

Revista de História da Educação Matemática

HISTEMAT

ISSN: 2447-6447

Submetido: 17/08/2025

Aprovado: 18/12/2025



<https://doi.org/10.62246/HISTEMAT.2447-6447.2025.11.751>



DISCAPACIDAD VISUAL Y ÁLGEBRA: Estudio socioepistemológico del quehacer de Nicholas Saunderson entorno a las soluciones reales de ecuaciones polinómicas

DEFICIÊNCIA VISUAL E ÁLGEBRA: Um estudo sócio-epistemológico do trabalho de Nicholas Saunderson sobre soluções reais de equações polinomiais

Rubén Abraham Moreno Segura¹

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional
abram.moreno@cinvestav.mx



Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6645228930940688>



Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-9767-8779>

Rosa María Farfán Márquez²

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional
rfarfan@cinvestav.mx



Lattes: <http://lattes.cnpq.br/7907446494947583>



Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-1229-8521>

¹ Maestro en Ciencias por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN). Estudiante del doctorado en ciencias en Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN), San Pedro de Zacatenco, Ciudad de México, México. Dirección para la correspondencia: Av. Instituto Politécnico Nacional, 2508, San Pedro de Zacatenco, Ciudad de México, México, C.P: 07360. E-mail: abram.moreno@cinvestav.mx

² Doctora en Ciencias por el centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN). Investigadora Titular del departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN), San Pedro de Zacatenco, Ciudad de México, México. Dirección para la correspondencia: Av. Instituto Politécnico Nacional, 2508, San Pedro de Zacatenco, Ciudad de México, México, C.P: 07360. E-mail: rfarfan@cinvestav.mx

RESUMEN

En Socioepistemología, se estudian obras originales para identificar elementos epistemológicos en la construcción de nociones matemáticas. Pero ¿cómo construye conocimientos matemáticos una persona con discapacidad visual? Es por ello por lo que se analizó el quehacer Nicholas Saunderson (1682-1739), un matemático ciego sin recuerdos visuales, en su trabajo con soluciones reales de ecuaciones polinómicas. Se usó el constructo teórico – metodológico de *práctica* de la Socioepistemología para caracterizar su quehacer. Además, se usó la *comparación* entre las aproximaciones a este tema de Saunderson con las de otros matemáticos como Viète, Cardano o Descartes. Este análisis comparativo permitió identificar las particularidades que la discapacidad visual aporta a la interacción con las matemáticas. El objetivo es formular una hipótesis epistemológica sobre la construcción del conocimiento matemático en personas ciegas, específicamente en el tema de soluciones reales de ecuaciones polinómicas. Los elementos centrales de ésta son la importancia de vincular elementos algebraicos con espaciales, así como con aritméticos. También el uso de *prácticas* como *comparar*, *agrupar*, *equivaler* y *generalizar* que permitan la manipulación de variables desconocidas a partir de aquellas que sí son conocidas para encontrar el valor de la raíz.

Keywords/Palabras clave: Socioepistemología. Álgebra. Discapacidad visual. Hipótesis epistemológica.

RESUMO

Na Socioepistemologia, estudam-se obras originais para identificar elementos epistemológicos na construção de noções matemáticas. Mas, como é que uma pessoa com deficiência visual constrói conhecimentos matemáticos? Por isso, foi analisado o trabalho de Nicholas Saunderson (1682-1739), um matemático cego sem lembranças visuais, no seu trabalho com soluções reais de equações polinomiais. Foi utilizado o constructo teórico-metodológico da prática da socioepistemologia para caracterizar o seu trabalho. Além disso, foi utilizada a comparação entre as abordagens de Saunderson a este tema com as de outros matemáticos, como Viète, Cardano ou Descartes. Esta análise comparativa permitiu identificar as particularidades que a deficiência visual traz à interação com a matemática. O objetivo é formular uma hipótese epistemológica sobre a construção do conhecimento matemático em pessoas cegas, especificamente no tema das soluções reais de equações polinomiais. Os elementos centrais desta hipótese são a importância de ligar elementos algébricos com espaciais, bem como com aritméticos. Também o uso de práticas como comparar, agrupar, equiparar e generalizar que permitem a manipulação de variáveis desconhecidas a partir daquelas que são conhecidas para encontrar o valor da raiz.

Palavras-chave: Sócioepistemologia. Álgebra. Deficiência visual. Hipótese epistemológica.

INTRODUCCIÓN

El estudio de obras originales es un elemento teórico-metodológico frecuente en la Socioepistemología (TSME) usual para vislumbrar los elementos necesarios en la construcción de conocimiento matemático. En este proceso, se reconoce la racionalidad que permea las obras a revisar. No obstante, tener como referente a Nicholas Saunderson (1682-1739), un matemático ciego desde el año de edad, requiere un acercamiento un tanto distinto para identificar los elementos en su interacción con el saber matemático. Particularmente, en este trabajo nos centramos en cómo Saunderson abordó las soluciones reales de ecuaciones polinómicas en su obra *The algebra in ten books*, ya que su producción es un reflejo de cómo confrontó el ocularcentrismo que subyace en las matemáticas.

Para Kavanagh (2004), el ocularcentrismo es una epistemología que se basa en la imposición de metáforas visuales u oculares como la única forma de acceder al conocimiento. Al depender de la vista, esta epistemología excluye a quienes no cuentan con este sentido (personas ciegas) o lo tienen bastante limitado (personas con baja visión). Esto se debe a que, para tener éxito en áreas de ciencias “duras”, durante su enseñanza y su aprendizaje, se asume que es necesario contar con visión para ser incluido y, posiblemente, lograr una construcción de conocimiento matemático. Por lo tanto, aunque se reconoce la existencia de otros matemáticos que en algún punto vivieron con discapacidad visual, el hecho de que Saunderson perdiera la vista al año de edad lo convierte en una persona que no tuvo recuerdos visuales, a diferencia de otros. Por lo que sus formas de construir conocimiento matemático confrontan el ocularcentrismo de maneras particularmente significativas.

