

Revista de História da Educação Matemática

HISTEMAT

ISSN: 2447-6447

Submetido: 03/04/2025

Aprovado: 14/08/2025



<https://doi.org/10.62246/HISTEMAT.2447-6447.2025.11.759>



LA DIFUSIÓN DE LAS INNOVACIONES EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

The dissemination of innovations in mathematics education

Dolores Carrillo Gallego¹

Universidad de Murcia (España)

carrillo@um.es



Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-5170-2550>

¹ Doctora en Educación Universidad de Murcia (UMU). Profesora Titular jubilada de Didáctica de las Matemáticas e la Facultad de Educación de la Universidad de Murcia (UMU), Murcia, España. Dirección postal: Campus Universitario de Espinardo, Murcia (España), CP: 30100. E-mail: carrillo@um.es

RESUMEN

El trabajo aborda la difusión de innovaciones educativas, la difusión de teorías y prácticas educativas desde un contexto inicial a otro que las importa porque considera que puede incorporarlas. Para analizar procesos de transmisión de propuestas educativas, se utiliza la comparación internacional de hechos históricos sobre la educación matemática, valorando las características de los contextos (origen y destino), las aportaciones de estudios de ámbito local, la complementariedad de investigaciones realizadas sobre el tema y las perspectivas de los distintos investigadores. Como ejemplo, se comentan investigaciones sobre el uso de aparatos de bolas para los primeros aprendizajes aritméticos, en la primera mitad del siglo XIX. Se considera el uso en el aula de aparatos de bolas, diferenciando tableros contadores (todas las bolas valen 1) y ábacos (el valor de una bola depende de su posición). Se investiga la procedencia de estas propuestas en escuelas infantiles de España, Gran Bretaña y Francia. Se analiza la hipótesis del origen de los aparatos de bolas escolares en el ábaco ruso, utilizando investigaciones de Freiman, Volkov y Karp. Se describe una red internacional de relaciones y la dificultad de identificar un origen de innovaciones educativas concretas; es mejor referirse a relaciones de procedencia. Las conclusiones inciden en la necesidad de situar en contexto internacional las innovaciones educativas, para rastrear sus procedencias y valorar su factor innovador; y en las precauciones debidas a las diferentes perspectivas de los investigadores y que deben ser consideradas por el investigador que compara.

Palabras clave: Innovación educativa. Historia de la educación matemática. Tablero contador. Ábacos. Estudios comparativos.

ABSTRACT

The work addresses the dissemination of educational innovations and educational theories and practices from one initial context to another that imports them and considers that it can incorporate them into its own context. To analyse processes of transmission of educational proposals, an international comparison of historical facts about mathematics education is used, assessing the characteristics of the contexts (origin and destination), the contributions of local studies, the complementarity of research carried out on the subject and the perspectives of different researchers. As an example, research on the use of ball apparatus for early arithmetic learning in the first half of the 19th century is discussed. The use of ball apparatus in the classroom is considered, differentiating between counting boards (all balls are worth 1) and abacuses (the value of a ball depends on its position). The origin of these proposals in nursery schools in Spain, Great Britain and France is investigated. The hypothesis of the origin of school ball apparatus in the Russian abacus is analysed, using research by Freiman, Volkov and Karp. An international network of relationships is described, as well as the difficulty of identifying the origin of specific educational innovations; it is necessary to refer more precisely to relationships of provenance. The conclusions emphasise the need to place educational innovations in an international context in order to trace their origins and assess their innovative factor, and the precautions that must be taken due to the different perspectives of researchers, which must be considered by the researcher making the comparison.

Keywords: Educational innovation. History of mathematics education. Counting boards. Abacuses. Comparative studies.

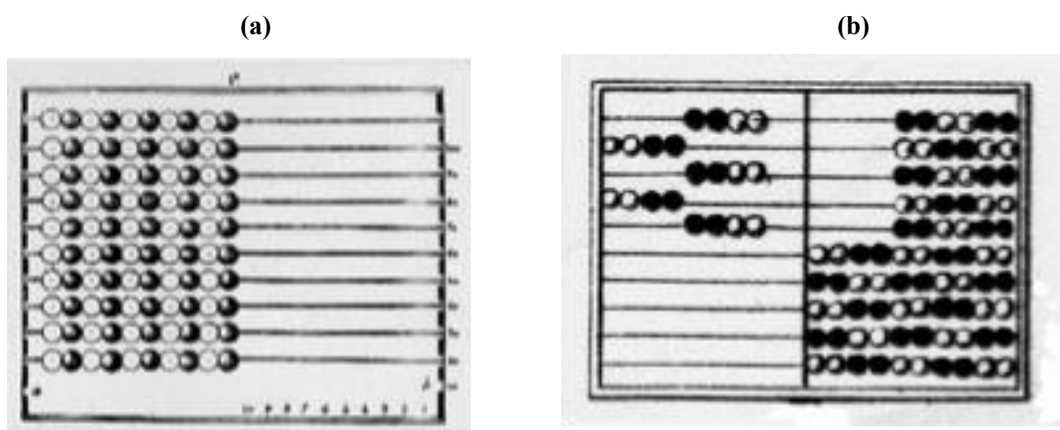
CONSIDERACIONES INICIALES

Este trabajo se refiere a un tema de investigación en Historia de la educación matemática (Hem) que consideramos de interés: la difusión de las innovaciones educativas, es decir, la difusión de teorías y prácticas educativas en otros contextos; los estudios sobre cómo emigran de un contexto inicial a otro que las importa y que las percibe como innovaciones que se pueden incorporar al propio contexto. Sobre esta temática, se comparten cuestiones que se han planteado a la autora en el curso de sus investigaciones; y se ejemplifica con las realizadas sobre el uso de aparatos de bolas para los primeros aprendizajes aritméticos, en la primera mitad del siglo XIX.

Al realizar la tesis doctoral sobre «La Metodología de la aritmética en los comienzos de las Escuelas Normales (1838-1868) y sus antecedentes» (Carrillo, 2005) se utilizaron documentos sobre la utilización de aparatos de bolas en las escuelas españolas; trabajos posteriores han versado sobre diferentes aspectos de esos aparatos y su uso (Carrillo, 2006; 2017; 2018). Para el aprendizaje de los primeros números, tanto José Mariano Vallejo (catedrático de Matemáticas del Real Seminario de Nobles; Dirección General de Estudios, 1822; Vallejo, 1833) como Pablo Montesino (director de la Escuela Normal Central y profesor de Pedagogía de la misma; Montesino, 1850), proponían un aparato de bolas. Las ilustraciones que se incluían en sus obras evocaban los ábacos, pero su uso era diferente: eran *tableros contadores*, pues todas las bolas del aparato tenían el mismo valor, la unidad, mientras que en un *ábaco*, el valor de cada bola depende de su situación, del alambre en el que está. Nos planteamos, ¿qué antecedentes tenían las propuestas de Vallejo y de Montesino?

En este trabajo se diferenciarán los aparatos de bolas por su uso y se denominarán *tableros contadores* cuando el valor de todas las bolas sea el mismo y *ábacos* cuando el valor de una bola dependa del lugar (la fila) que ocupa.

