



RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO CURRÍCULO, NA DÉCADA DE 1990, EM PORTUGAL

Problem-solving within the curriculum in Portugal during the 1990s

Alexandra Sofia Rodrigues¹

EDUNOVA.ISPA; CICS.NOVA, UIED, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade NOVA de Lisboa, Portugal

alexsofiarod@gmail.com



Lattes: <https://lattes.cnpq.br/2653473963436337>



Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-9022-4849>

Paulo Doutor²

NOVA Math, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade NOVA de Lisboa, Portugal

pjd@fct.unl.pt



Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-7615-7547>

Corália Pimenta³

inED – Centro de Investigação e Inovação em Educação, Instituto Politécnico de Coimbra, Portugal, Instituto Superior de Engenharia de Coimbra do Instituto Politécnico de Coimbra, Portugal

coraliapimenta@gmail.com



Orcid: <https://orcid.org/0009-0002-2056-7445>

¹ Doutora em Didática da Matemática, Universidade da Beira Interior Faculdade de Ciências, Portugal. Professora da EDUNOVA. ISPA, CICS:NOVA e UIED. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade NOVA de Lisboa. Caparica-Portugal. E-mail: alexsofiarod@gmail.com.

² Doutor em Matemática, Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico, Portugal (IST). Professor no Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia (NOVA FCT), Centro de Matemática e Aplicações (NOVA Math). Caparica-Portugal. E-mail: pjd@fct.unl.pt.

³ Doutora em Didática da Matemática, Universidade da Beira Interior (UBI). Professora do inED – Centro de Investigação e Inovação em Educação e do Instituto Superior de Engenharia de Coimbra, do Instituto Politécnico de Coimbra (ISEC-IPC). Coimbra-Portugal. E-mail: coraliapimenta@gmail.com.

RESUMO

As reformas educativas constituem respostas a dinâmicas culturais, políticas e sociais, refletindo tensões e aspirações presentes no seio das comunidades educativas. A reforma do currículo de Matemática em Portugal, implementada em 1991, emergiu como reação ao descontentamento manifestado por professores, alunos e pela sociedade em geral, procurando superar o formalismo excessivo da matemática moderna através da valorização da resolução de problemas como eixo estruturante do ensino. Este estudo adota uma abordagem qualitativa, centrada na análise documental de diversas fontes: os documentos curriculares oficiais (currículo prescrito), os manuais escolares e listas de problemas (currículo apresentado), bem como legislação, estudos académicos e textos de divulgação. A análise foi orientada por sete categorias analíticas no caso do currículo prescrito e três categorias no currículo apresentado, tendo como objetivos compreender o contexto histórico que propiciou a centralidade da resolução de problemas no ensino da matemática e examinar os modos como essa abordagem é operacionalizada nos diferentes níveis curriculares. Os resultados evidenciam que o currículo de 1991 representa um movimento robusto de renovação curricular, resultante da confluência de múltiplos atores e dinâmicas, com especial relevo para o papel ativo desempenhado pelos professores. Esta reforma marca uma rutura com práticas anteriores, promovendo uma orientação didática centrada na resolução de problemas em detrimento da mecanização e do treino repetitivo característicos das propostas curriculares precedentes.

Palavras-chave: Resolução de problemas. Ensino da Matemática. Renovação curricular. Trabalho colaborativo. Currículo.

ABSTRACT

Educational reforms respond to cultural, political, and social dynamics, reflecting tensions and aspirations within educational communities. The 1991 reform of the Mathematics curriculum in Portugal emerged as a response to dissatisfaction expressed by teachers, students, and society at large, aiming to move beyond the excessive formalism of modern mathematics by emphasising problem-solving as a central pedagogical approach. This study employs a qualitative methodology, focusing on the documentary analysis of various sources, including official curriculum documents (prescribed curriculum), textbooks and problem lists (enacted curriculum), as well as legislation, academic research, and dissemination texts. The analysis was guided by seven analytical categories for the prescribed curriculum and three for the enacted curriculum, aiming to understand the historical context that led to the prominence of problem solving in mathematics education and to examine how this approach is conveyed at both curricular levels. The results indicate that the 1991 curriculum marks a significant shift in curriculum renewal, driven by the interaction of multiple actors and dynamics, with a particular emphasis on the active role played by teachers. This reform marks a departure from previous practices, promoting a pedagogical orientation centred on problem solving, as opposed to the mechanisation and repetitive training typical of earlier curricula.

Keywords: Problem solving. Mathematics teaching. Curriculum renewal. Collaborative work. Curriculum.

INTRODUÇÃO

Internacionalmente, nas décadas de 80 e 90 do século XX, um dos focos do currículo do ensino da matemática foi a aprendizagem através de resolução de problemas. Logo em 1980, a Agenda para Ação do NCTM, apresenta na sua primeira recomendação a resolução de problemas como o foco principal da matemática escolar para a década de 1980, em paralelo com o uso integrado da tecnologia, em particular calculadoras e computadores (NCTM, 1980).

Por sua vez, a *Declaração Mundial sobre Educação para Todos* da UNESCO, aprovada na Conferência Mundial sobre Educação para Todos, em Jomtien, Tailândia, em 1990, destaca, no primeiro artigo, a importância de satisfazer necessidades básicas de aprendizagem de crianças, jovens e adultos. Neste, explicita como instrumentos essenciais para a aprendizagem a leitura e a escrita, a expressão oral, o cálculo e a resolução de problemas, paralelamente com o desenvolvimento de conhecimentos, habilidades, valores e atitudes (UNESCO, 1998).

Também Portugal passou por um período de transformações significativas, marcado pela necessidade de reformular o currículo de matemática e pela implementação de políticas educacionais que visavam modernizar o sistema de ensino.

Em 1985, um movimento colaborativo entre educadores matemáticos e professores de matemática organiza o primeiro ProfMat, um encontro de formação de professores de Matemática. No ano seguinte, em 1986, é criada a Associação de Professores de Matemática (APM), um marco importante na organização e defesa dos interesses dos educadores da área, promovendo a troca de experiências e o desenvolvimento da profissão.

Ainda em 1986, a Lei de Bases do Sistema Educativo⁴ estabeleceu novas diretrizes para o ensino em Portugal, com foco na igualdade de oportunidades e na qualidade educativa, iniciando um movimento de reforma curricular, com a publicação de novos programas para o ensino da matemática, publicados em 1991 (Ministério da Educação, 1991).

Um dos eventos mais importantes desse período, que contribuiu para a renovação curricular, foi o Seminário de Vila Nova de Mil Fontes, realizado em 1988, que permitiu a professores, educadores matemáticos e decisores políticos discutir novas metodologias e estratégias para o ensino da Matemática (APM, 1998). Esse seminário representou uma tentativa de adaptação do currículo às novas exigências da sociedade e da ciência, sendo um ponto de inflexão na forma como a Matemática começou a ser ensinada e compreendida no contexto escolar (Guimarães, 2006; Matos, 2008).

À luz das orientações para o ensino da matemática deste período, neste artigo pretende-

⁴ Lei n.º 46/86, de 14 de outubro. Diário da República n.º 237/1986, Série I, p. 3067 - 3081

se i) compreender o contexto histórico no qual a resolução de problemas assume protagonismo no currículo para o ensino da matemática em Portugal e ii) analisar como a resolução de problemas é apresentada no currículo prescrito e no currículo apresentado aos professores.

O texto está organizado em sete partes. Após uma breve introdução, segue-se a metodologia utilizada na investigação. Nas duas secções seguintes caracteriza-se a resolução de problemas e o contexto histórico português, na época em análise. Analisam-se em seguida o currículo prescrito e o apresentado aos professores, focando a relevância da resolução de problemas. Termina-se com algumas considerações sobre o movimento reformador português nas décadas de 80 e 90 do século passado.

1 METODOLOGIA

Este estudo insere-se no campo da história da educação matemática, com enfoque na análise do currículo de Matemática em Portugal nas décadas de 1980 e 1990, particularmente no modo como a resolução de problemas é tratada nos documentos curriculares. Adota-se uma abordagem qualitativa, de natureza documental, assente na análise de fontes textuais, seleccionadas de acordo com a sua relevância para a compreensão de duas dimensões curriculares propostas por Gimeno (2000), o currículo prescrito e o currículo apresentado aos professores.

Do ponto de vista epistemológico, a investigação é orientada por uma perspectiva construtivista da história, segundo a qual os factos históricos não são dados objetivos do passado, mas construções mediadas pelas questões de investigação formuladas no presente (Chartier, 2007). O historiador, nesse contexto, desempenha um papel ativo na constituição das fontes, atribuindo-lhes significados em função das problemáticas delineadas. A análise histórica requer, assim, um trabalho sistemático de seleção, crítica e interpretação das fontes, com recurso à constituição de categorias teóricas e empíricas pertinentes (Bardin, 2016; Cohen et al., 2007).