El reconocimiento de la diversidad a través de la problematización histórica puede contribuir a la construcción de pautas que se operativicen en el diseño e implementación de situaciones de intervención didáctica. Esto podría beneficiar no sólo a las personas con discapacidad visual (PDV), sino también a otros estudiantes, al fomentar la apertura a nuevas formas de hacer matemáticas en el ámbito escolar (Park & Lee, 2015). Este enfoque se fundamenta en la idea de que la inclusión debe ser también epistemológica, entre otras dimensiones (Moreno y Cantoral, 2021a; Moreno y Farfán, 2025). Por ello, el objetivo de este trabajo es caracterizar en términos de *prácticas*, desde una postura socioepistemológica, el quehacer matemático de Saunderson. Esto permitirá establecer una *hipótesis epistemológica* sobre cómo se construye conocimiento en torno a las soluciones reales de ecuaciones polinómicas cuando se vive con discapacidad visual.

1. ASPECTOS TEÓRICO – METODOLÓGICOS

1.1 Elementos socioepistemológicos

La teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME) emergió en lo que Lerman (2000) denominó como “un giro hacia lo social”. Por ello, la TSME considera que la construcción de conocimiento matemático es un fenómeno enmarcado en un contexto social, lo que implica que, para comprender el quehacer matemático, es crucial conocer su entorno. Una de las formas de abordar el conocimiento matemático es la *historización*, cuyos objetivos suelen ser: rescatar significados y argumentos ausentes en la escuela, esclareciendo la naturaleza epistemológica del saber; responder por qué se enseña ciertos contenidos de determinadas formas y no de otras; y, proponer diseños de intervención con un fundamento epistemológico-histórico, es decir, proponer un experimento didáctico basado en una hipótesis epistemológica que se pondrá a prueba para validarla y/o robustecerla (Vargas-Zambrano & Montiel-Espinosa, 2022).

Una manera de *historizar* en la TSME es realizar un *Estudio de obras originales*, i.e., analizar una obra representativa o parte de ella. Para este trabajo, este enfoque permite entender la racionalidad de las formas de construcción de conocimiento empleadas por un matemático ciego en una época donde la discapacidad implicaba ser considerado como una persona no cognoscente o que su lugar estaba bajo el cuidado de la Iglesia (Zardel, 2010; Padilla-Muñoz, 2010). La obra elegida como fuente primaria es *The algebra in ten books* de Nicholas Saunderson, publicada en 1740.

Para reconocer estas formas se recurre a la noción de *práctica*, caracterizada por el Modelo de Anidación de Prácticas (Cantoral, 2016). Las *prácticas* son los actos que acompañan y anteceden la construcción de los objetos matemáticos, jerarquizados por su nivel de complejidad. En este trabajo se mostrarán los tres primeros niveles (Figura 1): las *acciones* son las que emergen en la interacción activa del sujeto frente al objeto y generalmente se identifican con las preguntas “¿Qué hace?” y “¿Cómo hace?” (Cantoral et al., 2015); luego, la organización intencionada de *acciones* se denomina *actividad*, reconocida a partir de la pregunta “¿Para qué hace?” (Cantoral et al., 2015); y, finalmente, cuando estas se institucionalizan, se organizan para conformar una *Práctica socialmente compartida* (PSM), la cuál es común en distintos escenarios socioculturales a partir de elementos compartidos y funcionales (Torres-Corrales & Montiel-Espinosa, 2022). Para identificar este nivel se propone la pregunta “¿Cuál es el objetivo compartido en diversos escenarios?”. Las secciones de *The algebra in ten books* que se mencionan en la Tabla 1 son aquellas donde Saunderson aborda explícitamente las soluciones

reales de ecuaciones polinómicas; por esta razón, se utilizan en este trabajo para inferir acciones, actividades y PSM.

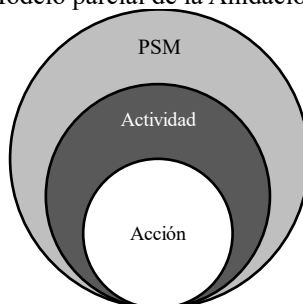
Tabla 1 – Índice de las secciones revisadas

Tema	Página
<i>Libro I</i>	
Of the extraction of the square roots of simple algebraic quantities	81
Of equations of algebra and particularly of simple equations together with the manner of resolving them	94
<i>Libro III</i>	
The common form to which all quadratic equations ought to be reduced in order to be solved	172
A general theorem for resolving all quadratic equations	172
Various examples of the resolution of affected quadratic equations	176
How to find the sum and product of a quadratic equation without resolving it: also how to generate a quadratic equation that shall have any two given numbers whatever for it's roots	184
How to determine the signs of the possible roots of a quadratic equation without resolving it	186
<i>Libro X</i>	
Of equations in general, and its roots	676
Of the general equations	677
Of cubic and biquadratic equations: and first of cubic equations	692

Fuente: elaborada por los autores

Para contextualizar el texto, se utilizan las tres categorías propuestas por Espinoza (2009) para el estudio de fuentes secundarias. Con éstas se busca analizar la obra primaria como *una producción con historia*, lo que implica caracterizar la trayectoria y el entorno de en el que se desarrolló para comprender las circunstancias individuales y sociopolíticas que dieron racionalidad a sus métodos de construcción del conocimiento matemático. También la consideramos como *un objeto de difusión*, enfocándose en entender y mostrar la obra con la intención de que difundiera un mensaje o conocimiento a un público específico. Finalmente, la se aborda *como parte de una expresión intelectual más global*, contrastándola con otras obras que abordan temas similares para identificar puntos en común y diferencias significativas, posicionando así su trabajo dentro de un panorama intelectual más amplio.

Figura 1 – Modelo parcial de la Anidación de *prácticas*



Fuente: *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa* (Cantoral, 2016, p. 338).

La formulación de una *hipótesis epistemológica* en la TSME no busca rescatar y replicar elementos históricos de un conocimiento específico en el aula. Más bien, su objetivo es identificar los componentes inherentes a ese saber que son esenciales para su construcción. En este caso, el enfoque principal recae en las *prácticas* que surgen al interactuar con las soluciones de ecuaciones polinómicas. Se trata de una conjetura derivada de los resultados de la *historización*, que busca evidenciar una forma particular de construir conocimiento matemático.

1.2 Enfoque interseccional

Al abordar la matemática, su construcción y educación desde una perspectiva social, y al centrar la investigación en una persona con discapacidad visual, se incorporan elementos del enfoque interseccional. La interseccionalidad reconoce que las personas son el resultado de la interacción de diversas ubicaciones sociales, como la raza, el género, la clase o la discapacidad, entre otras. Estas interacciones ocurren dentro de sistemas de poder interconectados, generando privilegios y opresiones interdependientes, influenciadas por colonialismo, patriarcado, capitalismo, capacitismo, etcétera (Hankivsky, 2014).