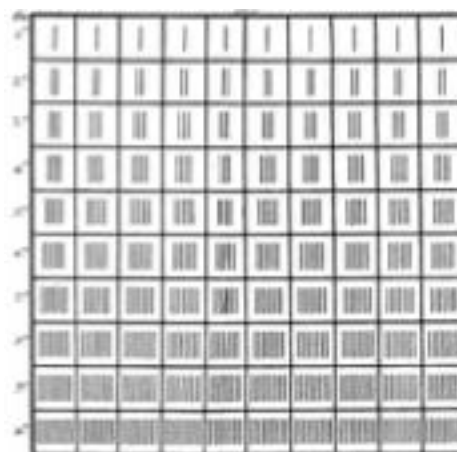
Figura 1 - (a) Bastidor de Vallejo y (b) tablero contador de Montesino



Fuente: Vallejo (1833) y Montesino (1850)

En España, en el siglo XIX, el uso de estos aparatos fue una propuesta bastante generalizada, y así se recoge en las obras que se editaron para la formación de maestros. Todos los autores que lo proponían lo hacían como aplicación del principio de intuición de Pestalozzi a la enseñanza de la aritmética, aplicación que se concretaba en el uso de colecciones para dar idea de lo que era el número y la numeración (Espín-Buendía, *et al.*, 2024). Pero Pestalozzi había empleado unos recursos diferentes: colecciones de palotes en unas tablas.

Figura 2 - Tabla n.º 1 de Pestalozzi



Fuente: Chavannes (1807)

Su uso lo describe Chavannes en su obra « *Exposicion del método elemental de Henrique Pestalozzi* » (Chavannes, 1807). Estas tablas se usaron, por ejemplo, en la experiencia sobre los métodos de Pestalozzi que se realizó en España, entre 1806 y 1808, en el Real Instituto Pestalozziano de Madrid, con el apoyo de los reyes y de su ministro Manuel Godoy. A esa institución asistieron un numeroso grupo de profesores como observadores; entre ellos estaba

José Mariano Vallejo, catedrático de Matemáticas del Real Seminario de Nobles de Madrid. Vallejo fue diputado a Cortes durante el Trienio Constitucional (1820-1823). Como miembro de la Dirección General de Estudios (que dependía de las Cortes) elaboró una *Exposición sobre el estado de la enseñanza pública, hecha á las Cortes*, a la que se añadió un *Proyecto de un plan metódico de primera enseñanza* en el que proponía el uso de un aparato bolas para adquirir las primeras ideas numéricas en la enseñanza primaria (Dirección General, 1822; Carrillo, 2006). Lo planteaba como una mejora de los métodos de Pestalozzi de quién sobre cuyo método para el aprendizaje de la aritmética decía que «el principio sobre el que se decía estar fundado dicho método, de que todas las ideas primarias se deben adquirir intuitivamente, era el más exacto que se podía concebir; pero no era intuitivo todo lo que se enseñaba en el establecimiento que se formó en Madrid para su ensayo» (Vallejo, 1833, p. IX). Entonces, el aparato de bolas para la iniciación en la numeración, propuesto en 1822 por Vallejo para aplicar el principio de intuición de Pestalozzi, ¿de dónde venía?

A partir de la documentación se encontró una eclosión de estos aparatos de bolas en la enseñanza de la numeración en las primeras edades. En particular se consultaron obras publicadas en el Reino Unido y en Francia. ¿Qué relación tenían esos aparatos con las propuestas de Pestalozzi?

Como señalan Freiman y Volkov (2019, p. 162), «la historia del uso didáctico de los instrumentos de conteo y, en particular, de las diversas formas de ábacos de cuentas en Europa y Norteamérica en el siglo XIX y principios del XX sigue siendo poco explorada»². La cuestión planteada en mi investigación trata de avanzar en esta dirección.

En este trabajo se abordan dos cuestiones: 1) la introducción de los aparatos de bolas en las escuelas infantiles³ de España, Gran Bretaña y Francia, y 2) el posible origen de esos aparatos de bolas en el ábaco ruso (*schyoty*).

1. LOS ESTUDIOS COMPARATIVOS

Estudiar la difusión de las innovaciones supone hacer un estudio comparativo. Julio Ruiz Berrio (1997, p. 147) considera que el método histórico es comparativo, porque, como dice Aróstegui, «investigar la historia es distinguir las composiciones sociales en unos momentos con respecto a otros» (Aróstegui, 1995, p. 307). En nuestro caso, nos interesan los

² Todas las traducciones de este trabajo son propias.

³ Las instituciones educativas para la franja de edad de 0-6 años se han denominado de forma diferente según los países, y ha cambiado a lo largo del tiempo. En este trabajo se utiliza la expresión «escuela infantil» o «educación infantil» que agrupa todas esas instituciones.

procesos de transmisión; hay que tener en cuenta que las características de los contextos (el contexto inicial y el contexto de destino) son diferentes, y que esa comparación de características es lo que va a permitir analizar y valorar el proceso de transmisión de la innovación.

También hay tener en cuenta el lugar desde el que el investigador realiza su trabajo, su perspectiva, sus condicionantes. Como recuerda Ruiz Berrio (1997, p. 136-137),

El historiador tiene una determinada concepción del mundo, y su formación previa ha respondido a determinadas características, orientaciones y contenidos, lo que condiciona sus trabajos y sus resultados. A su vez, el material en el cual se basa ha sido proporcionado por personas que también tenían una circunstancia propia.

Esa perspectiva hay que especificarla, de algún modo, para que se puedan interpretar las conclusiones a las que se llega. También puede explicar la cuestión planteada, cómo se ha concretado, qué fuentes se han utilizado, qué instrumentos de análisis, y explica las fortalezas y debilidades de una investigación.

Está el ejemplo de Antonio Viñao y sus llamamientos a la cautela al tener en cuenta la perspectiva del investigador, la conveniencia de hacerla explícita y el interés de tratar la cuestión desde diferentes perspectivas, lo que se ha denominado el «ojo móvil» o perspectivismo, porque «el lugar en el que uno se coloca condiciona la mirada. Permite ver unas cosas y no otras» (Dono, en prensa). Estas cuestiones las ha comentado en diferentes entrevistas como las de Cuesta y Mateos (2002), Bastos (2017) y la última, de Dono (2024). En el primer pie de página de un artículo sobre la Educación General Básica (Viñao, 1992), advierte de su responsabilidad en la administración educativa en el momento al que quiere referirse y nos informa de su pertenencia a un grupo profesional de la administración civil del estado, nuevo en esos momentos, y que tenía que definir sus funciones, en lo que se refiere a la administración educativa, en competencia con otros cuerpos profesionales que habían tenido esas competencias, sobre todo con el de inspectores de enseñanza primaria y con los antiguos directores de centros escolares; y cómo estas confrontaciones influyeron en el desarrollo y puesta en práctica de la legislación (la Ley General de Educación de 1970). Son cuestiones a las que se ha referido en varias ocasiones como las entrevistas citadas. Al especificar ese «ojo móvil», Antonio Viñao le da valor al trabajo que realiza, pero también, honestamente, señala cuáles pueden ser sus posibles limitaciones. En la entrevista de 2002 (Cuesta & Mateos, 2002), señala que hay que tener esas consideraciones «porque la realidad tiene muchas caras, es poliédrica». Justamente, por el carácter poliédrico de lo real, tiene que intervenir la cautela del investigador. Otra consecuencia es la consideración de la complementariedad de las

investigaciones, aunque eso plantee problemas de integración de esas investigaciones porque las perspectivas de quienes las han realizado son diferentes y, por ello, no se pueden integrar directamente las conclusiones.

Tener en cuenta que el «ojo móvil» alerta sobre la importancia de la complementariedad de las investigaciones. Pero, al mismo tiempo, apunta también a las dificultades al valorar los hechos históricos que nosotros u otros han investigado. En particular, las dificultades para analizar los préstamos si no se tienen en cuenta los condicionantes del investigador.