No que se refere ao currículo prescrito, centrámo-nos na análise do programa de Matemática para o 3.º ciclo do ensino básico publicado em 1991 (Ministério da Educação, 1991). Para esta análise, utilizou-se a grelha proposta por Sá et al. (1998), que permite examinar criticamente a estrutura e as intenções do programa. Foram consideradas sete categorias: i) fundamentação/justificação; ii) objetivos; iii) conteúdos; iv) orientações metodológicas e didáticas; v) avaliação das aprendizagens; vi) organização do texto do programa; e vii) coerência interna do programa. De forma mais geral, procurou-se identificar de que modo os

autores do documento curricular integraram a resolução de problemas.

Na análise da fundamentação/justificações, atentou-se nas finalidades atribuídas ao ensino da Matemática e nas orientações gerais do programa. No que respeita aos objetivos, procurou-se distinguir entre metas gerais e objetivos específicos de aprendizagem. Quanto aos conteúdos e às orientações metodológicas e didáticas, deu-se especial atenção à organização interna dos temas, à flexibilidade sugerida para a prática pedagógica, à ênfase (ou ausência dela) na resolução de problemas e aos métodos de ensino propostos. A componente da avaliação foi examinada no sentido de perceber se e como são fornecidas indicações para aferir aprendizagens em torno da resolução de problemas. Finalmente, a organização do texto e a sua coerência interna foram avaliadas quanto à clareza e articulação entre as várias partes do documento.

Relativamente ao currículo apresentado, analisou-se o manual escolar, *A aventura Matemática M7*, para o 7.º ano de escolaridade, de Raul Fernando Carvalho e Paulo Abrantes, comparando com a edição anterior dos mesmos autores, no que respeita à integração da resolução de problemas no currículo, bem como listas de problemas fornecidas a professores. Para esta análise, recorreu-se ao referencial metodológico proposto por Krüger (2010), o qual, embora desenvolvido para o estudo de lições de matemática do início do século XVII, revela-se particularmente útil para a análise de materiais escolares contemporâneos (Almeida & Rodrigues, 2025; Rodrigues, 2022). Este referencial assenta em três categorias principais: coerência, visualização e uso de contextos. A categoria de coerência refere-se à aplicação consistente de conhecimentos previamente ensinados, visando o reforço de competências transferíveis para situações mais complexas. A visualização engloba o uso de ilustrações, esquemas, e a qualidade estética das imagens como recurso para a compreensão do conteúdo matemático. Já os contextos dizem respeito à inserção de problemas em situações reais ou simuladas, relevantes para os alunos, promovendo a articulação entre a matemática escolar e o mundo exterior.

A análise dos documentos seguiu os procedimentos da análise de conteúdo (Bardin, 2016), articulando categorias definidas com base no referencial teórico com categorias emergentes resultantes da leitura exploratória das fontes, visando analisar o papel da resolução de problemas no ensino da matemática através do currículo, identificando padrões, lacunas e deslocamentos no modo como a resolução de problemas é concebida e operacionalizada nas fontes analisadas.

2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Falar sobre resolução de problemas implica inevitavelmente evocar a heurística proposta por Pólya, em 1945. Para este autor, resolver um problema envolve a procura intencional de uma ação adequada que permita alcançar um objetivo bem determinado, embora não acessível de forma imediata. Em termos simples, considera-se que há um problema sempre que se coloca uma questão cuja resposta nos interessa, mas para a qual não temos, de antemão, um caminho claro ou completamente delineado para chegar à solução (Pólya, 1977).

Segundo o autor, a resolução de problemas envolve um processo organizado em quatro etapas Pólya (1977). A primeira é a compreensão do problema, que exige a identificação clara da incógnita, dos dados disponíveis e das condições que regulam a situação, avaliando se estas são suficientes, redundantes ou contraditórias. Nesta fase, é útil recorrer à representação gráfica, adotar uma notação adequada e organizar as informações de forma estruturada. A segunda etapa corresponde à elaboração de um plano de resolução, em que se procura estabelecer conexões com problemas semelhantes já conhecidos, identificar estratégias úteis ou reformular o problema de forma a torná-lo mais acessível. Segue-se a execução do plano, que implica aplicar os procedimentos definidos com atenção à correção de cada passo. Por fim, a fase de retrospeção permite verificar o resultado obtido, reavaliar o raciocínio seguido, explorar caminhos alternativos e considerar a aplicabilidade do método ou da solução noutros contextos. Esta abordagem sistemática favorece uma atitude reflexiva e crítica perante qualquer situação problemática (Pólya, 1977).

Nas décadas de 1980 e 1990, a resolução de problemas assume um papel importante no currículo de matemática. Em 1989, num artigo publicado na revista *Educação e Matemática*, Paulo Abrantes refere que

O reconhecimento de que a resolução de problemas é afinal o motor do desenvolvimento da Matemática e da atividade matemática, e a perspectiva de que um papel de relevo deve ser-lhe destinado na aprendizagem, não são ideias novas. (Abrantes, 1989, p. 7)

Neste artigo, Abrantes (1989), classifica diferentes tipos de problemas: exercícios, problemas de palavras, problemas para equacionar, problemas para demonstrar, problemas para descobrir, problemas da vida real, situações problemáticas e outras situações. Também distingue problema de exercício, referindo que estes são distintos pelo facto de num problema o aluno desconhecer um algoritmo que o conduza a uma solução. Acrescenta ainda que a resolução de um número elevado de exercícios não contribui para desenvolver capacidades de raciocínio ou estratégias de resolução de problemas.

De facto, já no seu livro, publicado em 1945, Pólya considera que a resolução de

problemas na aula de matemática constitui-se como uma oportunidade para o professor desafiar a curiosidade dos alunos, promovendo aprendizagens significativas.

O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver pelos seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade suscetível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter. (Pólya, 1977, p. v)

A resolução de problemas é amplamente reconhecida como uma componente fundamental no ensino e na aprendizagem da matemática, contribuindo para o desenvolvimento de competências matemáticas, pensamento crítico, criatividade e aplicação prática dos conhecimentos. Esta abordagem tem sido valorizada por diversos autores, desde os trabalhos clássicos de Pólya até investigações mais recentes que demonstram que a resolução de problemas desempenha um papel crucial no ensino da matemática, contribuindo não só para o desenvolvimento de competências matemáticas, mas também para a promoção do pensamento crítico, da criatividade e da aplicação prática do conhecimento (Duma et al., 2024; Suryawan, 2023; Vale et al., 2015).

3 O CONTEXTO PORTUGUÊS

A reforma da Matemática Moderna, chegou a Portugal na década de 60, impulsionada por José Sebastião e Silva, professor da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, teve início no ensino secundário e foi, progressivamente, sido alargada a outros níveis de ensino e outras tipologias de formação, como a formação técnica (Matos & Almeida, 2023; Rodrigues, 2022). Esta reforma introduziu nos currículos uma abordagem pontuada pelas estruturas e pelo simbolismo da lógica e da teoria de conjuntos (Matos & Almeida, 2023; Ponte, 2003; Rodrigues, 2022). Porém, para Sebastião e Silva esta reforma do ensino da matemática teria que ser feita “não só quanto a programas, mas também quanto a métodos” (Silva, 1964, p.1). Ao longo de quase duas décadas, os programas elaborados durante o movimento reformador da Matemática Moderna sofreram sucessivos ajustamentos, elaborados com um conteúdo e uma linguagem muito formal e sem interesse ou significado para a maioria dos alunos, que acabaram por “desvirtuar o programa de Sebastião e Silva e muitas das orientações que este matemático valorizava pouco ou nenhum rasto tinham deixado” (Guimarães, 2005, p. 151). De acordo com Ponte (2003, p. 27):

O formalismo foi um programa ambicioso que visava construir uma fundamentação inatacável para a Matemática, objetivo que não conseguiu alcançar. No entanto, viria a consagrar-se como estilo de discurso matemático. Como doutrina para sustentar a didática da Matemática, revelou-se completamente inadequado.

No início da década de 1980, o sistema educativo português atravessava uma fase crítica, marcada por fortes constrangimentos estruturais e organizativos, agravados pelo contexto político e social da época. Como refere Matos (2008), a explosão da escolarização revelou a incapacidade do sistema de responder de forma adequada, nomeadamente ao nível dos meios físicos e materiais, dos recursos humanos e da organização escolar. Um dos reflexos mais visíveis desta conjuntura era a elevada desmotivação dos alunos e os elevados níveis de insucesso, em particular na disciplina de Matemática. Abrantes (1987, p. 3) classifica este insucesso relativo à disciplina de uma forma abrangente:

Não se trata de insucesso apenas no sentido estrito da percentagem de reprovações. Um número crescente de alunos não gosta de matemática, não entende para que serve estudar matemática, não compreende verdadeiramente a sua relevância.