Para identificar los matices en el quehacer matemático de Saunderson como una persona con discapacidad visual, se utiliza un método derivado de este enfoque denominado *Comparación*. Este método consiste en examinar cómo se viven estas exclusiones o privilegios con o sin intersección de ejes adicionales (Misra et al., 2021). En esta comparación, es importante clarificar el contexto en el que se sitúan las personas y situaciones estudiadas, hecho que es concordante con lo propuesto por Espinoza (2009). Así, *comparar* el quehacer matemático de Saunderson con el de otros matemáticos sin discapacidad visual que abordaron problemas matemáticos similares o iguales, permite identificar lo que es aquello relativo a la discapacidad visual. Cabe destacar que estas *comparaciones* no buscan emitir juicios de valor sobre cual es “mejor” o “peor”, sino evidenciar los elementos comunes y diferentes al hacer matemáticas cuando se tiene vista y cuando se es ciego sin recuerdos visuales.

2. RESULTADOS

En esta sección, se presentan los resultados del estudio sobre el contexto que permeó la obra de Nicholas Saunderson. Además, se incluye un análisis de un par de ejemplos de los ejercicios que Saunderson demostró y resolvió en su obra sobre ecuaciones polinómicas, desde

una perspectiva de *prácticas* dentro de la TSME. Este análisis se apoya en las preguntas analíticas “¿Qué hace?”, “¿Cómo hace?” y “¿Para qué hace?” (Cantoral et al., 2015).

2.1 SOBRE EL CONTEXTO

Nicholas Saunderson nació en 1682 en Peniston, Reino Unido. Fue el único hijo de John y Ann Saunderson. Bautizado a temprana edad en la iglesia de San Juan el Bautista en Penistone. Perdió la vista al año de vida debido a la viruela, lo que implica que no tuvo recuerdos visuales (Tattersal, 1992). En esta época, la religión jugaba un papel significativo en el trato hacia las personas con discapacidad. Era común que las familias abandonaran a sus miembros con discapacidad en centros religiosos, lo que implicaba que vivir con una discapacidad implicaba ser segregado de la sociedad (Zardel, 2010).

La formación de personas con discapacidad visual en Gran Bretaña se consolida a partir de 1780 bajo la influencia de la caridad cristiana de la iglesia Católico-Romana (Roy & Dimigen, 2017), para ese entonces Nicholas ya había fallecido (1739). Fue su padre quien le enseñó los elementos fundamentales de la aritmética y procuró su educación. Es decir, su familia lo acogió en lugar de dejarlo a cargo de la Iglesia. Fue enviado a la escuela de Peniston, y posteriormente formado en matemáticas, latín, francés y música bajo la dirección de tutores particulares debido a que fue rechazado de la universidad de Cambridge por su discapacidad (Gascoigne, 2003; Tattersal, 1992). Él estudió a matemáticos griegos clásicos como Euclides, Arquímedes y Diofanto. Estas lecciones se basaban mayoritariamente en la oralidad, es decir, se le leían los textos matemáticos, y en aquellas partes que involucraban diagramas se le hacía una explicación lo más detallada posible. Mientras que los cálculos (aritméticos, algebraicos y/o geométricos de ser posible) los hacía en la mente o con ayuda de su tabla de *aritmética palpable*. Asimismo, incluye una declaración explícita de que él prefería elementos de álgebra sobre los geométricos (Saunderson, 1740).

Respecto a *la aritmética palpable*, Saunderson creó una tabla (Figura 2) de aproximadamente 1 pie cuadrado de área. Esta se dividía usando tiras delgadas de madera, en 100 pequeños cuadrados. Cada cuadrado tenía un agujero en el centro, así como ocho agujeros en su perímetro. Para realizar sus cálculos, Saunderson utilizaba cajas de alfileres de cabeza pequeña y cabeza grande. Al colocarlos en los agujeros adecuados, podía representar cualquiera de los diez dígitos. Por ejemplo, representaba el dígito 0 con un alfiler de cabeza grande en la posición central, el dígito 1 con un alfiler de cabeza pequeña en la posición central, y el dígito 2 con un alfiler de cabeza grande en el centro y uno de cabeza pequeña directamente encima, y así sucesivamente. Cabe recalcar que esta tabla tiene una gran similitud con el sistema de

lectoescritura Braille, el consta de 6 puntos que pueden ser marcados en una distribución de 3 filas por 2 columnas. Empero, fue inventado por Louis Braille hasta 1892, es decir, más de 150 años después de la muerte de Saunderson.

Figura 2 – Tabla de “La aritmética palpable”

Fuente: *The algebra in ten books* (Saunderson, 1740, p. 61)

2.1.1 Una producción con historia

La obra de Saunderson fue publicada póstumamente por colegas cercanos y familiares, quienes rescataron sus notas de clase. En ella se tratan temas de aritmética, geometría y álgebra. Para que Saunderson pudiera ser profesor Lucasiano, una prestigiosa cátedra de matemáticas en Cambridge otorgada a científicos con una trayectoria excepcional, hubo un conflicto de intereses religiosos previo. Esto se debió a la expulsión de William Whiston por tener posturas en contra de la Iglesia. A raíz de esta vacante, Saunderson fue elegido con seis de los diez votos posibles. Se aluden diversos motivos a que haya sido elegido aun cuando él no tenía el grado de matemático porque había sido rechazado como estudiante por Cambridge en su momento (Jackson, 2002). Uno de ellos es que se mantenía al margen en asuntos religiosos. Además, el apoyo de su suegro, William Dickons, rector de Boxworth, Cambridgeshire, fue crucial para que consiguiera la plaza (Gascoigne, 2003).

2.1.2 Objeto de difusión

The Algebra in Ten Books recopila los textos que Nicholas Saunderson diseñó para introducir a sus estudiantes a los fundamentos del álgebra y al método de las fluctuaciones. Aunque estos volúmenes son considerados valiosos documentos didácticos, no representaron un avance significativo en las matemáticas de su época. Saunderson dedicó la mayor parte de su tiempo a su rol de docente, tanto en tutorías privadas como en las clases correspondientes a su prestigiosa Cátedra Lucasiana, priorizando esta labor sobre la investigación matemática.