Los siguientes apartados se dedican a la iniciación aritmética en España, Gran Bretaña y Francia en la primera mitad del siglo XIX. Se comenta brevemente la creación de escuelas infantiles en estos países, con especial atención a las propuestas que se hicieron la la enseñanza de la aritmética.

2. LAS ESCUELAS DE PÁRVULOS ESPAÑOLAS

En España, las primeras propuestas de aparatos de bolas en la enseñanza de la aritmética se deben a Vallejo y su utilización en las escuelas de párvulos a Montesino. Pablo Montesino, al igual que Vallejo, fue diputado a Cortes durante el Trienio Constitucional (1820-1823) y conoció el *Informe* y el *Proyecto* que presentó la Dirección General de Estudios (1822), a la que pertenecía Vallejo. En 1823, a la vuelta del absolutismo, se exilió en Inglaterra hasta la muerte de Fernando VII (1833). Durante su exilio inglés se interesó por las instituciones educativas, especialmente las relacionadas con «la educación del pueblo», como las escuelas de enseñanza mutua y las *infant schools*. A su regreso a España, se involucró en la creación del sistema educativo, fundamentalmente en lo que se refiere a la enseñanza primaria (fue redactor del Reglamento de escuelas de 1838) y a la formación de maestros (fue el redactor del Reglamento de la Escuela Normal Central, y primer director y profesor de Pedagogía de la misma). Además, promovió la creación de escuelas de párvulos desde la *Sociedad encargada de propagar y mejorar la educación del pueblo* y, en 1840, por encargo de dicha sociedad, elaboró un «Manual para los maestros de las escuelas de párvulos» (Montesino, 1850), que fue referencia en España para la enseñanza en ese tipo de escuelas.

Aunque Montesino habla de experiencias de educación en las primeras edades en toda Europa, sitúa el origen de estas instituciones con carácter, no solo de guardería infantil, sino de educación en la experiencia promovida por Owen en New Lanark, en su maestro Buchanan y en las escuelas que se crearon con ese tipo de organización en otros lugares de Gran Bretaña, en particular, la escuela de Westminster (Londres) a la que se trasladó Buchanan en 1818 y la

escuela de Spitalfields, regentada por Wilderspin desde 1920. Eran instituciones innovadoras que quería introducir en España.

En la obra describe, no solo los objetivos de estas escuelas, sino también los ejercicios que se pueden realizar en ellas. Sus concepciones son deudoras de Pestalozzi, cuando plantea que la enseñanza debe adaptarse al desarrollo de la infancia y en la necesidad de ejercitar

la inteligencia en el estudio de los objetos que hacen impresión en los sentidos; en el estudio de cosas y no meramente de palabras, y mucho menos de reglas ininteligibles y destituidas de fundamento para los niños; en formar ideas positivas y exactas, y no en adoptar sin examen las opiniones y los juicios de los demás; y de ningún modo en adquirir ideas abstractas superiores á la penetración de los niños, y de cuya exactitud no pueden estos por tanto, asegurarse ni aun dudar (Montesino, 1850, p. 187).

Las referencias que cita para las actividades que propone son Charles Mayo (que había estado con Pestalozzi en Yverdon entre 1919 y 1822) del que describe varias clases de lecciones sobre objetos, Wilderspin, al que atribuye las actividades de enseñanza de la lectura y de geometría y Pestalozzi, en el que fundamenta, al igual que lo había hecho Vallejo, el aprendizaje de la aritmética, pues este método «en ninguna materia está tan generalmente admitido y tan acreditado como en el primer estudio de los números, desde que Pestalozzi lo estableció en su escuela y lo dio á conocer» (Montesino, 1850, p. 206). Y, al igual que Vallejo, no utiliza las tablas de Pestalozzi sino un tablero contador de diez filas de cuentas con diez cuentas en cada fila (figura 1 (b)); con él puede dar idea, no solo de unidades, también de lo que es una decena o una centena.

3. LAS *INFANTS SCHOOLS* DE GRAN BRETAÑA

En Gran Bretaña, James Buchanan, que fue maestro en las escuelas fundadas por Owen en New Lanark y luego (1818) en la primera *infant school* que se creó en Londres (Westminster), no ha dejado una descripción de sus actividades. Por testimonios de personas que estuvieron en sus clases, se sabe que para enseñar aritmética utilizaba bloques de madera para contar y hacer pequeñas operaciones (Sanchidrián, 2010a, p. 53). Se cantaban o recitaban las tablas de contar, de sumar, restar, multiplicar y de monedas. En la escuela de Buchanan se utilizaba también un aparato de bolas para el aprendizaje de la numeración, pero no hay referencias sobre su aspecto y uso. (Stewart y McCann, 1967, p. 248).

Buchanan no dejó de instruir a los niños en las tres erres, pero sus métodos eran totalmente originales y no tenían nada en común con los ejercicios habituales de los monitores. Enseñaba la tabla de multiplicar mediante una combinación de palabras y acciones, de forma muy parecida a como lo haría más tarde Wilderspin :
Dos veces uno son 2, pulgares arriba a la vista,
Dos veces dos son 4, dedos en el suelo,

Dos veces tres son 6, dedos haciendo trucos,
Dos veces cuatro son 8, cuéntalos ahora están derechos,
Dos veces cinco son 10, todas las manos arriba otra vez.
Estas rimas y acciones fueron compuestas por el propio Buchanan, y cuando enseñaba gramática utilizaba los mismos métodos, combinando información elemental con rimas sencillas, un método que también utilizaría Wilderspin. (Stewart y McCann, 1967, p. 249-250)

Samuel Wilderspin (1791-1866) había asistido frecuentemente a la escuela de Buchanan y también visitó New Lanark (Stewart y McCann, 1967, p. 247, 255) y, por ello, fue propuesto como maestro cuando, en 1820, se creó una nueva escuela en Londres, en Spitalfield. Wilderspin organizó esa escuela y, a partir de su experiencia, en 1823 escribió una obra (*On the importance of educating the infant children of the poor, showing how three hundred children, from eighteen months, to seven years of age, may be managed by one master and mistress; containing also an account of the Spitalfields Infant School*) sobre la creación y organización de las Infant schools. Esta obra tuvo ocho ediciones (1823, 1824, 1825, 1829, 1832, 1834, 1840, 1852) a lo largo de las cuales Wilderspin fue variando el título y reformando su contenido. En las primeras ediciones de este texto, Wilderspin reconocía a Owen haber sido el primero en fundar una escuela para niños pequeños, pero a partir de la cuarta edición, dejó de dar las gracias a Owen y se presentó como el creador de la *infant schools*. Estas ediciones sucesivas permiten detectar los cambios que se fueron dando en las propuestas de enseñanza de Wilderspin, en particular en la enseñanza de la aritmética y en los materiales didácticos que utilizaba.

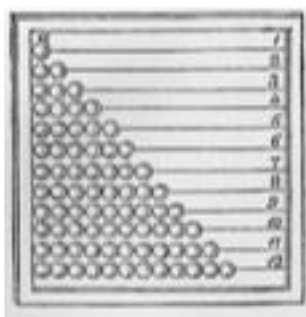
En las ediciones de 1823 y 1824, describe actividades para el aprendizaje de la numeración realizadas en grupos pequeños (clases) colocados alrededor de una mesa que tenía encima 100 cubos de una pulgada de lado. Son actividades de conteo progresivo y regresivo y de iniciación a la suma y a la resta añadiendo y quitando cubitos; también los agrupaban por decenas y por grupos de cinco. Otras actividades eran la recitación o el canto, acompañados con mímicas y evoluciones en el aula, de la serie numérica, contar de dos en dos, de tres en tres, cantar las tablas de sumar y de multiplicar, rimas sobre las monedas; también se utilizaban esos recitados para establecer el tiempo que cada niño usaba un columpio, antes de cederlo al siguiente.