Guimarães (2005) acrescenta que, até aos anos 80, se verificava uma escassez significativa de professores, o predomínio de docentes sem certificação profissional e a colocação de muitos professores já após o início do ano letivo — uma realidade especialmente grave no caso do ensino da Matemática. A estas dificuldades somavam-se ainda problemas no acesso aos manuais escolares e a recorrente incapacidade de cumprir os programas, o que agravava ainda mais o desequilíbrio entre as exigências curriculares e as condições reais de ensino (Guimarães, 2005).

À semelhança do que sucedeu noutros países, a introdução da resolução de problemas como orientação central no ensino da Matemática começou a ganhar relevo em Portugal no início da década de 1980. Nesse período, emergia a proposta de organizar o currículo de Matemática em torno da resolução de problemas, assumindo-a como eixo estruturante e como resposta pedagógica às fragilidades detectadas no sistema. Esta proposta inseria-se num movimento mais amplo de renovação curricular, que visava não apenas melhorar o desempenho dos alunos, mas também promover uma abordagem mais reflexiva, ativa e significativa da aprendizagem matemática (Guimarães, 2005; Matos, 2008).

De um movimento nascido de uma classe profissional de professores e educadores matemáticos, em 1986 é criada a APM – Associação de Professores de Matemática, que terá um papel importante para o impulsionamento dos programas de matemática que serão publicados em consequência do movimento da reforma iniciada com a Lei de Bases do Sistema Educativo em 1986⁵, que alargou a escolaridade obrigatória para 9 anos.

Em resumo, durante a segunda metade dos anos 80 a comunidade agregada em torno da APM, vai consolidar a sua visão de uma alternativa educativa via resolução de problemas. Possuindo inicialmente o estatuto simbólico de uma bandeira delimitadora da comunidade, muitos esforços

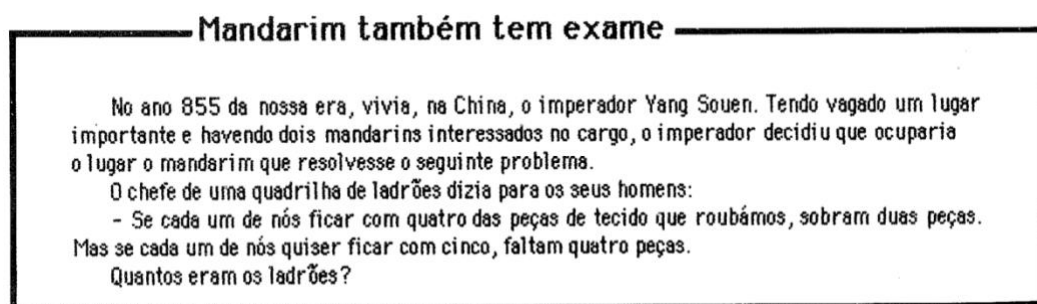
⁵ Lei n.º 46/86, de 14 de outubro, Diário da República, I Série, n.º 237; 3067-3081.

foram consagrados à recolha e reflexão sobre problemas específicos, bem como aos modos concretos como a resolução de problemas poderia ser uma atividade matemática significativa. (Matos, 2008, p. 8)

Também no seio da Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM), são dinamizadas ações para debater os programas de matemática do ensino secundário. Foram organizados seis debates, “Os programas em debate”, que tiveram lugar entre abril e julho de 1981, mobilizaram membros da SPM, os autores dos programas e muitos professores de diversos graus de ensino, desde o básico ao universitário (Matos, 2008).

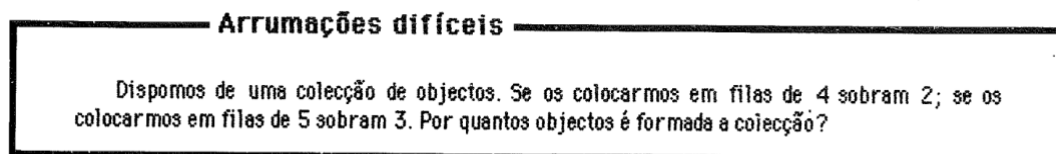
Em janeiro de 1987 é publicado o primeiro número da revista da APM, Educação e Matemática, que em conjunto com outras ações da Associação vai ter um papel importante na construção duma identidade associativa. A Presidente da Associação, Leonor Moreira, escreve nesta edição um artigo intitulado “A resolução de Problemas” onde discute a sua importância para o ensino e a aprendizagem da matemática (Moreira, 1987). A importância dada aos problemas também é visível numa rubrica da revista dedicada à construção de um banco de problemas destinado aos alunos dos ensinos básico e secundário (Loureiro & Moreira, 1987). Nesta primeira edição, na figura 1 e na figura 2, ilustram os problemas seleccionados, o primeiro para o ensino básico e o segundo para o ensino secundário. Para ambos os problemas são indicadas notas metodológicas para a sua aplicação em aula e uma proposta de resolução.

Figura 1 – Problema destinado ao ensino básico.



Fonte: Loureiro & Moreira (1987, p. 13)

Figura 2 – Problema destinado ao ensino secundário



Fonte: Loureiro & Moreira (1987, p. 13)

Nesta edição da revista, um Grupo de Trabalho da APM já tinha sido criado para se

debruçarem sobre os Currículos/Programas de Matemática. Nesta publicação é solicitada a colaboração de todos os núcleos da APM para a reflexão e o envolvimento de professores de todos os níveis de ensino, do básico ao superior, para transformar o ensino da matemática (Grupo de Trabalho, 1987).

Já pensamos um pouco no que têm sido os currículos/programas de Matemática, desde que se começou a falar, em Portugal, em Matemática Moderna. Já começamos a desbravar o que se diz e escreve sobre o assunto noutros países (Grupo de Trabalho, 1987, p. 20)

Em maio de 1987 foi divulgada a *Proposta de Reorganização dos Planos Curriculares dos Ensinos Básico e Secundário*, uma iniciativa liderada por Fraústo da Silva, juntamente com outros mentores da Reforma do Ensino, como Tavares Emídio, Roberto Carneiro (Ministro da Educação) e Marçal Grilo. Neste documento era recomendado que fosse dada uma maior valorização à aprendizagem do cálculo, privilegiando uma valorização mais operacional (Matos, 2008).

Este documento refletia uma visão curricular distinta da apresentada pela APM. A *Proposta de Reorganização dos Planos Curriculares dos Ensinos Básico e Secundário* traduz uma perspectiva mais tradicional, centrada na aquisição de competências técnicas básicas e no domínio de procedimentos, privilegiando o treino e a automatização. Por outro lado, começava a ganhar expressão a proposta de centrar o currículo na resolução de problemas, inspirada em tendências internacionais e nos princípios de autores como Pólya, que defendem o desenvolvimento do raciocínio, da criatividade e da compreensão conceptual. A resolução de problemas pressupõe a mobilização integrada de conhecimentos e estratégias, sendo, por isso, pouco compatível com uma abordagem excessivamente operacional. Estas posições evidenciam a tensão entre uma visão mais técnica e instrumental da matemática e outra mais exploratória e reflexiva, que marcou as reformas curriculares no final da década (Guimarães, 2005; Matos, 2008).

Em 1988, num contexto marcado por fortes expectativas de mudança curricular, a APM promoveu o *Seminário de Vila Nova de Milfontes*, com o objetivo de aprofundar ideias e posicionar-se ativamente face às decisões políticas que se adivinhavam no domínio da educação matemática. O encontro resultou na elaboração do documento *Renovação do Currículo de Matemática* (APM, 1988), que viria a tornar-se um dos textos programáticos mais influentes da Associação, quer pela sua profundidade conceptual, quer pela sua oportunidade histórica (Matos, 2008). O seminário reuniu 25 professores e investigadores, durante 4 dias, onde “discutiram alguns dos problemas essenciais da renovação do currículo de Matemática dos Ensinos Básico e Secundário” (APM, 1998, p. 3). As discussões travadas no seminário

refletiram preocupações fortemente alinhadas com tendências internacionais da época — especialmente com os debates curriculares nos Estados Unidos —, e a resolução de problemas emergiu como uma das orientações centrais para a concepção do novo currículo (Guimarães, 2006).