Hay momentos durante su escrito que evidencian su intencionalidad didáctica, tales como en el Libro I, al hablar de los axiomas de resolución de ecuaciones lineales, menciona:

Whenever a fraction is to be multiplied by a whole number, it will be sufficient to multiply only the numerator by that number, retaining the denominator the same as before. Thus $\frac{4}{5}$ multiplied into 2, gives $\frac{8}{5}$, for the same reason that 4 shillings multiplied into 2 gives 8 shillings (Saunderson, 1740, p. 95).

Esto es, Saunderson ofrece a sus estudiantes un ejemplo práctico relacionado con dinero (chelines). De esta forma, busca que el concepto de multiplicación de una fracción por un entero no sea solo abstracto, sino que tenga una vinculación con un elemento cotidiano.

Otro ejemplo de las pautas didácticas que empleó Saunderson se observa al hablar de los pasos para la resolución de ecuaciones cuadráticas. Tomando, por ejemplo, $x^2 = 64$ establece la distinción entre tomar la mitad de una cantidad (en este caso $x = 32$, a tomar la raíz cuadrada de dicho valor ($x = 8$). Este es un error reportado aún en una época contemporánea, es decir, el entender la raíz cuadrada como una división, en este caso, por 2 (Endave-Muñoz, 2017).

2.1.3 Como parte de una expresión intelectual más global

Tanto François Viète (1540-1603) como Nicholas Saunderson abordaron la relación entre los valores de las soluciones de las ecuaciones polinómicas y sus coeficientes. Sin embargo, la manera en que cada uno presentaba esta relación era notablemente distinta. Las diferencias no residen solo en la terminología empleada: en la obra de Viète, "A" era la incógnita y las consonantes representaban constantes, mientras que en la obra de Saunderson, "x" era la incógnita y las letras "a", "b", "c" eran las constantes. Más allá de la notación, la dirección de lectura difiere significativamente. En la obra de Saunderson (1740), se puede inferir una lectura en dos direcciones: de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo. Por el contrario, en la obra de Viète (1646), la lectura es unidireccional, de izquierda a derecha (Figura 3).

Figura 3 – Expresiones algebraicas de Saunderson [izquierda] y Viète [derecha]

$$\begin{array}{l}
 \text{Saunderson (1740):} \\
 \begin{array}{l}
 \text{---}a \\
 \text{---}b \text{ } xx \\
 \text{---}c
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 +ab \\
 +ac \text{ } x \\
 +bc
 \end{array}
 \text{---}abc = 0.
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{Viète (1646):} \\
 A^3 - A^2(B + D + G) + A(BD + BF + DG) = BDG
 \end{array}$$

Fuente: Saunderson (1740) y Viète (1646)

Saunderson publicó sobre resultados que ya eran conocidos en su época. Sin embargo, la diferencia relevante para este escrito radica en sus distintas formas de comunicar dicho

conocimiento. Esto evidencia cómo interactuaba con las matemáticas confrontando su carácter ocularcentrista al dotar de espacialidad las expresiones usualmente mostradas de forma lineal.

2.2 SOBRE LAS PRÁCTICAS

Para Saunderson (1740) las soluciones de ecuaciones las caracteriza de la siguiente manera:

The root of the equation is such a quantity, as being substituted for the unknown quantity, will make the two sides equal one to the other; or (which is the same thing) if all the parts of an equation be thrown to one side, and so be made equal to nothing on the other, then that is said to be the root of the equation which being substituted for the unknown quantity, will make the whole equation to vanish (p. 676).

En esta caracterización, cabe destacar que Saunderson usa expresiones como “be thrown to one side”, “equal to nothing” o “the whole equation to vanish”, las cuales se infiere que hacen alusión a elementos corporales. Para el caso de “thrown”, implica arrojar algo en el aire a partir de un movimiento del cuerpo (Oxford, 2025). Por su parte, “to one side”, dado el significado anterior, implicaría que hay dos lados separados por un elemento. Mientras que “equal to nothing” o “the whole equation to vanish” se refieren al entendimiento del cero no como elemento nulo, o neutro aditivo, sino como la ausencia del todo. De esto se infiere que, para él, la noción de ecuación tiene elementos que vincula con el cuerpo.

Además, Saunderson presenta un método para la construcción de ecuaciones similar al de Descartes (1886) al abordar la "regla de los signos". Parte del supuesto de que el problema ya está resuelto, yendo de la solución a la pregunta inicial. Así, muestra la relación entre signos de coeficientes y posibles raíces reales (Tabla 2).

Tabla 2 – Análisis de *prácticas* en la construcción de ecuaciones de grado tres

<i>Teorema y procedimiento de resolución / demostración</i>	<i>Análisis en términos de prácticas</i>	
As for instance, let it be required to form an equation that shall have these three roots and no more, to wit 1, 2 and 3: now if the signs of these roots be changed and the be severally joined with the indeterminate quantity x, they will constitute the quantitates $x - 1$, $x - 2$, $x - 3$; multiply all these together, and making their product equal to nothing, you will have the equation desired, to wit, $x^3 - 6xx + 11x - 6 = 0$, whose roots are the numbers first proposed, to wit 1, 2 and 3. This may easily be tried by substituting these numbers (one after another) for x in the equation: but the reason of this method will best be perceived by resolving again the equation into it's first factors thus, $(x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$; I say then that the roots of this equation are these three and no more, to wit, 1, 2 and 3. For first, if 1 be substituted for x in the equation $(x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$, you will have $(1 - 1)(1 - 2)(1 - 3) = 0$; which must necessarily be so, because one of the factors, to wit $1 - 1$ equals 0. Make now x equal to 2 in the foregoing equation, and you will have $(2 - 1)(2 - 2)(2 - 3) = 0$, because $2 - 2$ is so. Lastly, make x equal to 3, and you will have $(3 - 1)(3 - 2)(3 - 3) = 0$, because $3 - 3$ is so: therefore the three roots of this equation are the numbers 1, 2 and 3, from the very definition of a root. Let us now see whether this equation can have any other roots besides those already mentioned; and (if possible) let r be a fourth root different from any of these: then if w be substituted for x in the equation, we should have $(r - 1)(r - 2)(r - 3) = 0$; but now as r is different from any of the numbers 1, 2 and 3, by supposition, it follows that every one of the factor $r - 1$, $r - 2$, $r - 3$ must be something; and if so, it will be impossible for these, when multiplied together, to produce nothing; therefore the foregoing equation admits of no other roots but those already mentioned (p. 678).	<i>¿Qué hace?</i>	• Supone que el problema está resuelto • Compara usando diferencias entre la cantidad desconocida y el valor de la raíz para establecer relaciones entre ellas.
	<i>¿Cómo hace?</i>	Agrupando al realizar el producto, pero dejando la expresión en términos de factores
	<i>¿Para qué hace?</i>	Para generalizar una propiedad de las ecuaciones polinómicas y sus raíces