En la tercera edición de la obra (Wilderspin, 1825), introdujo unas cifras de latón que podían colocarse en un panel con ranuras; con ellas explicaba el sistema de numeración decimal, el valor absoluto y relativo de cada cifra, llegando a órdenes de unidades altos (el ejemplo que figura es leer el número 5476953821). También se realizaban operaciones aritméticas. Estas actividades simbólicas aparecen descritas antes de las actividades con cubos y sin relación con ellas. En esta tercera edición, añadió un capítulo, «Aritmética», con ejemplos

de ejercicios verbales de las operaciones aritméticas, fracciones, monedas, pesas y medidas y en el siguiente capítulo describe un aparato de bolas (figura 3) y ejercicios a realizar en él.

Lo utilizaba como tablero contador, pues todas las bolas son unidades. Con él se forman colecciones de determinados cardinales y se efectúan composiciones y descomposiciones de las mismas, relacionándolas con las operaciones aritmética; son ejercicios similares a los que se hacían con los cubos, pero realizados con todos los alumnos situados en la gradería. En una obra de 1832 (*Early disciplina illustrated*, Wilderspin, 1832, p. 7) justifica la introducción de este aparato «porque los cubos de madera usados previamente solo se adaptan a las clases [grupos pequeños]; y es deseable conseguir la atención de todos».

Figura 3 - Aparato de bolas usado por Wilderspin.



Fuente: Wilderspin (1825)

En la cuarta edición (Wilderspin, 1829) se reorganizaron los contenidos de la tercera, agrupándolos en un único capítulo, «Numeración», y describiendo el tablero de bolas antes que las actividades con los cubos. En la introducción al capítulo se incluyen comentarios generales sobre el aprendizaje de la aritmética, como los siguientes:

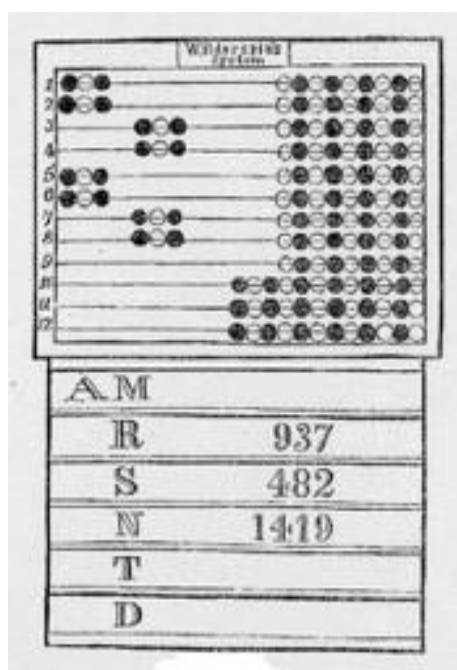
es de la mayor importancia dar a los niños una visión clara de los principios primarios del número. Con este fin, procuramos mostrarles, por medio de objetos visibles, que todos los números son combinaciones de unidad, y que todos los cambios de número deben consistir en añadir o quitar un número determinado. Después de esto, o más bien, debería decir, en conjunción con la instrucción por objetos visibles, exhibimos a los niños el *signo* del número, y los familiarizamos con sus diversas combinaciones; y por último los llevamos a la consideración abstracta del número, o lo que podría llamarse *aritmética mental*. (p. 186-187).

Se recoge así el principio pestalozziano de enseñanza de la aritmética (Pestalozzi, 1980, p. 87) pero mientras que Pestalozzi retrasaba la utilización de los símbolos numéricos para después de haber trabajado el cálculo mental para que no obscurecieran la percepción de la cantidad y sus relaciones, Wilderspin los introduce al mismo tiempo y los considera anteriores a la aritmética mental. La edición de 1832 (la quinta), en lo que se refiere a la aritmética es una reimpresión de la edición anterior. En la edición de 1834 (la sexta), cambia el título del capítulo, que pasa a denominarse «Aritmética». Desaparece la referencia a las actividades con cubos de

madera y cambia el aparato de bolas usado: tiene 12 filas con 12 bolas en cada fila, pintadas en colores alternos. También añadió un panel con ranuras donde se podían colocar cifras de bronce (figura 4); con ese panel se quería «enseñar a los niños la diferencia entre los números reales y los caracteres representativos, y por tanto la necesidad de figuras de bronce como las representadas en el panel» (Wilderspin, 1840, p. 226).

En principio, este aparato era interpretado de forma similar a un ábaco pues en cada línea se representa un orden de unidades, aunque el hecho de que hubiera 12 bolas por línea no lo hace adecuado para efectuar cálculos en nuestro sistema de numeración decimal.

Figura 4 - Aritmeticon de Wilderspin.



Fuente: Wilderspin (1840)

Pero, al utilizar el aparato bolas para la iniciación a las operaciones aritméticas, no considera el valor posicional de las bolas, sino que todas ellas tienen un valor 1 y opera haciendo composiciones y descomposiciones de cantidades de bolas pues, como había señalado en la introducción al capítulo, se trataba de mostrar «por medio de objetos visibles, que todos los números son combinaciones de unidades» (Wilderspin, 1834, p. 192). Para realizar algunos de estos ejercicios, coloca en primer lugar las bolas en la disposición del aritmeticon (una bola en la primera línea, dos en la segunda,... doce en la duodécima), como punto de partida de la actividad, lo que limita las configuraciones consideradas.

En el panel inferior representaba números de varias cifras y dialogaba con el alumnado sobre el valor posicional de esas cifras en nuestro sistema de numeración. También se usaba

para la explicación de los algoritmos de la suma y la resta a partir de la representación de los números, pero sin relacionarlos con las bolas.

En 1821 se creó una *infant school* en Bristol, regentada por David Goyder (McCann y Young, 1982). Goyder publicó una obra de la que hemos consultado la tercera y la cuarta edición (Goyder, 1824; 1825). En la tercera edición usaba los cubitos y el recitado de las tablas y situaciones sobre monedas (sin usar material). En la cuarta edición amplía los objetos con los que se pueden formar colecciones y considera «cubos, canicas u otros objetos tangibles», cita a Pestalozzi y recomienda su tabla n.º 1. Y pone ejemplos de ejercicios en los que las colecciones son colecciones de palotes (considerándolas como ejemplo de colecciones con otros objetos). También comenta el sistema de numeración hasta números altos, sin referencia a objetos. En la figura 5, tomada de la cuarta edición de la obra de Goyder, hay niños usando cubitos y el maestro con la tabla n.º 1 de Pestalozzi.