Preliminarmente ao seminário, foram disponibilizados aos participantes textos sobre “A natureza e organização das atividades de aprendizagem e o novo papel do professor”, “Os computadores e as calculadoras e o processo de ensino e aprendizagem da Matemática” e “O estilo e a organização desejáveis para o currículo de matemática nos vários níveis”, elaborados respectivamente por Paulo Abrantes, Eduardo Veloso com a participação de Lurdes Serrazina, João Pedro da Ponte e Henrique Manuel Guimarães. A organização do seminário seguiu uma lógica temática diária, em que cada dia era dedicado a um tema específico. As atividades incluíam uma sessão plenária, na qual o texto de base era apresentado pelo seu autor e comentado criticamente por dois outros participantes, seguida de trabalho em grupos. No início de cada novo dia, os relatores dos grupos apresentavam em plenário as críticas e sugestões de alteração recolhidas no dia anterior. A composição dos grupos de trabalho foi pensada para garantir diversidade em termos dos níveis de ensino representados e era renovada diariamente, promovendo a rotatividade e o intercâmbio de perspectivas (APM; 1998).

Ponte (2003) refere-se ao Seminário de Vila Nova de Milfontes como um marco importante sobre a reflexão curricular em Portugal, e afirma que são evidentes influências dos *Standards do NCTM*, publicados em 1991 e do livro *A Experiência matemática* de Philip Davis e Reuben Hersch, publicado em 1995. Resultantes do seminário destacam-se três propostas de desenvolvimento curricular: i) a valorização dos objetivos curriculares relacionados com a capacidade de resolução de problemas e raciocínio matemático, assim como das atitudes em relação à disciplina, ii) a priorização, na aula, para a aplicação de tarefas ricas e desafiantes envolvendo resolução de problemas, investigações matemáticas, raciocínio e comunicação e iii) um olhar diferente sobre o programa prescrito e sobre os manuais, como ferramentas de base para o trabalho a desenvolver e não como prescrições a seguir cegamente (Ponte, 2003).

A relevância e consistência do documento resultante do Seminário de Vila Nova de Milfontes, organizado em 5 capítulos⁶, levaram, inclusive, o grupo de trabalho do Ministério da Educação a incluí-lo entre nas contribuições oficiais para o debate curricular, reforçando assim o seu impacto no processo de reforma (Guimarães, 2006).

⁶ 1. A situação atual e o passado recente do ensino da Matemática; 2. Um currículo para Educação Matemática. Alguns pressupostos, princípios e orientações; 3. Os grandes objetivos para o ensino da Matemática; 4. A natureza e organização das atividades de aprendizagem e o novo papel do professor e 5. O currículo de Matemática e as novas tecnologias.

Nesta conjuntura, um ano após a realização do seminário de Vila Nova de Milfontes, promovido pela APM, o Decreto-Lei n.º 286/89⁷, de 29 de agosto, alterado pelo Despacho n.º 123/ME/91⁸, aprovou novos planos curriculares para os ensinos básico e secundário, prevendo a sua aplicação em regime de experiência pedagógica. É através da Portaria n.º 782/90⁹, que é estabelecido o calendário de implementação de desenvolvimento da experiência pedagógica, tendo decorrido em 1990/91 primeiro ano de aplicação da experiência nos 2.º, 5.º e 7.º anos de escolaridade, em 16 escolas. A mesma portaria refere que em 1991/92 serão experimentados de modo faseado, sequencial e progressivo, os programas dos restantes anos dos ensinos básico e secundário. Ainda no mesmo ano, através do Despacho 124/ME/91¹⁰, é aprovada a generalização da experiência para o 3.º ciclo do ensino básico, a partir de 1992/93, para aplicação geral no 7.º ano e para aplicação experimental nos 7.º e 8.º anos de escolaridade.

Em 1996 inicia-se outro movimento de renovação curricular, coordenado por Paulo Abrantes, cujas orientações curriculares estão formuladas em termos de competências, capacidade e atitudes tratadas de modo integrado (Ponte, 2003).

4 O PROGRAMA PRESCRITO

Analizou-se o programa do 3.º ciclo do Ensino Básico publicado em 1991 pela Direção-Geral do Ensino Básico e Secundário do Ministério da Educação, no âmbito da reforma educativa (Ministério da Educação, 1991). A parte relativa à disciplina de Matemática encontra-se nas páginas 169-201 deste documento.

Seguindo Sá et al. (1998), o programa destaca a importância da resolução de problemas nas duas funções do ensino da Matemática: o desenvolvimento de capacidades e de atitudes, considerados conteúdos de aprendizagem. Essa ideia aparece na introdução e é desenvolvida no Capítulo 2 (*Finalidades*), onde se justifica que a Matemática é indispensável como instrumento para interpretar a realidade.

Os objetivos de aprendizagem do Capítulo 3 (*Objetivos Gerais*) reforçam essa dupla finalidade, distinguindo objetivos relativos a atitudes, aptidões e conhecimentos (Ministério da Educação, 1991). A resolução de problemas está integrada nesses objetivos, tanto como um objetivo explícito quanto pela aplicação das fases do processo descrito por Pólya (1977). Os

⁷ Decreto-Lei n.º 289/89, de 29 de agosto, Diário da República, I Série, n.º 198; 3638-3644.

⁸ Despacho n.º 123/ME/91, de 20 de agosto, Diário da República, II Série, n.º 190; 8445.

⁹ Portaria n.º 782/90, de 1 de setembro, Diário da República, II Série, n.º 202; 3550-3554.

¹⁰ Despacho n.º 124/ME/91, de 31 de julho, Diário da República, II Série, n.º 188; 8390.

três parágrafos seguintes reúnem os objetivos gerais mais relacionados com aspetos da resolução de problemas.

Relativamente a valores/attitudes, o programa prescreve que o aluno desenvolva: confiança em si próprio, refletindo sobre situações vividas e enfrentando situações novas com segurança; curiosidade e gosto pelo aprender, reconhecendo o papel da Matemática na resolução de problemas humanos ao longo da história; tolerância e cooperação, participando em atividades e na resolução de problemas da comunidade.

Os objetivos relativos às capacidades/aptidões do aluno apontam para: resolver problemas em cinco etapas (à semelhança de Pólya (1977)); formular e validar conjecturas, experimentando e usando modelos, esboços e conhecimentos prévios; comunicar ideias matemáticas de forma clara e correta, traduzindo entre linguagem comum e simbólica; aplicar a matemática na interpretação e intervenção no mundo real, usando conhecimentos em situações concretas.

Finalmente o programa prescreve objetivos relativos a conhecimentos indicando que o aluno deve: desenvolver o cálculo através de equações, inequações e sistemas originários, sempre que possível, de situações concretas; reconhecer o conceito de função em situações reais e empregá-lo para descrever fenómenos quotidianos e científicos; aplicar técnicas de tratamento de informação, incluindo probabilidade, para resolver problemas simples em diversos contextos; compreender o espaço, aplicando propriedades geométricas na resolução de problemas.

Esses objetivos concretizam-se nos conteúdos e nas orientações metodológicas e didáticas. O programa destaca a importância da “realização de experiências, bem como a justificação de raciocínios, a resolução de problemas por construção e ainda comunicação oral e escrita de processos e raciocínios utilizados, de conjecturas e conclusões” (Ministério da Educação, 1991, p. 180).

A descrição dos conteúdos aparece em duas colunas: a primeira lista os tópicos e a segunda indica abordagens metodológicas. Essas indicações recorrem à resolução de problemas ou às fases descritas por Pólya (1977), alinhando-se com os objetivos de capacidades e aptidões do programa.

A *Geometria* é descrita como geradora de problemas ricos, lúdicos e de interesse prático, além de interagir facilmente com outros campos da Matemática e com o mundo real. Esse destaque justifica o peso de 40% atribuído a esse tema. Por exemplo, o programa propõe resolver por meio de construções problemas que envolvem a noção de distância entre dois pontos, descrevendo o processo usado e justificando o raciocínio.

No tema *Números e Cálculo*, afirma-se que “o conhecimento dos números e a aprendizagem do cálculo (...) estão neste programa ligados à resolução de problemas e (...) a atividades de carácter lúdico” (Ministério da Educação, 1991, p. 173). Nas orientações consta, por exemplo, determinar m.m.c. e m.d.c. de dois números, continuar sequências numéricas e operar com potências de expoente inteiro, tudo com foco na resolução de problemas. Deve-se também interpretar e analisar soluções (ou a falta delas) de uma equação no contexto de um problema.

Nas *Funções* o programa destaca que “o trabalho com modelos simples de situações relações do quotidiano, da Matemática e de outras Ciências, fornece pontos de referência para a análise de novas situações” (Ministério da Educação, 1991, p. 188). Indica-se resolver problemas do quotidiano que envolvam proporcionalidade direta.