Fuente: elaborada por los autores

El procedimiento de Saunderson, aunque similar al de Descartes, presenta diferencias sutiles pero significativas, que se atribuyen a su rol docente y a su condición de persona con discapacidad visual (PDV). Primero, Saunderson deja las expresiones en términos de factores y las demuestra una por una al sustituir el valor de x con la raíz propuesta. Además, intenta probar por contradicción que no hay otra raíz posible; es decir, se asegura de diversas maneras de que su propuesta es la única vía. La segunda característica es la extensión de la comprobación del teorema. Para Figueiras y Arcavi (2015), el mayor detalle empleado por las PDV en la construcción de conocimientos matemáticos se debe a que las personas sin esta condición suelen dar por sobreentendidos elementos visuales. En su trabajo, comparan los procesos de graficación de una ecuación de segundo grado entre PDV y personas sin discapacidad visual (Figura 4). Finalmente, un rasgo distintivo entre ambos matemáticos es que Saunderson muestra todos los casos posibles del orden de los signos, detallando cómo es la ecuación si todas las raíces son positivas o si todas son negativas (Figura 3).

Figura 4 – Comparación de los pasos seguidos al dibujar $y = 2x^2 + 4x$

Some common steps in order to begin to sketch the graph of the parabola $y = 2x^2 + 4x$	Steps followed by the blind in order to begin to sketch the graph of the parabola $y = 2x^2 + 4x$
	Detect the intersection point at (0, 0)
	Reason by contradiction regarding the existence of a second root:
	If there is only one root, it must be the vertex (relies on previous knowledge)
	If the vertex is at (0,0), the graph is symmetric with respect to the y-axis
	Check if $f(x) = f(-x)$
	If the function is symmetric, then it is even
	The function is not even, therefore this root is not unique.
Solve the equation $y = 2x(x + 2)$	Solve the equation $y = 2x(x + 2)$
Find the two roots $x = 0$ and $x = -2$	Find the two roots $x = 0$ and $x = -2$
Conclude that there are intersection points at (0, 0) and (-2, 0)	Conclude that there are intersection points at (0, 0) and (-2, 0)

Fuente: Learning to see: the viewpoint of the blind (Figueiras & Arcavi, 2015, p. 182)

Otro método que propone es similar a lo que contemporáneamente se conoce como “Método de Cardano para ecuaciones de tercer grado”. Presenta una demostración de carácter constructivo en un contexto algebraico, seguida de cuatro ejemplos que cubren diversas posibilidades de la forma de la ecuación. En la Tabla 3 se muestra el primer ejemplo de este procedimiento.

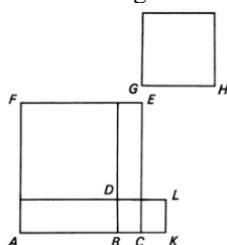
Tabla 3 – Análisis de *prácticas* en el Método de Cardano en el ejemplo propuesto por Saunderson

<i>Teorema y procedimiento de resolución / demostración</i>	<i>Análisis en términos de prácticas</i>	
Let the equation be $x^3 + 30x = 117$. Here $p = 30, q = 117$, the square of $\frac{q}{2} = \frac{13689}{4}$, the cube of $\frac{p}{3} = 1000 = \frac{4000}{4}$, the sum $ss = \frac{17689}{4}, s = \frac{133}{2}, \frac{q}{2} + s = 125, \frac{q}{2} - s = -8, m = 5, -n = -2, m - n$ or $x = 3$, which will answer the condition of the equation (p. 702).	<i>¿Qué hace?</i>	• Visualiza la estructura de la ecuación identificando los valores • Realiza cálculos
	<i>¿Cómo hace?</i>	• A partir de comparaciones a través de razones e igualdades • Agrupar cantidades
	<i>¿Para qué hace?</i>	• Para realizar cálculos • Para equivaler la cantidad desconocida a una cantidad conocida

Fuente: elaborada por los autores

Cardano (1968) parte de un problema geométrico enunciado de la siguiente forma y cuya representación se muestra en la Figura 5. “Por ejemplo, sea GH^3 más seis veces su lado GH igual a 20, y sean AE y CL dos cubos cuya diferencia es 20 y tales que el producto de AC, el lado [de uno], y CK, el lado [del otro], es 2, es decir, un tercio del coeficiente de x ” (p. 96). Mientras que Saunderson parte directamente de la demostración en un contexto algebraico de las ecuaciones de la forma $x^3 + px = \pm q$. Trabajar con elementos geométricos oralmente, sin una traducción palpable, es muy difícil para PDV. Requiere gran esfuerzo y puede generar confusión por la linealidad de la información (Espinosa et al., 2015). Incluso con una traducción táctil, la sobrecarga de elementos simultáneos hubiese sido compleja de seguir para una PDV (Rühmann et al., 2016), como los trazos auxiliares de Cardano (1968). Otra diferencia clave entre ambos matemáticos radica en como ejemplifican con casos concretos el funcionamiento de los métodos de solución. Cardano no usa expresiones explícitas, sino un estilo retórico. Por ejemplo, al resolver $x^3 + 6x = 20$ menciona “un tercio de 6, lo que hace 8; al cuadrado 10, la mitad de la constante; resulta 10. Suma 100 y 8 [...]” (p. 99). En tanto Saunderson cuida un orden guiado por el uso de *etiquetas* para establecer una relación entre las cantidades conocidas y el valor de la incógnita.

