paula, Trad.; 2ª ed.). Jorge Zahar.
- Canavarro, A. P. (2007). O pensamento algébrico na aprendizagem da matemática nos primeiros anos. *Quadrante*, 16(2), 81–118. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22816>
- Chartier, R. (1988). *A história cultural entre práticas e representações* (M. M. Galhardo, Trad.). Difusão Editora.
- Corrêa, R. L. T., Eissler, R. J., & Schena, D. R. (2018). A ideia de pátria nos livros didáticos Aritmética Elementar - Livro 1 e Nossa Pátria. *História & Ensino*, 24(2), 261–285. <https://doi.org/10.5433/2238-3018.2018v24n2p261>
- Kaput, J. J. (1998). Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by “algebrafying” the K–12 curriculum. In S. Fennell (Ed.), *The nature and role of algebra in the K–14 curriculum: Proceedings of a national symposium* (pp. 25–26). National Research Council; National Academy Press.
- Kaput, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra with understanding. In E. Fennema & T. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 133–155). Erlbaum.
- Kieran, C., Pang, J., Schifter, D., & Ng, K.-P. S. (2016). *Early algebra: Research into its nature, its learning, its teaching*. Springer Open. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-32258-2>
- Mesquida, P. (2016). O método em Pestalozzi: A matemática como caminho para a verdade. *Revista de História da Educação Matemática - HISTEMAT*, 2(1). <https://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/55>
- Oliveira, M. A., & Valdemarin, V. T. (2022). No Instituto Pestalozzi e na escola paulista: Uma álgebra intuitiva para o ensino primário? (1800–1920). *Revista de História da Educação Matemática - HISTEMAT*, 8, 1–28. <https://www.histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/526>
- Oliveira, M. S. (2017). Pedagogia Intuitiva da escola Elementar de Pestalozzi: como se ensinava Aritmética. *Bolema*, 31(59), 1005–1031.
- Ponte, J. P., Branco, N. A., & Matos, J. F. (2009). *Álgebra no ensino básico*. https://www.researchgate.net/publication/267842645_ALGEBRA_NO_ENSINO_BASIC_O
- Prost, A. (2008). *Doze lições sobre a história* (G. J. de F. Teixeira, Trad.; 1ª ed.). Autêntica.
- Silva, C. M. S. da. (2017). Imagens nos livros didáticos de matemática: Georg Augusto Büchler e Karl Sölter. *Acta Scientiarum. Education*, 39(1), 55–65. <https://doi.org/10.4025/actascieduc.v39i1.28468>
- Thorndike, E. L. (1922). *The Psychology of Arithmetic*. The Macmillan Company.

- Valente, W. R. (2007). História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 2, 28–49. <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12990/12091>
- Valente, W. R. (2008). Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. *Zetetiké*, 16(2), 139–162. <https://doi.org/10.20396/zet.v16i30.8646894>
- Valente, W. R. (2009). *História da educação matemática: uma introdução*. Livraria da Física.
- Valente, W. R. (2010). História da educação matemática: considerações sobre suas potencialidades na formação do professor de matemática. *Boletim de Educação Matemática*, 23(35A), 123–136. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291221892007>
- Valente, W. R. (2023). Breve história de uma “Matemática a ensinar” para o 1º grau. *Revista Brasileira de História da Educação*, 24(1), e301. <https://doi.org/10.4025/rbhe.v24.2024.e301>