A *Estatística* é apontada como “excelente ocasião para atividades interdisciplinares e para incentivar o espírito de iniciativa e o trabalho de grupo” (Ministério da Educação, 1991, p. 174). O aluno deve fundamentar afirmações com argumentos numéricos e criticar análises estatísticas, justificando suas conclusões.

Após as orientações metodológicas gerais, o programa dedica uma seção exclusiva à resolução de problemas, assim como outras dedicadas a raciocínio, comunicação, conhecimentos, história da matemática, papel do professor e recursos. Isso torna a resolução de problemas parte fundamental do currículo.

O programa dá assim especial relevância à resolução de problemas, como notado por Sá et al. (1998). Apesar deste reconhecimento, estes mesmos autores afirmam que “não somos tão otimistas quanto à metodologia legalmente imposta, especialmente no que respeita à resolução de problemas” pois faltam indicações sobre quais atividades realizar (Sá et al., 1998, p. 18).

É prescrito no documento (Ministério da Educação, 1991) que “a avaliação deve dar informação sobre a capacidade para aplicar conhecimentos na resolução de problemas do quotidiano, de matemática e de outras disciplinas” (p. 199) e que, para tal, “o professor recolherá informações sobre os processos verificados nas diferentes fases a considerar no processo de resolução” (p. 200). O programa descreve vários mecanismos de avaliação e destaca a autonomia do professor para criar suas próprias ferramentas, sem excluir qualquer modalidade de coleta de informação. Essa visão de avaliação é adequada à resolução de problemas, permitindo avaliar diferentes aspectos do desenvolvimento do aluno em todas as fases do processo, não apenas o resultado final.

A resolução de problemas é abordada de forma coerente e consistente em todo o texto — introdução, finalidades, objetivos gerais, conteúdos, orientação metodológica e avaliação —

mostrando sua importância para a disciplina. Descreve o que o aluno deve desenvolver ao resolver problemas matemáticos e como integrá-los aos conteúdos, além de usá-los como método de ensino. A avaliação proposta não é restritiva, permitindo que o professor use várias ferramentas para registrar e observar o desenvolvimento do aluno no processo de resolução de problemas e nos objetivos pretendidos, adaptando-se a cada aluno.

Concluimos que, no que se refere à inclusão da resolução de problemas, o programa de 1991 está bem articulado e coerente. Apenas se observa a falta de propostas concretas de aplicação em sala de aula.

Este programa (Ministério da Educação, 1991) dá muito mais importância à resolução de problemas do que o de 1979 (Portaria n.º 574/79, 31 de outubro¹¹), nomeadamente na articulação ao longo de todo o texto do programa. O programa de 1979 era muito mais sucinto nessa questão.

Incluía a resolução de problemas em objetivos como “e) Matematiza situações simples da vida real e fenómenos de outras ciências” e “m) Revela capacidade de encontrar soluções pessoais para problemas novos” (Programa da disciplina de Matemática, Capítulo II – Objetivos). Nas indicações metodológicas de 1979 está escrito: “d) As equações e os sistemas de equações a propor aos alunos devem resultar, tanto quanto possível, de problemas ligados a outras ciências e de situações concretas da vida real” e que “g) O tratamento dos diversos temas deverá servir de suporte a atividades visando o desenvolvimento de capacidades como as de aplicar, de analisar, de sintetizar, de criticar e até de criar” (Programa da disciplina de Matemática, Capítulo III - Indicações metodológicas).

Porém, as referências à resolução de problemas nos conteúdos de 1979 eram escassas ou pouco claras e não seguiam a definição de problema de Pólya (1977) ou Abrantes (1989). Como exemplo considerem-se as indicações: “Utilização do estudo das operações na resolução de questões sobre aplicações” ou “as equações a resolver devem resultar, em geral, da tradução em linguagem matemática de problemas ligados à vida corrente” (Programa da disciplina de Matemática, 7.º ano unificado, secção 3.2 – O conjunto) e os problemas indicados como de maior complexidade a resolver.

A relevância da resolução de problemas mantém-se no programa de 2007 (Ponte et al., 2007). Ela é apresentada como uma capacidade transversal em toda a aprendizagem da Matemática, junto com raciocínio e comunicação. Isso aparece em todo o programa, começando pela introdução e prosseguindo pelas finalidades (alunos devem formular e resolver problemas);

¹¹ Diário da República n.º 252/1979, 1º Suplemento, Série I de 1979-10-31.

nos objetivos gerais (resolução de problemas é um dos nove objetivos); nos temas matemáticos e capacidades transversais (é vista como capacidade matemática fundamental); orientações metodológicas gerais; na gestão curricular; e na avaliação, que não referindo explicitamente a resolução de problemas, mantém que esta deve ser diversa na forma e nos instrumentos e congruente com o programa.

No 3.º ciclo, a resolução de problemas é apresentada como um dos propósitos principais do ensino em cada conteúdo, aparecendo tanto nos objetivos gerais de aprendizagem quanto nas indicações metodológicas, seja como abordagem, tarefa ou recurso. Os tópicos e objetivos específicos estão organizados em duas colunas, à qual se acrescenta uma terceira com notas que indicam várias propostas recorrendo à resolução de problemas, facilmente enquadráveis na classificação de Abrantes (1989).

Dentro do tema *Capacidades Transversais*, a *Resolução de Problemas* é listada como um tópico principal, assim como *Sólidos Geométricos* em *Geometria* ou *Funções* em *Álgebra*. Essa equiparação aparece na descrição dos temas e nos quadros temáticos que resumem os conteúdos. A bibliografia e os recursos fornecem ainda referências para o professor desenvolver o tema da resolução de problemas como capacidade transversal.

5. O PROGRAMA APRESENTADO AOS PROFESSORES

Nesta secção analisou-se o manual escolar para o 7.º ano, dos novos programas e as listas de problemas que circulavam entre docentes. O manual escolhido dos autores Raul Fernando Carvalho e Paulo Abrantes tem o título *A aventura matemática 7* e mantém na capa a sigla *M7*, para referir alguma continuidade com os manuais escolares anteriores, dos mesmos autores (Carvalho & Abrantes, 1992). Para a análise do manual escolar utilizou-se o referencial metodológico proposto por Krüger (2010), assente em três categorias: coerência, visualização e uso de contextos. No final observou-se com mais atenção a tipologia de problemas que se encontram no manual. Para a análise das listas de problemas, procurou-se representatividade de problemas escolhidos pelos diferentes autores que as partilharam.

5.1 Os manuais escolares

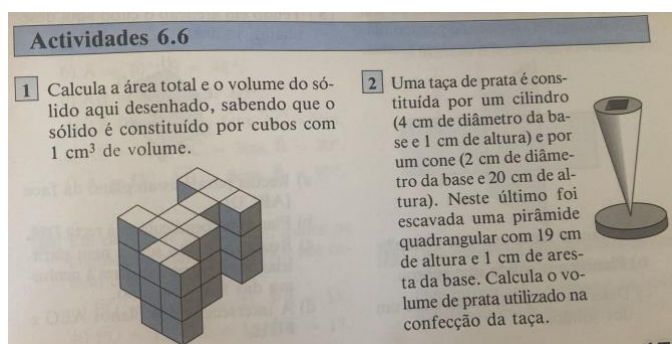
Este manual tem uma capa azul e 224 páginas e após a introdução, onde os autores explicam a estrutura do manual, encontra-se o índice organizado em sete capítulos: *conhecer melhor os números*, *proporcionalidade direta*, *semelhança de figuras*, *os números racionais*,

estatística, do espaço ao plano e equações.

A análise sugere que o manual escolar se encontra, de um modo geral, alinhado com o currículo prescrito, evidenciando coerência na forma como o conteúdo é apresentado e os conhecimentos previamente abordados são aplicados de forma consistente, como descreveremos em seguida. Todos os capítulos iniciam com uma situação motivadora para o aluno, apresentada numa linguagem clara e acessível. Por exemplo, no capítulo *Conhecer melhor os números*, os autores referem “Quando estudas algum assunto, quando jogas com os teus amigos, quando resolves um problema dos dia-a-dia, os números aparecem” (Carvalho & Abrantes, 1992, p. 6). O capítulo *Estatística* é iniciado com a frase “Lendo jornais, vendo televisão ou de muitas outras formas, contactamos constantemente com dados de natureza estatística: os resultados eleitorais, o aumento dos preços, a evolução das cotações na Bolsa, as temperaturas médias, as sondagens de opinião, os testes de novos medicamentos...” (Carvalho & Abrantes, 1992, p. 108).