Figura 5 – Planteamiento geométrico de Cardano



Fuente: *The rules of algebra: Ars Magna* (Cardano, 1968, p. 96)

Para las ecuaciones cuadráticas, Saunderson llegó a lo que actualmente se denomina “Fórmula general de las ecuaciones de segundo grado”. La demostración que propone se muestra en la Tabla 4. Si bien la diferencia con Cardano en el método presentado en la Tabla 3 es una forma de no resolverlo a partir de elementos geométricos, esto no implica que no pudiera involucrarlos en su quehacer. Para la fórmula general de las ecuaciones de segundo grado, después de demostrarla, habla de la existencia de dos raíces que pueden ser las dos positivas, ambas negativas, o una de cada signo. Al hacer esto, ofrece una analogía geométrica con dos puntos en una recta. Es decir, propone una recta con un punto A fijo. Luego, propone un punto B situado a *mano derecha* de A , por lo que la línea AB se considera positiva y, por ende, también la raíz. Posteriormente, el punto B se acerca a A hasta coincidir, y en este momento la línea es considerada como *nada*. El punto B continua su recorrido hasta quedar a *mano*

izquierda de A, haciendo que la línea AB sea considerada negativa y, por lo tanto, la raíz será negativa. Al finalizar esto, menciona “but in common life where negative quantities have no place, the affirmative roots of quadratic equations are only allowed of in the resolution of problems, the negative ones being for the most part excluded” (Saunderson, 1740, p. 174). Esto es cercano a las soluciones que propone Viète (1646) ya que las soluciones que presentaba sólo eran positivas o aquellas cuyo valor era cero. Pero, Saunderson se diferencia en explicitar el reconocimiento de esta exclusión de ciertas raíces debido a su signo y, dada la cita anterior, también por la utilidad de cantidades negativas en el día a día de la época.

Tabla 4. Análisis de *prácticas* en ecuaciones de segundo grado

<i>Teorema y procedimiento de resolución / demostración</i>	<i>Análisis en términos de prácticas</i>	
This preparation being made, let now some general quadratic equation be proposed to be resolved, with which all particular equations may afterwards be compared, and by means whereof those equations may be more readily resolved; as for example, let the general equation in the last article proposed, to wit, $Axx = Bx + C$; and let it be proposed to find the value or values of x in this equation: here transposing Bx, I have $Axx - Bx = C$; and then dividing by A in order to free xx the highest power of x from its coefficient, I have $xx - \frac{Bx}{A} = \frac{C}{A}$; this done, I consider the first side $xx - \frac{Bx}{A}$ as an imperfect square raised from a binomial root; and accordingly I compleat that square by art. 101, to wit, by adding $\frac{BB}{4AA}$, that is, by adding the square of half the coefficient of the second term; but if $\frac{BB}{4AA}$ must be added to the first side of the equation to compleat the square, it must also be added to the other side to preserve the equality, otherwise by an unequal addition, the equation would be destroyed: this equal addition then being made, the equation will stand thus, $xx - \frac{Bx}{A} + \frac{BB}{4AA} = \frac{BB}{4AA} + \frac{C}{A}$; but the two fractions $\frac{BB}{4AA}$ and $\frac{C}{A}$ when thrown into one, give $\frac{ABB+4AAC}{4AAA}$, which dividing by A, gives $\frac{BB+4AC}{4AA}$; therefore the square root of one side will be equal to the square root of the other; but the square root of the fraction $\frac{BB+4AC}{4AA}$, at least as it here stands in letters, cannot be extracted, because, though the denominator $4AA$ be a square, yet there is no literal quantity whatever which being multiplied into itself will produce $BB + 4AC$; therefore to put this numerator into the form of a square, let us propose $BB + 4AC = ss$; and then the equation will stand thus $xx - \frac{Bx}{A} + \frac{BB}{4AA} = \frac{ss}{4AA}$; but the square root of $xx - \frac{Bx}{A} + \frac{BB}{4AA}$ is $x - \frac{B}{2A}$, by art. 101; and the square root of $\frac{ss}{4AA}$ is $\pm \frac{s}{2A}$ for a reason formerly given, to wit, because $\frac{-s}{2A}$ when multiplied into itself will produce $\frac{+ss}{4AA}$ as well as $\frac{+s}{2A}$ and therefore by the very definition of the square root of $\frac{ss}{4AA}$ as the latter; therefore this equation will now be reduced to a simple one, and will stand thus, $x - \frac{B}{2A} = \pm \frac{s}{2A}$ therefore $x = \frac{B \pm s}{2A}$, that is, $x = \frac{B+s}{2A}$, and $x = \frac{B-s}{2A}$ (pp. 172-174).	¿Qué hace?	Compara cantidades desconocidas (Axx, Bx con conocidas (C) a partir de la igualdad
	¿Cómo hace?	Agrupando las cantidades de forma conveniente de un lado de la igualdad aquello que sabe como resolver, y lo propio del otro lado para aquello que no puede hacerlo de manera directa.
	¿Para qué hace?	Para equivaler la cantidad desconocida a una cantidad conocida

Fuente: elaborado por los autores

Saunderson también presentó un método para la resolución de ecuaciones cúbicas y bicuadráticas el cual consiste en transformar la ecuación de forma tal que su segundo término tenga coeficiente cero. En el caso de las cúbicas, esto implica la *eliminación* del término cuadrático mediante la substitución de $y - z = x$. Para mostrar este caso se propone el ejemplo presentado en la Tabla 5.

Tabla 5. Análisis de *prácticas* en la resolución del ejemplo con la ecuación $x^3 - 6xx - 37x + 210 = 0$

<i>Teorema y procedimiento de resolución / demostración</i>	<i>Análisis en términos de prácticas</i>	
As for example, let it be required to take away the second term of this equation, $x^3 - 6xx - 37x + 210 = 0$: here p , the coefficient of the second term, is -6 , and this divided by 3 , the number of dimensions in the first term, quotes -2 , which being subtracted from y , gives $y + 2$; therefore I substitute $y + 2$ instead of x in the equation, and the work stand thus [Figura 6]. Therefore the equation $x^3 - 6xx - 37x + 210 = 0$ is now converted into this $y^3 - 49y + 120 = 0$, whose second term is wanting, and whose roots, when extracted by rules hereafter to be given, will be found to be $3,5$ and -8 ; therefore the roots of the former equation where $5,7$ and -6 , to wit, greater by 2 than those of the latter, because x was made equal to $y + 2$. And thus may all the roots of an equation be increased or diminished by any known quantity whatever, even so far as to become all affirmative, or all negative (pp. 689-690)	<i>¿Qué hace?</i>	Compara cantidades desconocidas (y con conocidas (z, x) a partir de la diferencia e igualdad
	<i>¿Cómo hace?</i>	Agrupando las cantidades de forma conveniente.
	<i>¿Para qué hace?</i>	Para equivaler la cantidad desconocida a una cantidad conocida a partir de relaciones entre los coeficientes.