Figura 5 - Actividades aritméticas en una *infant school* de Bristol



Fuente: Goyder (1825)

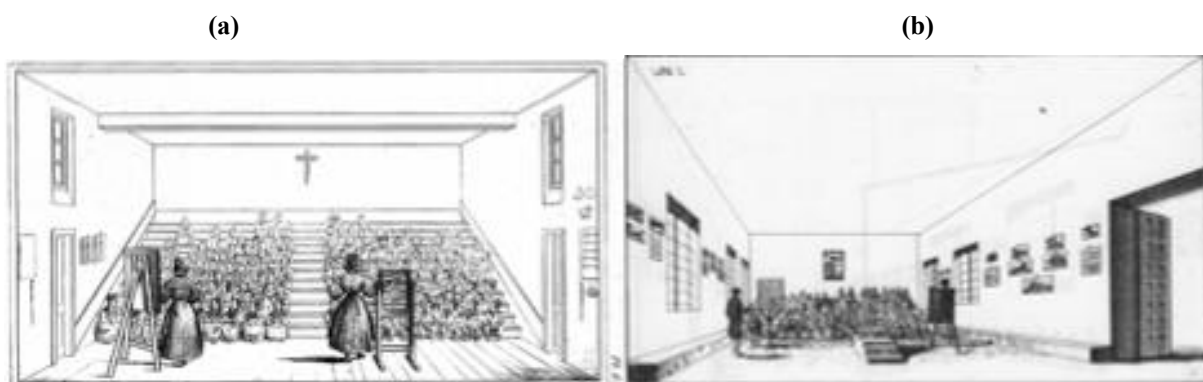
4. LAS SALLES D'ASILE FRANCESAS

En Francia, J.D.M. Cochin era alcalde de un distrito pobre de París, con niños pequeños desatendidos. Junto con un comité de damas, organizado por Mme. Emilie Mallet, acordaron la creación de centros para cuidarlos y educarlos, las *salles d'asile*. Aunque en Francia tenían el precedente de Oberlin, que había creado centros de este tipo en Alsacia, y de Mme. de Pastoret, que había creado otro, de corta duración, en París en 1801, Cochin y Mallet consideraron interesante obtener información directa sobre Infant Schools británicas y se decidió enviar a

Londres a una mujer, Eugenie Millet, para que se informara sobre su funcionamiento. Millet no sabía hablar inglés pero consideró que eso no era un obstáculo pues así no se distraería con las palabras y captaría mejor «el espíritu de las cosas» (Sanchidrián, 2010b, p. 72). Cochin mandó construir un edificio que albergaba una *salle d'asile*, una escuela elemental y una escuela para formación del magisterio, de la que Eugenie Millet fue directora.

En 1833, Cochin escribió un libro, el *Manuel des fondateurs et des directeurs des premières écoles de l'enfance connues sous le nom de Salles d'asile*, con instrucciones relativas a la creación y al funcionamiento de este tipo de centros (Cochin, 1834). En las *salles d'asile* la enseñanza de la aritmética también se realizaba mediante el canto de las tablas de contar, de sumar y de multiplicar y usando un *boulier-compteur* de diez filas con diez bolas en cada fila. El manual de Cochin no pone ejemplos de las actividades que se realizaban en el *boulier-compteur*, pero Marie Carpentier (Mme. Pape-Carpantier, 1815-1879), en su obra *Enseignement pratique dans les écoles maternelles, ou premières leçons á donner aux petits enfants suivies de chansons et de jeux pour les récréations de l'enfance* (Carpantier, 1849) sí los detalla y se advierte que se usaban como tablero contador para dar idea intuitiva de los números hasta 100 y de las composiciones y descomposiciones de los mismos. Carpentier en esta obra comenta que, una vez adquirida la intuición de los números hasta 100 y su expresión escrita diferenciando decenas y unidades, se puede presentar el sistema de numeración con generalidad, pero no lo considera imprescindible porque muchos niños de esas edades no pueden comprenderlo ni hacerse idea de esas cantidades.

Figura 6 - Actividades en la gradería. (a) Salle d'asile de Cochin. (b) Escuela de párvulos de Montesino



Fuente: Cochin (1834) y Montesino (1850)

Las *infant schools* de Gran Bretaña, las *salles d'asile* en Francia y las escuelas de párvulos en España, no eran simples guarderías de niños; en ellas se enseñaba a leer, escribir y contar y, además, se iniciaba en otras materias por medio de diálogos, rimas y canciones

(acompañadas a veces de mímicas) y lecciones sobre objetos o imágenes (Vernon, 2023, p. 13). Por ejemplo, según Stewart y McCann (1967, p. 265),

Wilderspin utilizaba el canto, junto con la mímica, en la enseñanza de la aritmética; los niños cantaban o recitaban reglas sencillas, levantando las manos al unísono, caminaban alrededor de un árbol en el patio, cogidos de la mano, cantando una tabla de multiplicar, o se colocaban en filas y con palabras de orden formaban líneas paralelas, cuadrados o triángulos.

También cantaban o recitaban rimas sobre las unidades de medida (longitud, peso, tiempo) y la equivalencia de las monedas; y utilizaban la gradería para enseñanzas dirigidas al gran grupo. Pero se daban diferencias en las actividades y los materiales que usaban porque los contextos en los que se insertaron estas escuelas eran diferentes

5. EL FLUJO DE LAS INNOVACIONES

Jean-Noël Luc (1999, p. 17) considera que «la aproximación histórica estrictamente nacional puede considerarse insuficiente para comprender un proceso que se desarrolla simultáneamente en varios países», como es el caso del desarrollo de las escuelas infantiles, y hay que tener en cuenta el contexto internacional y las influencias mutuas.

Son difíciles de entender ciertos cambios en los sistemas nacionales de preescolarización, en los últimos dos siglos, sin reconocer la influencia de las experiencias extranjeras sobre las instituciones y las prácticas. Y será difícil reconstruir esta filiación si ignoramos el impacto internacional de estas experiencias (Luc, 1999, p. 18).

El relato del apartado anterior destaca la influencia reconocida de las *infant schools* británicas en el desarrollo de las escuelas infantiles en Francia y España. Sin embargo, la comparación con la evolución de las propuestas de Wilderspin pone de manifiesto que el proceso de flujo de las innovaciones puede ser complejo, como se advierte en el resumen cronológico siguiente, centrado en las propuestas sobre la enseñanza de la aritmética y los tableros de bolas:

Cuadro 1 – Cronología de propuestas de enseñanza de la aritmética y tableros de bolas

- 1822 Vallejo describe un tablero contador 10 x 10 y su uso en el *Proyecto de un plan metódico de primera enseñanza*
- 1825 Wilderspin propone la utilización de un aparato de bolas que no tiene la disposición de un ábaco. Se utiliza como tablero contador.
- 1827 Eugenie Millet visita la *infant school* de Wilderspin.
- 1832 Wilderspin sigue proponiendo el aparato de bolas antiguo.
- 1833 Cochin describe en su *Manual* un aparato de bolas 10 x 10.
- 1834 Wilderspin propone la utilización de un aparato de bolas 12 x 12.
- 1840 Montesino propone el uso en las escuelas de párvulos de un aparato de bolas 10 x 10, con actividades similares a las propuestas por Vallejo.
- 1849 Marie Carpentier (Mme. Pape-Carpantier) describe el uso del tablero 10 x 10 de las *salles d'asile*; funciona como un tablero contador.

Fuente: Elaboración propia

La influencia de Pestalozzi en la enseñanza de la aritmética es reconocida por Vallejo y por Montesino y está presente, aunque no reconocida, en Wilderspin; una de las manifestaciones de esa influencia es basar el aprendizaje de la aritmética en la percepción de colecciones y en situaciones de agregar y quitar. Esa primera actuación sobre colecciones fue recogida en el libro con el que Singe (1815) dió a conocer a Pestalozzi en lengua inglesa, y se plasmó en las actividades con cubitos que se realizaban en las *infant schools* de Buchanan, Wilderspin y Goyder. Estas actividades se realizaban en grupos pequeños, con la dificultad de gestionarlos en aulas con 150 o 200 alumnos (Wilderspin dejó de referirse a ellas en 1834). Por ello, las propuestas fueron evolucionando hacia actividades que pudieran realizarse en gran grupo, como en la gradería, y en ese contexto los aparatos de bolas demostraron su utilidad al proporcionar ejemplos de colecciones de bolas, que pueden aumentar o disminuir, y que pueden ser vistas por todo el grupo.