A seguir, é sempre apresentado um ou mais exercícios resolvidos para introduzir o tema matemático. Veja-se, por exemplo no capítulo *Os números racionais* em que os autores recorrem a um exemplo como o elevador de um prédio, a temperaturas em diferentes cidades portuguesas ou a factos históricos datados antes e depois de Cristo. Ao longo do capítulo aparecem, sob o título de “atividades” alguns conjuntos de tarefas para os alunos resolverem, alusivas aos tópicos lecionados. Por exemplo, a seguir ao tópico Volumes, surgem dois exercícios para o cálculo de volumes, como podemos observar na Figura 3.

Figura 3 – Tarefas sobre volumes



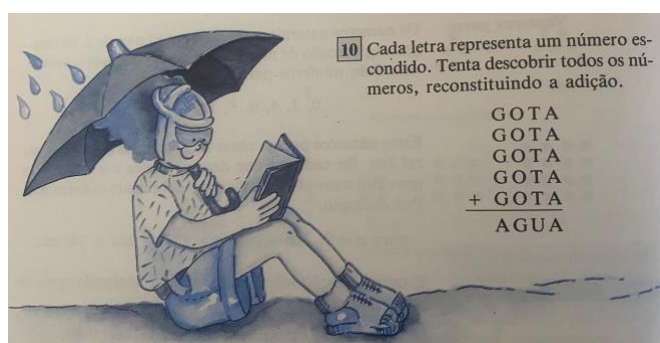
Fonte: Carvalho & Abrantes (1992, p. 172)

Na introdução, os autores referem que parte do manual é dedicada a “blocos” de atividades e que, no final de cada capítulo, existe um “bloco” de atividades globais, dividido em duas secções: *Exercícios e Problemas* e *Mais Atividades*. O manual apresenta coerência na aplicação sistemática de conhecimentos previamente ensinados, visando o reforço de competências transferíveis para situações mais complexas, nas atividades globais de cada capítulo. No final do livro há uma pasta de materiais que reúne diversos recursos

complementares, como um tutorial para uso da calculadora, alguns textos e notícias, jogos, alguns exemplos de figuras que podem ajudar a descobrir ou compreender “regras”, gráficos e tabelas com dados reais, exemplos de materiais que podem ser usados na aula, planificações de sólidos geométricos e algumas fotografias ilustrativas sobre a “Matemática e o mundo envolvente” (Carvalho & Abrantes, 1992, p. 218).

Visualmente, o manual escolar é muito agradável, impresso em duas cores, azul e preto com muitas imagens ilustrativas do problema proposto, sem qualquer relação com a matemática, como podemos ver na figura 4, onde a figura serve apenas como ilustração, no contexto do problema.

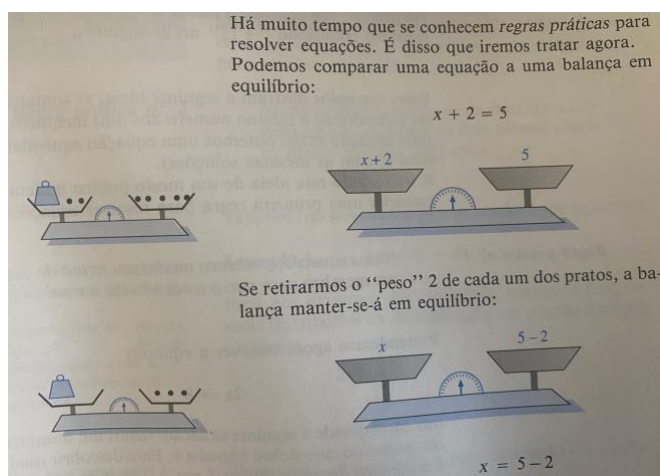
Figura 4 – Ilustração de um problema



Fonte: Carvalho & Abrantes (1992, p. 8)

Para além destas ilustrações, ao longo do manual escolar, aparecem também muitas figuras com o objetivo claro de ajudar na compreensão de conceitos matemáticos, como se pode ver na figura 5, na secção do manual intitulada "Como resolver uma equação".

Figura 5 – Ilustração de regra prática para resolver equações



Fonte: Carvalho & Abrantes (1992, p. 183)

Em relação ao contexto, este manual escolar está escrito para o aluno, tratando o leitor por tu, e recorrendo a exemplos contextualizados na sua realidade, tanto no início de cada

capítulo como aquando da exposição de um novo conteúdo matemático, geralmente acompanhado por um exercício ou problema resolvido.

Vejamos, por exemplo, a situação apresentada de um problema impossível, embora a equação que o formaliza tenha solução no conjunto dos números racionais (Figura 6).

Figura 6 – Problema resolvido com equações

Por vezes, uma equação tem uma solução mas esta não é adequada ao problema em estudo. Por exemplo:

Se duplicasse o número de jogadores de uma equipa e, além disso, entrassem mais 5, a equipa ficaria com um total de 40 jogadores. Quantos tem actualmente?

Representando por x o actual número de jogadores, tem-se:

$$2x + 5 = 40$$

E resolvendo:

$$2x = 35$$
$$x = 17,5$$

A equação $2x + 5 = 40$ é possível e a sua solução é 17,5. Mas este não pode ser o número de jogadores de uma equipa! O problema, como foi dado, é impossível.

Modifica ligeiramente o enunciado do problema de modo a torná-lo possível.

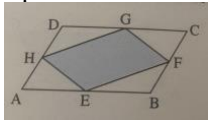
Fonte: Carvalho & Abrantes (1992, p. 188)

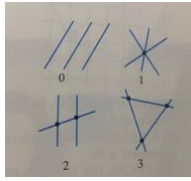
Este e outros exemplos estão presentes ao longo de todo o manual escolar, promovendo a articulação entre a matemática escolar e o mundo exterior.

Aparecem ainda muitas notas relacionadas com a história da matemática, como por exemplo “Matemática: uma ciência em permanente evolução” (p. 17), “Uma história de pirâmides e de sobras...” (p. 48), “Pedro Nunes e as equações no século XVI” (p. 188) e outras situações históricas contextualizadas ao tema cujo título é apenas “Um pouco de história...” Destacam-se ainda, em caixas sombreadas a azul, algumas chamadas de atenção para que os alunos evitem erros frequentes, como por exemplo “Cuidado com os arredondamentos!” (p. 113) ou “Cuidado com os gráficos!” (Carvalho & Abrantes, 1992, p. 121).

Tendo em vista as questões de investigação, analisaram-se com maior detalhe os problemas que aparecem ao longo do manual, na secção Atividade Globais. A escolha dos problemas pretende evidenciar a existência, ao longo de diferentes capítulos problemas de diferentes tipologias, recorrendo apenas a um exemplo. Usou-se a classificação de Abrantes (1989) para classificar, em alguns exemplos, os diferentes tipos de problemas do manual escolar (exercícios, problemas de palavras, problemas para equacionar, problemas para demonstrar, problemas para descobrir, problemas da vida real, situações problemáticas e outras situações), que são apresentados na tabela 1.

Tabela 1 – Tipologia de problemas

Classificação dos problemas	O problema	Enquadramento na categoria
Exercício	Capítulo <i>Os números racionais</i> Representa num eixo os números inteiros relativos 2, -4, 0, 5 e 2 (p. 102)	Trata-se de uma tarefa técnica e fechada, com um único procedimento claro e uma única resposta correta. Não há contexto narrativo, nem é necessário modelar, justificar, explorar ou resolver qualquer situação que exija o desenvolvimento do pensamento analítico, lógico, dedutivo, crítico ou criativo.
Problema de palavras	Capítulo <i>Proporcionalidade direta</i> Uma receita indica para 4 pessoas, 800 g de bacalhau, 250g de batata, 90g de cenoura, 0,5g de natas e 4 ovos. Para preparar este prato pra 10 pessoas, que quantidades seriam necessárias? (p. 36)	Tal como no exemplo de Abrantes (1989) "Um cliente comprou num dia 2,3 metros de fazenda...", o problema tem um enredo narrativo simples, de aplicabilidade ao real, e requer apenas operações básicas com números racionais. Por isso, classifica-se claramente como problema de palavras.
Problema para equacionar	Capítulo <i>Semelhança de figuras</i> A Catarina quer incluir numa coluna do jornal da escola uma ilustração que tem 12 cm de largura e 10 cm de altura. Mas a largura de cada coluna do jornal é de 8 cm pelo que terá que fazer-se uma fotocópia reduzida da figura. Qual altura mínima deve a Catarina reservar no jornal? (p. 52)	Ao contrário dos problemas de palavras mais simples (como adicionar o valor de compras ou outras quantidades), aqui há um elemento de modelação, em que uma das variáveis é desconhecida e precisa de ser calculada, mantendo a proporção original da imagem.
Problema para demonstrar	Capítulo <i>Do espaço ao plano</i> [ABCD] é um paralelogramo. E, F, G e H são os pontos médios dos lados  Prova que [EFGH] é um paralelogramo. (p. 176)	O objetivo não é calcular nem experimentar, mas sim justificar logicamente, e com base em propriedades conhecidas, que a figura tem determinada natureza (neste caso, que [EFGH] é um paralelogramo). A resolução da tarefa apela ao desenvolvimento do raciocínio visual-espacial e analítico, bem como... exige raciocínio dedutivo, estruturado e rigoroso, típico de uma demonstração.
Problema da vida real	Capítulo <i>Proporcionalidade direta</i> Informa-te sobre as condições dadas por dois bancos aos depósitos a prazo. Tendo em conta os juros e os impostos, determina qual é a situação mais vantajosa para o depositante. Exemplifica a tua resposta. (p. 36)	Tal como no exemplo dado por Abrantes (1989) de "construir a planta de um estádio", este problema ultrapassa o domínio escolar direto e insere-se numa lógica de matemática funcional, ligada à vida quotidiana e à cidadania, que nos remete para o presente, dada a valorização que o currículo atual dá ao desenvolvimento da literacia financeira.
Problema para descobrir	Capítulo <i>Do espaço ao plano</i> Usando palhinhas de sumo, tenta saber	O problema propõe uma exploração prática e aberta: não fornece um procedimento, nem um modelo pronto,