Fuente: elaborado por los autores

La forma de realizar esta substitución es distinta a lo que usualmente se llevaría a cabo. En el tratamiento usual de la expansión sería *horizontal*. Es decir, si se sabe que $x^3 - 6xx - 37x + 210 = 0$, y que se tomará $x = y + 2$ el procedimiento usualmente sería de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 (y + 2)^3 - 6(y + 2)^2 - 37(y + 2) + 210 &= 0 \\
 (y^3 + 6y^2 + 12y + 8) - 6(y^2 + 4y + 4) - 37(y + 2) + 210 &= 0 \\
 y^3 + 6y^2 + 12y + 8 - 6y^2 - 24y - 24 - 37y - 74 + 210 &= 0 \\
 y^3 - 49y + 120 &= 0
 \end{aligned}$$

En la época de Saunderson, sin el sistema de lectoescritura Braille o algún sistema homólogo que le permitiera escribir de forma independiente, este procedimiento requiere un esfuerzo mayor tratándolo desde la *linealidad de la oralidad* (Espinosa et al., 2015). Pero, el autor propone la forma de esquematización de este proceso presentada en la Figura 6.

Figura 6 – Esquematación para sustitución y simplificación realizado por Saunderson

$$\begin{array}{r|l}
 x^1 y^1 + 6y^2 + 12y + 8 & \\
 - 6x^1 & -6y^2 - 24y - 24 \\
 - 37x & -37y - 74 \\
 + 210 & + 210 \\
 \hline
 y^3 * & -49y + 120 = 0.
 \end{array}$$

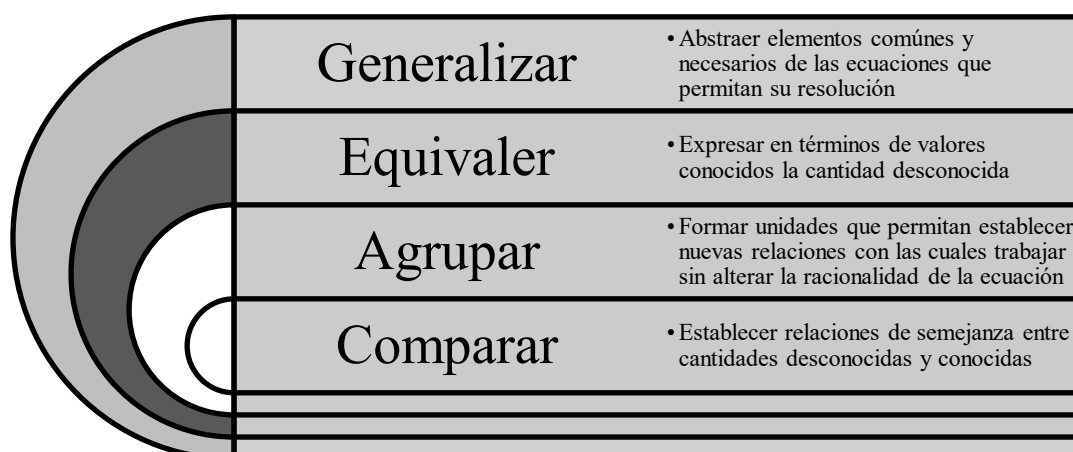
Fuente: *Algebra in ten books* (Saunderson, 1740, p. 690)

Se aprecia un uso bidimensional del plano en la esquematización, donde la expresión inicial se coloca verticalmente. Luego, de forma horizontal, a cada término se le asigna su expansión según el binomio de Newton. Sin embargo, al realizar esta sustitución término a término, se mantiene un orden vertical de los términos semejantes, lo que le permite encontrar la nueva expresión en términos de y . Además, el uso del asterisco (“*”) como indicativo de *ausencia* o de énfasis de que el término cuadrático *no* está presente, en lugar de expresar la ecuación en términos de y como $y^3 - 49y + 120 = 0$. El uso bidimensional de las expresiones también se muestra en la Figura 3.

3 HIPÓTESIS EPISTEMOLÓGICA

Independientemente del grado de las ecuaciones, emergen prácticas como *comparar*, *agrupar* para el nivel de *acción* y *equivaler* para *actividad*. A nivel de *práctica socialmente compartida*, el objetivo en diversos escenarios, como los entornos donde Viète (Moreno y Cantoral, 2021b) y Descartes (Farfán et al., en prensa) interactuaron con raíces de ecuaciones polinómicas, y lo mostrado con Saunderson en este escrito, es la *generalización*. Dicho de otra forma, sin importar el autor, la época o la condición de discapacidad visual, la finalidad de estos trabajos era encontrar un proceso general que permitiera hallar los valores que satisficieran las ecuaciones. Por lo tanto, el Modelo de Anidación de Prácticas relativo a las soluciones reales de ecuaciones polinómicas sería el que se muestra en la Figura 7.

Figura 7 – Modelo de anidación de *prácticas* a partir del análisis de la obra de Saunderson



Fuente: Elaborado por los autores

Para construir conocimiento matemático sobre las soluciones de ecuaciones polinómicas, no solo hay que fomentar ciertas *prácticas*, sino también establecer elementos de *corporalidad*. Estos permiten vincular lo algebraico con otros conceptos espaciales. Además, se requiere una conexión con los procesos aritméticos, es decir, para fortalecer la idea de solución, se usan casos donde el cumplimiento de la igualdad es evidente para una ecuación dada.

Por lo que la hipótesis epistemológica sobre la construcción de conocimiento matemático en torno a las soluciones reales de ecuaciones polinómicas en PDV que se propone es la siguiente:

*La construcción de la noción de solución real en una ecuación polinómica implica manipular cantidades desconocidas a partir de relaciones conocidas. Esta manipulación se realiza a partir de **comparaciones** y **agrupaciones** con el propósito de **equivaler** la cantidad desconocida a un valor específico. Las acciones y actividades se llevan a cabo en distintos contextos: en el aritmético, que permite el tránsito de lo particular a lo general. Así también, en estas prácticas se hace uso del cuerpo, que dota de espacialidad la actividad matemática a partir del uso de sentidos como el háptico (tacto activo) y el oído, y de discursos narrativos que acompañan el quehacer matemático. Todo esto permite la abstracción de elementos comunes y necesarios (**generalización**) para la resolución de ecuaciones polinómicas y construir formas generales de resolución de acuerdo con el grado y los elementos conocidos de la expresión.*

Una hipótesis epistemológica sirve de base en un diseño intencional de *prácticas* para validarla y/o robustecerla (Vargas-Zambrano & Montiel-Espinosa, 2022). Por lo tanto, estos

resultados teóricos deberán ser confrontados en un aula con PDV, lo que a su vez ofrecerá pautas sobre el cómo fomentar una inclusión epistemológica.