En España, Vallejo ya había propuesto, como alternativa al uso de las tablas de Pestalozzi, un aparato de bolas 10 x 10, porque consideraba que proporcionaba una intuición más clara de las cantidades, su agrupamiento en decenas y su aumento y disminución. El aparato de Vallejo, y con el mismo uso, es el que se utilizó en las *salles d'asile* francesas y en las escuelas de párvulos españolas.

En los tableros contadores 10 x 10, con las bolas agrupadas en decenas en cada fila, se proporciona una imagen de la representación decimal de los números de dos cifras, lo que no

ocurre en el caso de los tableros 12 x 12. la propuesta de Wilderspin parece relacionarse con aspectos de la cultura británica: Gran Bretaña no había participado en los trabajos para establecer el sistema métrico decimal y tenía una tradición de aprender las tablas de multiplicar hasta 12 por 12 (Lancaster, 1818).

La comparación entre las actividades de aritmética que se realizaban en las distintas escuelas infantiles y los aparatos de bolas que utilizaban, ponen de relieve las diferencias que existían entre ellas. Había adaptación al contexto y a sus finalidades propias.

Por ejemplo, en Francia se dió una intervención del Estado desde muy pronto; se estaba creando un sistema educativo muy centralizado y las *salles d'asile* pasaron a formar parte de ese sistema como instituciones educativas iniciales y se legisló sobre ellas. Se creó la figura de la inspectora de estas escuelas y hubo una evolución a lo largo del siglo hacia escuelas maternas, acentuando las finalidades educativas sobre las de guardería. Tanto en Gran Bretaña como en España, la creación de estas escuelas se dejó a la iniciativa privada, pero los resultados fueron muy distintos. En España, hubo pocas escuelas creadas por iniciativa privada y se pasó a considerar el modelo francés y a delegar su creación en instituciones públicas; pero esas competencias dependían de los ayuntamientos y en la mayoría de ellos se consideró que no había fondos suficientes para ese tipo de escuelas.

La falta de financiación debió de influir en que el material que proponía Montesino en su *Manual* fuera más reducido que el de las *infant schools* de Wilderspin. En el caso de la aritmética, no habla de los cubitos de una pulgada de lado utilizados para la iniciación en las operaciones aritméticas, ni de actividades de ese tipo en grupos pequeños. Desde el comienzo, la enseñanza de la aritmética se hacía en gran grupo, en la gradería, lo que condicionaba el tipo de objetos usados en las colecciones a evaluar: los propios niños, las dedos de sus manos y las bolas del tablero contador.

En Wilderspin, el paso de realizar actividades aritméticas con cubos de madera (en grupos pequeños) a hacerlas con un aparato de bolas en gran grupo, indica los problemas que planteaba la generalización de las *infant schools* y, creemos, la falta de maestros bien formados y de auxiliares en las escuelas.

En cuanto al origen de la propuesta del uso de los aparatos de bolas en la enseñanza de la aritmética en las escuelas infantiles, aunque algunos autores hayan sugerido que la propuesta se debe a Wilderspin, el resumen cronológico comentado anteriormente pone de manifiesto que no es así: antes del aritmeticon de Wilderspin (1834), se estaban utilizando aparatos de bolas en las *salles d'asile* francesas y en algunas escuelas primarias españolas.

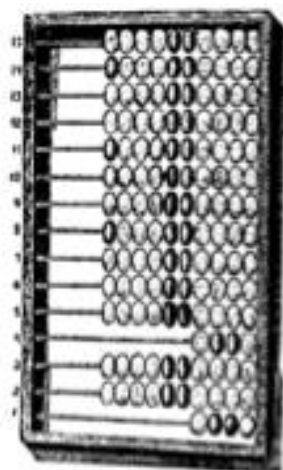
En un trabajo de síntesis, Jean-Noël Luc destaca las influencias mutuas que se dieron en el periodo de creación de las escuelas infantiles y que «una mirada a los proyectos y realizaciones en otros países muestra la futilidad de ese debate» (Luc, 1999, p. 9).

6. ¿EL ÁBACO RUSO EN EL ORIGEN?

Algunos autores (Roberts, 2014) sitúan el origen de los aparatos de bolas utilizados en la enseñanza de la aritmética en el siglo XIX en el ábaco ruso (*schyoty*), y en catálogos de material escolar de las casas Volckmar y Koehler (Koehler, s.f.; Volckmar, 1919; Koehler & Volckmar, 1928) denominan a aparatos de bolas 10 x 10 como ábacos rusos.

El *schyoty* es un aparato de bolas que puede tener un número variable de filas, dependiendo del tamaño máximo de los números para los que se va a usar. Tiene 10 bolas por fila, salvo en una o dos filas en las que hay cuatro bolas: en esas filas se representan fracciones de las unidades monetarias, cuartos de rublo y cuartos de kopecks (Volkov, 2018). Se parece a los aparatos de bolas utilizados en la iniciación a la aritmética, lo que puede haber llevado a relacionarlos, pero la interpretación de las bolas y el uso es diferente.

Figura 7 - Schyoty ruso (Volkov, 2018)



Fuente: Volkov (2018)

Freiman y Volkov (2019), en sus trabajos sobre el origen y la utilización del ábaco ruso (*schyoty*) han tratado de documentar esa posibilidad y sitúan su origen en una apreciación de Michel Chasles que afirma que Poncelet, tras su cautiverio en Rusia a consecuencia de las guerras napoleónicas (1812-1814), dió a conocer en Francia el *schyoty* ruso. Esta afirmación no es compartida por dichos autores ni por Karp (2018) que presentan testimonios del

conocimiento en Europa, a partir del siglo XVII, tanto del *schyoty* como del ábaco chino; viajeros de Europa occidental que estuvieron en Rusia, conocieron este aparato y su uso y lo difundieron a su vuelta. El *schyoty*, en su forma actual, se ha utilizado en Rusia en cálculos en la vida diaria durante los siglos XIX y XX (Volkov, 2018), pero no era utilizado como material didáctico para la iniciación aritmética (Freiman y Volkov, 2019): el manejo del *schyoty* no se enseñaba en la escuela sino en la casa o en el trabajo (Karp, 2018). Freiman y Volkov (2019) consideran que la utilización de un aparato de bolas en la enseñanza de la aritmética en Rusia fue una importación desde Europa occidental a comienzos del siglo XIX, asociado a un cambio metodológico en la enseñanza en general y en la de la aritmética en particular. Karp, siguiendo a Pchelko, considera que, cuando se reintrodujo el ábaco en las escuelas rusas (siglo XX) se estaba dando una transición de un enfoque puramente práctico de la aritmética, en el que lo importante era saber hacer las operaciones, a «un enfoque de desarrollo (formal) asociado en pedagogía con el nombre del Pestalozzi» (Karp, 2018) y al énfasis en la demostración visual y el uso de imágenes, en particular, en los libros de texto. En cualquier caso, tanto Karp (2018) como Volkov y Freiman (2019) afirman la necesidad de realizar estudios para ver cómo se pudo utilizar en la enseñanza el *schyoty*.