	quantos pontos de interseção se podem obter com várias retas. Com 3:  Com 4? Com 5? Faz um relatório em que descrevas os teus raciocínios. (p. 177) Capítulo <i>Do espaço ao plano</i> Situação problemáticas Uma escola está situada a 4 Km de uma povoação e a 1 Km da outra. Que informação podemos ter sobre a distância entre as duas povoações? (p. 173)	mas desafia o aluno a experimentar, observar padrões e generalizar. O uso de materiais manipuláveis, como as palhinhas de sugerem uma abordagem concreta e visual, investigativa, apoiada na construção ativa do conhecimento, centrada no aluno, com potencial para desenvolver o pensamento crítico e criativo. Tal como no exemplo de Abrantes (1989), “O produto de três números inteiros consecutivos é sempre um número par múltiplo de 3...”, esta proposta envolve exploração, conjectura e raciocínio — por isso encaixa-se bem como situação problemática.
Fonte: elaborada pelo(s) autor(es), problemas do manual escolar de Carvalho e Abrantes (1992)		

Ao longo deste manual escolar, propõe-se aos alunos a resolução de problemas, de diferentes tipologias, de acordo com o estipulado no currículo prescrito e as tendências curriculares da época. Comparou-se com o manual escolar para o 7.º ano, publicado em 1989, pelos mesmos autores (Abrantes & Carvalho, 1989). No que concerne aos conteúdos lecionados, estes são muito distintos e com uma forte ligação à reforma da matemática moderna, embora já no final da década de 80. O manual tem 6 capítulos, entre os quais *Linguagem*, *Aplicações e Transformações Geométricas*, temas que não são abordados no novo programas. Este manual escolar também está escrito numa linguagem simples, dirigida ao aluno, mas nas atividades finais do capítulo não existe qualquer preocupação com a ligação ao “mundo real”, nem com a resolução de problemas. Porém, no final de cada capítulo há a referência a tarefas que poderão ser resolvidas com recurso à calculadora ou ao computador, o que não existia no manual dos mesmos autores publicado em 1985 (Abrantes & Carvalho, 1985).

5.2 Listas de problemas e mais problemas

Na segunda metade da década de 80 do século XX, e durante a década de 90, em Portugal, foram muitos os docentes que, num espírito de colaboração, partilharam listas de problemas. A recolha documental permitiu-nos analisar listas de problemas propostos por Violante Mestre, M. Bordon, José Manuel Matos, João Pedro da Ponte, Maria João Costa e algumas listagens de problemas sem autoria.

De forma mais organizada Ponte (s.d.), professor no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, publicou uma lista de 150 problemas para a aula, que classifica como uma “pequena recolha de problemas que talvez possam ser úteis aos professores e alunos do primário ao superior...” (Ponte, s.d., s/ p.). Na introdução, o autor refere que:

Os Problemas aqui colecionados, na sua grande maioria, não são originais e podem ser encontrados em vários livros. Um bom Problema não é propriedade de ninguém. Uma vez trazido ao domínio público ele passa a fazer parte do património cultural de todos (tal como aliás acontece com qualquer teorema). No entanto, em alguns casos de particular significado histórico indicamos um nome ligado à origem de um ou outro Problema (Ponte, s.d., s/ p.)

Destacamos na publicação de Ponte (s.d.), um problema aritmético ligado ao matemático Bachelet de Méziriac (1581-1638).

Figura 6 – Problema histórico ligado a um nome

OS PESOS DE MÉZIRIAC

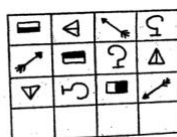
Um negociante tinha um peso de 40 Kg que se partiu, em resultado de uma queda, em quatro peças. As peças foram pesadas uma por uma e chegou-se à conclusão que o seu peso era um número inteiro. Verificou-se ainda que as quatro peças podiam ser usadas para pesar qualquer objeto (cujo peso fosse também um número inteiro) entre 1 e 40 Kg. Qual era o peso de cada um dos pedaços?

Fonte: Ponte (s.d.)

Também Maria João Costa, professora na Escola Preparatória da Trafaria, publicou o Problema da semana numa brochura publicada pela Associação de Professores de Matemática (Costa, 1987). Esta publicação não tem qualquer introdução, mas apresenta um conjunto de 79 problemas e respetivas soluções. São problemas simples de aritmética, geometria ou desenvolvimento de raciocínio lógico, como por exemplo:

Figura 7 – Problema para desenvolver o raciocínio lógico

Descobre a regra utilizada para a construção da grelha e completa-a:



Fonte: Costa (1987, s/ p.)

Um anónimo recupera e traduz um conjunto de problemas de aplicação da álgebra à geometria, contidos na página 48 do livro de 1875 “Application de l’algèbre à la géométrie” de M. Bourdon¹². Encontrou-se um outro documento intitulado “Problemas - Os números e a vida”, sem autor e sem data, com 12 páginas cujos problemas estão relacionados com as finanças pessoais ou a situações do quotidiano. Por sua vez, José Manuel Matos, publica uma recolha de 26 problemas sobre sucessões, como por exemplo:

¹² O livro original está disponível em: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k6534032f/f9.item.texteImage>

Figura 7 – Problema sobre sucessões

Um barril contém a litros de vinho (a é maior que 1). Tira-se um litro de vinho e torna-se a encher o barril com água; tira-se depois um litro da mistura e volta-se a encher com água.

Determinar qual a quantidade de vinho puro que fica no barril no fim de n operações idênticas. Se esta operação for repetida um número infinito de vezes, quanto vinho puro fica no barril?

Fonte: Matos (s.d., s/ p.)

Estas e outras listagens de problemas, destinavam-se a professores, para que estes fossem aplicados, com as devidas adaptações na sua prática letiva. A valorização das competências transversais desenvolvidas através da resolução de problemas estava na ordem do dia, no período considerado nesta investigação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Passaram 34 anos desde a publicação do programa de 1991, que veio trazer uma nova orientação nacional para o ensino e para a aprendizagem da matemática, recordemos a frase do editorial da primeira revista Educação e Matemática “temos boas razões para acreditar que os professores de Matemática poderão desempenhar um papel decisivo na renovação da Educação Matemática no nosso país” (Abrantes, 1987, p. 6). O manual escolar *A aventura Matemática 7* (Carvalho & Abrantes, 1992) reflete um corte entre a matemática a lecionar e a que era lecionada até à data. Percebe-se também que os programas são o reflexo da investigação em educação matemática na época. Porém neste caso concreto, eles também são o reflexo da força dos professores e de uma associação (APM) que ainda hoje tem como objetivos “promover a participação ativa dos professores de Matemática de todos os graus de ensino na discussão e implementação de novas práticas pedagógicas” e “Intervir na definição da política educativa, especialmente no que respeita aos problemas do ensino da Matemática”. O Seminário de Vila Nova de Milfontes foi o reflexo de uma excelente prática colaborativa e o documento resultante (APM, 1998), constituiu um marco importante de reflexão. Como refere Matos (2008), talvez seja o documento mais importante de renovação curricular português até à data. E hoje, será que nos nossos programas deixamos de ter resolução de problemas? A resposta é categoricamente não.

Neste estudo, constatámos que a resolução de problemas foi assumindo um papel central no currículo de Matemática, promovendo mudanças no ensino da disciplina, que deixou de assentar quase exclusivamente na transmissão de procedimentos que os alunos replicavam na resolução de exercícios de resposta fechada, passando a privilegiar a construção de significados,

através da contextualização a situações reais. No currículo prescrito, a resolução de problemas foi-se afirmando como uma competência transversal e estruturante, utilizada não apenas como metodologia de ensino, mas também como instrumento para o desenvolvimento das capacidades cognitivas dos alunos.