REFERENCIAS

- Cantoral, R. (2016), *Teoría socioepistemológica de la matemática educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento* (2a ed.). Editorial Gedisa SA.
- Cantoral, R., Montiel, G. & Reyes-Gasperini, D. (2015). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. *Avances de investigación en educación matemática*, 5(8), 9–28
- Cardano, G. (1968). *The rules of Algebra: Ars Magna* (Witmer, R. Trad.). Dover Publications. (Obra original publicada en 1545).
- Descartes, R. (1886). *La géométrie*. Leiden.
- Endave-Muñoz, D. (2017). El aprendizaje del álgebra y sus dificultades. Una exploración a través del estudio de errores. *Caleidoscopio-Revista Semestral de Ciencias Sociales y Humanidades*, 2(4), 7-52.
- Espinosa, R. Castañeda-Roldán, C. y Medellín-Castillo, I. (2015). Objetos de aprendizaje 3D como una forma de comunicar significados geométricos a través del sentido virtual del tacto en personas ciegas y débiles visuales. *Revista de Sistemas Computacionales y TIC's*, 1(1), 16-28.
- Espinoza, L. (2009). *Una evolución de la analiticidad de las funciones en el siglo XIX: un estudio socioepistemológico* [Tesis de maestría]. Cinvestav.
- Farfán, R., Moreno, R. y Piña-Aguirre, J. (en prensa). Sobre la construcción social del conocimiento matemático a través del estudio de obras originales. Cinvestav.
- Figueiras, L. & Arcavi, A. (2015). Learning to see: the viewpoint of the blind. In Je Cho, S. (Ed.). *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education*, (175-186). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6_10
- Gascoigne, J. (2003). Sensible Newtonians: Nicholas Saunderson and John Colson. En (Ed.) Knox, K. & Noakes, R. *From Newton to Hawking. A history of Cambridge University's Lucasian Professors of Mathematics*. (171-204). Cambridge University Press.
- Hankivsky, O. (2014). Intersectionality 101. *The Institute for Intersectionality Research & Policy, SFU*, 1-34.
- Jackson, A. (2002), 'The world of blind mathematicians', *Notices of the AMS* 49(10), 1246–1251
- Kavanagh, D. (2004). Ocularcentrism and its Others: A Framework for Metatheoretical Analysis. *Organization Studies*, 25(3), 445-464
<https://doi.org/10.1177/0170840604040672>
- Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning*, 1, 19-44.

- Misra, J., Vaughan, C. & Green, V. (2021). Methods of intersectional research. *Sociological Spectrum*, 41(1), 9-28. <https://doi.org/10.1080/02732173.2020.1791772>
- Moreno, R. y Cantoral, R. (2021a). Estudiantes con discapacidad visual: el discurso matemático escolar y la doble exclusión. *RAES Revista Argentina de Educación Superior*, 13(22), 169-179.
- Moreno, R. y Cantoral, R. (2021b). Análisis histórico-epistemológico de "De Æquationum recognitione et emendatione tractatus duo" de Viète. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 31(2), 353-362.
- Moreno, R. y Farfán, R. (2025). Discapacidad visual y educación matemática en álgebra: Una revisión de literatura. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, 10(Número Especial), 14–16. <https://doi.org/10.46618/iime.223>
- Oxford (2025). Oxford Learner's Dictionaries. Recuperado en junio del 2025 en https://www.oxfordlearnersdictionaries.com/definition/english/throw_1
- Padilla-Muñoz, A. (2010). Discapacidad: contexto, concepto y modelos. *International law, Revista Colombiana de Derecho Internacional*, (16). 381-414.
- Park, K. E., & Lee, S. G. (2015). Mathematicians who overcome their disabilities. *Communications of Mathematical Education*, 29(3), 331-352. <https://doi.org/10.7468/jksmee.2015.29.3.331>
- Roy, A. & Dimigen, G. (2017). The history of access to education of people with visual impairments in great britain from 1656 to 1999. En (Ed). Hanes, R. Brown, I. & Hansen, N. *The Routledge History of Disability*, (pp. 258-272). Taylor and Francis Group.
- Rühmann, L., Otero, N., & Oakley, I. (2016). A tangible tool for visual impaired users to learn geometry. In *Proceedings of the TEI'16: Tenth International Conference on Tangible, Embedded, and Embodied Interaction*, 577-583. <https://doi.org/10.1145/2839462.2856536>
- Saunderson, N. (1740). *The elements of algebra, in ten books*. Printed at the University-Press, and sold by Mrs. Saunderson at Cambridge, at John Whiston, bookseller at London, and Thomas Hammond, bookseller at York.
- Tattersall, J. (1992). Nicholas Saunderson: The blind Lucasian professor. *Historia mathematica*, 19(4), 356-370. [https://doi.org/10.1016/0315-0860\(92\)90002-S](https://doi.org/10.1016/0315-0860(92)90002-S)
- Torres-Corrales, D. & Montiel-Espinosa, G. (2022). Características matemáticas y contextuales de la Trigonometría en el repaso para Robótica en Ingeniería Mecatrónica. *Journal Educational Innovation/Revista Innovación Educativa*, 22(90), 82 – 103.
- Vargas-Zambrano, L. & Montiel-Espinosa, G. (2022). Los cortes del cono en la geometría griega: una caracterización de usos y significados más allá de la anécdota. *Revista de História da Educação Matemática*, 8, 1-23.
- Viète, F. (1646). *Opera Mathematica*. (Trans Francisci a Schooten., Ed.). Leyden, Universidad de Leiden.
- Zardel, B. (2010). "La discapacidad como una figura de discriminación en la modernidad. De la historia a las prácticas vigentes". [Tesis de doctorado]. Universidad Nacional Autónoma de México.