Los trabajos que sitúan en el ábaco ruso el origen de los aparatos de bolas que se han utilizado en la enseñanza de la aritmética en los primeros niveles educativos parecen tener en cuenta el aspecto de los aparatos pero no su utilización y suelen dar por supuesto, por ejemplo, que en las escuelas infantiles, el aparato de bolas se utilizaba como ábaco (por ejemplo, Roberts, 2014). Sin embargo, los apartados anteriores de este trabajo evidencian que, para realizar afirmaciones de ese tipo es fundamental tener en cuenta cómo se utilizaban esos aparatos en el aula para hacer los estudios que tanto Freiman y Volkov como Karp consideran necesarios sobre la introducción de esos aparatos en la enseñanza elemental.

Los aparatos de bolas utilizados en Europa occidental durante el siglo XIX tenían, casi invariablemente, diez filas de diez bolas cada una, lo que apunta a que su uso podría ser como tablero contador; en España, las fuentes de las que disponemos lo indican así. En la segunda mitad del siglo XIX, aparecen propuestas para utilizar como ábaco los aparatos de bolas que se habían introducido en las escuelas infantiles en la primera mitad del siglo; pero la rigidez de diez filas con diez bolas apuntan más a una transformación de uso del tablero contador que a una importación directa del *schyoty*.

7. INVESTIGAR LA DIFUSIÓN DE LAS INNOVACIONES EDUCATIVAS

Estudiar la difusión de las innovaciones educativas requiere situarlas en un contexto internacional, realizando estudios comparativos. Solo así se puede rastrear su génesis y comprender los procesos de asimilación de las innovaciones en nuevos contextos. Estos estudios pueden poner de manifiesto la complejidad de las relaciones entre propuestas y prácticas en distintos países o contextos. Es lo que señala Luc (1999, p. 18) con respecto a la formación de los sistemas nacionales de preescolarización durante la primera mitad del siglo XIX.

Al comparar, es necesario tener en cuenta los contextos. Cuando se importa una innovación, se cambian las condiciones de su aplicación. El importador hace una lectura de la experiencia desde su propio contexto, con sus propias motivaciones. Selecciona los aspectos de la experiencia que se adaptan a sus propias finalidades y adapta y cambia lo que tenga que cambiar para responder a sus propios fines. Para ello, tiene en cuenta, o no, las justificaciones de la innovación que se dan en origen. Por ejemplo, para fundar sus *salles d'asile*, Cochin envía a Londres a Eugenie Millet, una persona que no sabe inglés, a aprender en las *infant schools*. Millet hizo de la necesidad virtud: «Mejor, así no me distraeré por las palabras y captaré mejor el espíritu de las cosas» (Sanchidrián, 2010b, p. 72). Se fijó, pues, en lo más visual: las evoluciones, la existencia de cantos y recitados que se repiten cotidianamente, ejercicios en la gradería, en particular, usando un aparato de bolas, aunque el que luego se utilizó en las *salles d'asile* era diferente. Wilderspin también había hecho una adaptación. Él pertenecía al mismo grupo religioso que Buchanan (los swedoborgianos), que estaban muy interesados en la educación infantil, y había asistido a la escuela que regentaba Buchanan en Westminster; también había visitado la escuela de New Lanark (Owen). Ahí está el origen de sus propuestas. Pero sus finalidades eran distintas a las de Owen y procuraba ser aceptado y reconocido en la sociedad inglesa.

Los trabajos sobre lo local pueden ayudar a situar los estudios más internacionales. Ruiz Berrio considera que «las historias sectoriales solo cobran autenticidad orientadas en un discurso histórico globalizador. Ello no significa que este las anule, sino, sencillamente, que las coordina», Y Luc (1999, p. 19) señala que:

no hay que despreciar una colección de estudios nacionales en nombre de las virtudes supuestamente superiores de una historia comparada de la educación preescolar. Porque esta historia -es una obviedad señalarlo- presupone la presencia de elementos de comparación.

Los trabajos locales suelen estar realizados por investigadores de ese ámbito, por lo que hay que tener en cuenta su perspectiva. El contraste con otras investigaciones locales es importante para establecer el alcance de las conclusiones de los trabajos.

Este comentario da pie a comentar las cautelas (tanto para escribir como para leer la historia) necesarias en la investigación histórica y, especialmente, en estos estudios comparativos. Cuando se quieren contrastar o integrar investigaciones, las diferentes perspectivas de los investigadores plantean dificultades: la experiencia previa, el contexto en el que se trabaja, los intereses del investigador, condicionan las cuestiones que se plantean, dónde se buscan las fuentes, a cuales se tiene acceso y la interpretación que se hace de las mismas. Estos estudios suelen requerir de fuentes de distinta procedencia geográfica o cultural y el investigador puede encontrar dificultades para el acceso a las mismas o, incluso, para su consulta, especialmente (en nuestro entorno) si no utilizan el alfabeto latino sino el cirílico o caracteres chinos y japoneses.

Otro ejemplo. El nivel escolar que se conoce o al que se siente ligado el investigador, condiciona su mirada, sus fuentes, sus conclusiones. En el caso de los aparatos de bolas, cuando la cuestión es la iniciación a la aritmética en las primeras edades, se ven como tableros contadores, y su uso como ábaco no se considera adecuado; es la opinión de formadores de maestros en España, como Pablo Montesino y Mariano Carderera (Carrillo & Espín, 2021; Carrillo & Dólera, 2022). Cuando la cuestión es el aprendizaje de la aritmética, su utilización en la vida cotidiana que suele involucrar la realización de cálculos más complejos, la mirada del investigador es más matemática, y se ven los aparatos de bolas como ábacos, más ligados al sistema de numeración, que permiten operar con números mayores y con mejores algoritmos. En los trabajos realizados desde esta perspectiva, aunque se citen los aparatos de Wilderspin o de Cochin, no se es consciente del distinto uso que se les daba.

Desde la perspectiva actual, se pueden hacer afirmaciones que el investigador considera evidentes y, por tanto, obvia su justificación. Algunos ejemplos: considerar que la disposición en que se coloca el schyoty (con las filas horizontales) es para que el maestro lo pueda enseñar a toda la clase, obviando el uso no escolar anterior. O afirmar que «los materiales manipulativos siempre se han utilizado en la enseñanza de las matemáticas», afirmación basada en algunos ejemplos. Otras veces se considera que la institución o el material que se está investigando es pionero, ignorando sus antecedentes o las instituciones y materiales próximos.