É importante reconhecer algumas limitações deste estudo. A seleção do manual e das listas de problemas teve como critério a sua relevância para a análise proposta, mas não se pretende que esses materiais representem de forma abrangente todos os recursos utilizados nas escolas portuguesas à época. Do mesmo modo, o currículo prescrito, tal como publicado em 1991, oferece uma orientação normativa que pode ter sido interpretada e concretizada de maneiras distintas pelos professores em diferentes escolas. Assim, os materiais analisados devem ser entendidos como exemplos significativos, que ajudam a compreender certas dimensões do currículo, mas não como um retrato exaustivo da realidade do ensino da matemática em Portugal naquele período.

Atualmente, o enfoque ultrapassa a mera resolução de problemas, valorizando igualmente a modelação, as representações e as conexões matemáticas. Reconhece-se que todos estes elementos podem coexistir numa mesma tarefa, contribuindo de forma significativa para o seu enriquecimento. Acredita-se que tarefas com estas características favorecem a promoção de aprendizagens significativas e contextualizadas, ao mesmo tempo que estimulam o desenvolvimento de competências-chave para o século XXI, como o pensamento crítico e criativo, o raciocínio lógico-matemático, a literacia científica e digital, a capacidade de resolução de problemas, o trabalho colaborativo e a comunicação. Concluimos, assim, que a evolução das práticas educativas tem procurado dar resposta aos desafios de um mundo em constante transformação, promovendo aprendizagens relevantes e significativas para o desenvolvimento integral dos alunos. Os alunos de hoje já não são os mesmos de há décadas, tal como os professores. A Internet está à distância de um clique, a Inteligência Artificial avança a um ritmo acelerado, mas a capacidade de resolver problemas continua a ser tão essencial como sempre, ou talvez até mais. A sua importância mantém-se incontestável, mesmo face aos avanços tecnológicos. Que venham mais 34 anos!

AGRADECIMENTOS

Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., no âmbito dos projetos UIDB/00297/2020

(<https://doi.org/10.54499/UIDB/00297/2020>) e UIDP/00297/2020

(<https://doi.org/10.54499/UIDP/00297/2020>) (Centro de Matemática e Aplicações)

Agradecemos a António José de Almeida, Maria Cristina Almeida e José Manuel Matos a amável cedência de obras do seu espólio pessoal, que se revelaram essenciais para a elaboração deste artigo. Reconhecemos, com apreço, o seu contínuo empenho nas questões do ensino da Matemática em Portugal. A sua colaboração constitui um contributo valioso para o aprofundamento da reflexão e da prática no contexto educativo atual.

REFERÊNCIAS

- Abrantes, P. (1987). Associação de Professores de Matemática: esperança e Desafio. *Educação e Matemática*, 1, 3-6.
- Abrantes, P. (1989). Um (bom) problema (não) é (só)... *Educação e Matemática*, 8, 7-10, 35.
- Abrantes, P., & Carvalho, R. F. (1985). *M7. Matemática*. 7.º ano. Texto Editora.
- Abrantes, P., & Carvalho, R. F. (1989). *O NOVO M7*. Texto Editora.
- Almeida, M. C., & Rodrigues, A. S. (2025). Distinct Approaches to Integers in Technical Schools and in *Liceus*, During Modern Mathematics in Portugal. In E. Barbin, M. N. Fried, M. Menghini, F. S. Tortoriello (Eds). *History and Epistemology in Mathematics Education*. Trends, Practices, Future Developments, (pp. 513-526) Birkhäuser. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-86870-2>
- APM (1998). *Renovação do Currículo de Matemática. Seminário de V. N. de Milfontes*. APM.
- Bardin, L. (2016). *Análise de Conteúdo (3.ª edição)*. Edições 70.
- Carvalho, R. F., & Abrantes, P. (1992). *A Aventura Matemática 7. M7*. Texto Editora.
- Chartier, R. (2007). *La historia o la lectura del tiempo*. Gedisa.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education (6th Edition)*. Routledge.
- Costa, M. J. (1987). *O Problema da Semana (3.ª Edição)*. APM.
- Duma, S. Y., Muslimin, Modjo, A. S., & Walid, A. (2024). The role of Mathematics Education in Developing Critical Thinking Skill in the Industrial Era 5.0. *Aksioma: Jurnal Matematika*, 1-11. <https://doi.org/10.62872/d83tws09>
- Gimeno, J. S. (2000). *O currículo: Uma reflexão sobre a prática*. Artmed.
- Grupo de Trabalho. (1987). Currículos/Programas. *Educação e Matemática*, 1, 20.
- Guimarães, H. M. (2005). A resolução de problemas no ensino da Matemática. Alguns passos do seu percurso no discurso curricular em Portugal. In L. Santos, L., A. P. Canavarró & J. Brocardo (Org.), *Educação Matemática: caminhos e encruzilhadas. Encontro internacional em homenagem a Paulo Abrantes*. APM.
- Guimarães, H. M. (2006). Renovação do Currículo de Matemática. *Educação e Matemática*, 98, 3-8.

- Krüger, J. (2010). Lessons from the early seventeenth century for mathematics curriculum design. *BSHM Bulletin*, 25, 144-171. <https://doi.org/10.1080/17498430903584136>
- Loureiro, C., & Moreira, L. (1987). Problemas. Ideias. Sugestões. *Educação e Matemática*, 1, 12-13.
- Matos, J. M. (2008). A resolução de problemas e a identidade da educação matemática em Portugal. In *Atas Investigación en educación matemática XII*. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Matos, J. M. (s.d.). *Sucessões. Recolha de problemas*. Edição do autor.
- Matos, J. M., & Almeida, M. C. (2023). The Distinct Facets of Modern Mathematics in Portugal. In D. De Bock, *Modern Mathematics. An International Movement?*, (pp. 169-198). Springer. DOI 10.1007/987-3-031-11166-2.
- Ministério da Educação (1991). *Organização Curricular e Programas – Vol. I – Ensino Básico – 3º Ciclo*. Lisboa: Direcção Geral dos Ensinos Básico e Secundário.
- Moreira, L. (1987). A Resolução de Problemas. *Educação e Matemática*, 1, 10-11.
- NCTM (1980). *Agenda for Action. Recommendations for School Mathematics of the 1980s*. NCTM. <https://www.nctm.org/flipbooks/standards/agendaforaction/html5/index.html>
- Pólya, G. (1977). *A arte de resolver problemas. Um novo aspecto do método matemático*. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Interciência.
- Ponte, J. P. (2003). Conferência O Ensino da matemática em Portugal: uma prioridade educativa? In Conselho Nacional da Educação (orgs.) *Actas do Seminário O ensino da matemática: situação e perspectivas* (pp. 21-56) <https://www.cnedu.pt/content/antigo/files/pub/EnsinoMatematica/1-Capa.pdf>
- Ponte, J. P. (s.d.). *Problemas para a aula*. Edição do autor.
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E., & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular, Ministério da Educação.
- Rodrigues, A. (2022). O Movimento da Matemática Moderna no ensino Técnico em Portugal.. In Gutiérrez, R. E., & Prieto, J. L. (Comps.). *Memorias del VI Congreso Iberoamericano de Historia de la Educación Matemática*, (pp. 607-622). Asociación Aprender en Red. <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/230722>
- Sá, E. M.; Reis, I. S.; Ramos, M., & Pato, J. (1998). *Inovações nos Planos Curriculares dos Ensinos Básico e Secundário. Critérios de elaboração de Programas de Matemática do 7.º ao 12.º ano*. Instituto de Inovação Educacional. Sociedade Portuguesa de Matemática.
- Silva, J. Sebastião (1964). *Guia para a utilização do compêndio de Matemática (Vol. 1)*. Ministério da Educação Nacional.
- Suryawan, I. P. P., Sudiarta, I. G. P., & Suharta, I. G. P., & Suharta, I., G. P. (2023). *Students' Critical Thinking Skills in Solving Mathematical Problems: Systematic Literature Review*. Indonesian Journal of Educational Research and Review, 6(1), 120–133. <https://doi.org/10.23887/ijerr.v6i1.56462>
- UNESCO (1998). *Declaração Mundial sobre Educação para Todos: satisfação das necessidades básicas de aprendizagem Jomtien, 1990*. UNESCO.
- Vale, I., Pimentel, T., & Barbosa, A. (2015). Ensinar matemática com resolução de problemas. *Quadrante*, 24(2), 39-60.