REFERENCIAS

- Aróstegui, J. (1995). *La investigación histórica: Teoría y método*. Grijalbo-Mondadori.
- Bastos, M.H.C. (2017). A pesquisa em História da Educação. Testemunho de um autor: entrevista com Antonio Viñao Frago. *História da Educação*, 21(51), 15-31.
- Carpantier, M. (1849). *Enseignement pratique dans les écoles maternelles, ou premières leçons à donner aux petits enfants suivies de chansons et de jeux pour les récréations de l'enfance*. Hachette.
- Carrillo Gallego, D. (2005). *La Metodología de la aritmética en los comienzos de las Escuelas Normales (1838-1868) y sus antecedentes*. Universidad de Murcia.
- Carrillo Gallego, D. (2006). Vallejo y la iniciación aritmética en las escuelas. En A. Maz, M. Torralbo & L. Rico (coords.), *José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la educación matemática*. (pp. 25-47). Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba (España),.
- Carrillo Gallego, D. (2017). La representación visual de los ábacos en los catálogos de material de enseñanza. En P.L. Moreno y A. Viñao (coords.), *Imagen y educación. Marketing, comercialización y didáctica (España, siglo XX)*. (pp. 145 - 154). Morata.
- Carrillo Gallego, D. (2018). Los catálogos de material escolar como fuente de la historia de la educación matemática: el caso de los ábacos. *Historia y Memoria de la educación*, 7, 573 - 613.
- Carrillo Gallego, D. y Dólera Almada, J. (2022). La Aritmética en los Principios de Educación y Métodos de Enseñanza de Mariano Carderera». *Revista REAMEC -Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*, 10(2), e22039, maio-agosto, 2022.
- Carrillo Gallego, D. y Espín Buendía, J. G. (2021). Pablo Montesino y la formación matemática del magisterio en España (1838-1850). *REAMEC -Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*, 9(3), e21087, setembro-dezembro, 2021.
- Chavannes, D.A. (1807): *Exposicion del método elemental de Henrique Pestalozzi*. Imprenta de Gomez Fuentenebro.
- Cochin, J.D.M. (1834). *Manuel des fondateurs et des directeurs des premières écoles de l'enfance connues sous le nom de Salles d'asile*. 2 ed. Hachette.
- Cuesta, R. & Mateos, J. (2002). Conversación con Antonio Viñao. *ConCiencia Social*, 6, 89-107.
- Dirección General de Estudios (1822): *Exposición sobre el estado de la enseñanza pública, hecha á las Cortes por la Direccion General de Estudios*. Imprenta de Alban y Cia.
- Dono Rubio, S. (2024). Sobre Historia y Educación. Una charla con Antonio Viñao Frago. *Revista del Instituto de Investigaciones en Ciencias de la Educación*, 55.
- Espín Buendía, J. G., López Cánovas, V. & Carrillo-Gallego, D. (2024). Sobre la enseñanza del número natural en España (siglo XIX). En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent & C. Jiménez-Gestal (eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (pp. 209-216). SEIEM.
- Freiman, V. & Volkov, A. (2019). Pedagogical value of the Russian abacus and its use in teaching and learning arithmetic in the 19th – early 20th century. En K. Bjarnadóttir, F. Furinghetti, J. Krüger, J. Prytz, G. Schubring, & H.J. Smid (eds.). “Dig where you stand”

5. *Proceedings of the Fifth International Conference on the History of Mathematics Education*. (pp. 161-178). Utrecht University.
- Goyder, D.G. (1824). *A Manual: detailing the Sistem of Instruction pursued at the infant school*; Bristol. Thomas Goyder.
- Goyder, D.G. (1825). *A Manual of the Sistem of Instruction pursued at the infant school, Meadow street, Bristol*. Phillip Rose.
- Karp, A. (2018). Toward a History of the Teaching of Calculation in Russia. En A. Volkov & V. Freiman, (eds.), *Computations and Computing Devices in Mathematics Education Before the Advent of Electronic Calculators*. (pp. 385-405). Springer.
- Luc, J.N. (1999). Pour histoire européenne nationale et locale de la préscolarisation. *Histoire de l'education*, 82, 5-22.
- Koehler, K.F. (s.f.). *Catálogo ilustrado de material de enseñanza. Lista de los aparatos y útiles más modernos y adecuados para la enseñanza objetiva, aprobados y en uso en las escuelas de Alemania*. 2 ed. Koehler.
- Koehler & Volckmar A.-G. & Co. (1928). *Catálogo General Ilustrado de Material Pedagógico Moderno. Material y utensilios seleccionados cuidadosamente para escuelas, Institutos y Universidades de España y de América central y Meridional*. Koehler & Volckmar A.-G. & Co..
- Lanscaster, M. J. (1818). *Sistema Inglés de instrucción o colección completa de las invenciones y mejoras puestas en práctica en las escuelas reales de Inglaterra*. Imprenta de la calle de la Greda.
- McCann, P. y Young, F.A. (1982). *Samuel Wilderspin and the Infant School Movement*. Croom Helm.
- Montesino, P. (1850). *Manual para los maestros de las escuelas de párvulos*. Imprenta del colegio de sordo-mudos y ciegos.
- Pestalozzi, J.E. (1980). *Cómo Gertrudis enseña a sus hijos. Cartas sobre la educación de los niños. Libros de educación elemental (prólogos)*. Porrúa.
- Roberts, D.L. (2019). History of Tools and Technologies in Mathematics Education. En: A. Karp & G. Schubring (eds.), *Handbook on the History of Mathematics Education*. (pp. 431-458). Springer.
- Ruiz Berrio, J. (1997). El método histórico en la investigación histórico-educativa. En N. de Gabriel y A. Viñao (eds.), *La investigación histórico-educativa. Tendencias actuales*. (pp. 131-202). Ronsel.
- Sanchidrián, C. (2010a). La educación infantil en Gran Bretaña. Modelos y debates. En C. Sanchidrián y J. Ruiz Berrio (coords.), *Historia y perspectiva actual de la educación infantil*. (pp. 47-67). Graó.
- Sanchidrián, C. (2010b). La escuela maternal francesa. La construcción de un modelo propio. En C. Sanchidrián y J. Ruiz Berrio (coords.), *Historia y perspectiva actual de la educación infantil*. (pp. 69-89). Graó.
- Singe (1815). *A biographical sketch of the struggles of Pestalozzi to establish his sistem of education*. Williams Folds.
- Stewart, W.A.C. y McCann, W.P. (1967). *The Educational Innovators. Vol. I: 1750-1880*. MacMillan.

- Vallejo, J.M. (1833). *Ideas primarias que deben darse a los niños en las escuelas acerca de los números al tiempo que se están ejercitando en la clave analítica de la lectura*. Imprenta de D. Miguel de Burgos.
- Vergnon, M. (2023). Aux sources britanniques des salles d'asile françaises. *Recherches en éducation*, 50, 8-16.
- Viñao, A. (1992). La Educación General Básica. Entre la realidad y el mito. *Revista de Educación*, número extraordinario sobre *La Ley General de Educación veinte años después*, 47-71.
- Volckmar, F. (1910). *Catálogo general con un sinnúmero de grabados é ilustraciones en colores de material de enseñanza y útiles para escuelas*. Volckmar.
- Volkov, A. (2018). Counting Devices in Russia. En Volkov, Alexei, & Freiman, Viktor (Eds.) (2018). *Computations and Computing Devices in Mathematics Education Before the Advent of Electronic Calculators*. Berlin etc.: Springer. pp. 299-338.
- Wilderspin, S. (1823). *On the importance of educating the infant children of the poor, showing how three hundred children, from eighteen moths, to seven years of age, may be manager by one master and mistress; containing also an account of the Spitalfiellds Infant School*. T. Goyder.
- Wilderspin, S. (1824). *On the importance of educating the infant poor from the age of eighteen moths, to seven years, containing an account of the Spitalfiellds*. 2 ed. Simpkin & Marshall.
- Wilderspin, S. (1825). *Infant education; or remark on the importance of educating the infant poor from the age of eighteen moths, to seven years, containing an account of the Spitalfiellds*. 3 ed. Simpkin & Marshall.
- Wilderspin, S. (1829). *Infant education; or practical remarks on the importance of educating the infant poor from the age of eighteen moths, to seven years, containing hints for developing the moral and intellectual powers of children of all classes*. 4 ed. Simpkin & Marshall.
- Wilderspin, S. (1832). *Early discipline illustred; or the infant system progressing and successful*. Westley and Davis.
- Wilderspin, S. (1834). *The infant system for developing the physical, intellectual, and moral powers of all children, from one to seven years of age*. 6 ed. Simpkin & Marshall.
- Wilderspin, S. (1840): *The infant system for developing the physical, intellectual, and moral powers of all children, from one to seven years of age*. 7 ed. James S. Hodson.